

---

# Historia de la física cuántica

## *El cuanto de acción (2)*

P. Crespo

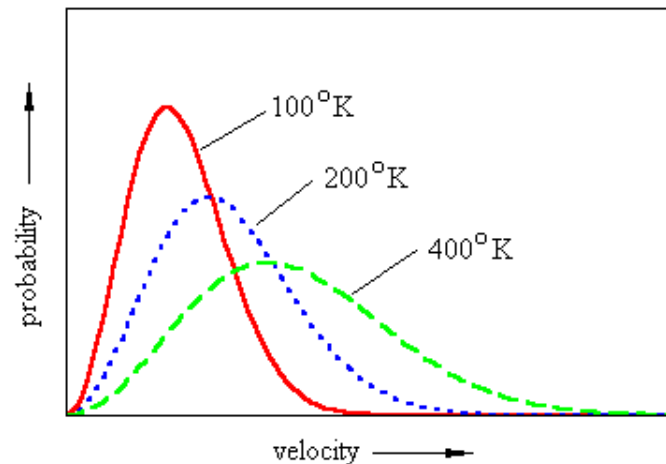
pedrocq@gmail.com

Tertúlies

Col·legi d'enginyers industrials de Catalunya

Barcelona, Spain

# Ley de distribución de Maxwell



1859 — James Clerk Maxwell (En 1871 — Ludwig Boltzmann generalizó la ley para distribución de energías, por lo que a veces se conoce esta ley como de Maxwell-Boltzmann)

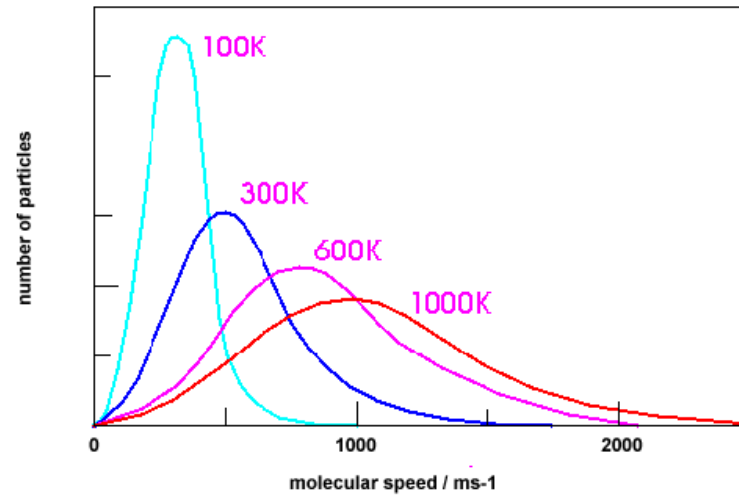
$$dN = 4\pi N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$$

$N$  = número de moléculas ,  $v$  = velocidad  $k$  = cte. de Boltzmann

1896 Wien se basa en esta ley para formular la suya sobre la radiación espectral del cuerpo negro  $\Rightarrow$

# Ley de distribución de Maxwell (2)

---



Número total de partículas = área total

La no simetría de la curva  $\Rightarrow$  velocidad promedio distinta velocidad más probable

# El cuerpo negro – Ley de Wien (1)

---

1887 V. A. Michelson «Essai théorique sur la distribution de l'énergie dans les spectras des solides»,  
*Journal de Physique* 6 467–480

Explica la continuidad del espectro de los sólidos en base a las irregularidades de las vibraciones de los átomos, empleando el concepto de probabilidad de la mecánica estadística. Supone que la fórmula de la distribución de velocidades de Maxwell para las moléculas de un gas vale también para las moléculas del cuerpo negro sólido radiante.

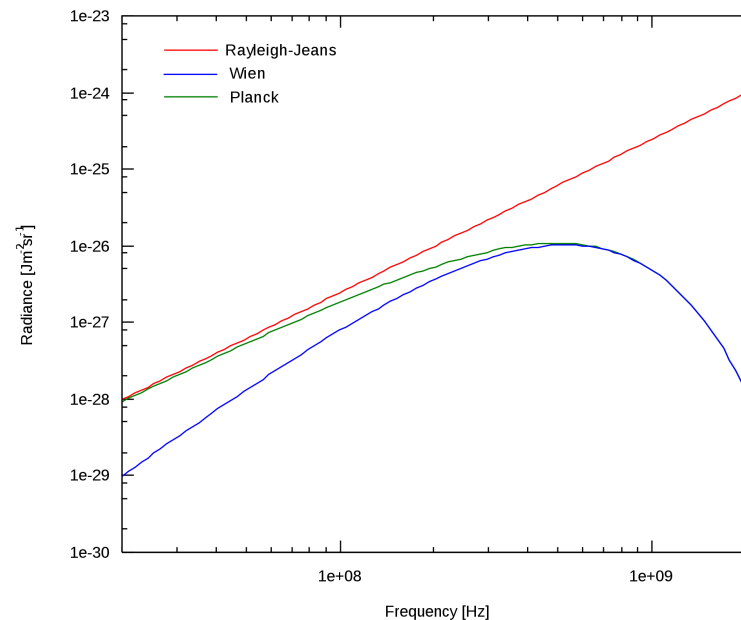
1896 Wien considera la anterior una «idea afortunada» y la aplica suponiendo que la frecuencia de la radiación y la intensidad correspondiente es función de la velocidad de la molécula, por lo que existe una relación entre  $v^2$  y la frecuencia  $\nu$ .

1896 W. Wien «Über die Energievertheilung im Emissionspectrum eines schwarzen Körpers»,  
*Wiedemannsche Annalen der Physik* 58, 662-669

Wien aplica la fórmula de la distribución de Maxwell según el supuesto anterior (teniendo en cuenta su fórmula de desplazamiento) y obtiene su ley del espectro de radiación del cuerpo negro:

$$E_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda T}\right) \quad (\text{Ley de Wien})$$

## El cuerpo negro – Ley de Wien (2)



- 1897 y 1899 — Paschen y Wanner confirman experimentalmente la ley, al menos para la región visible y para temperaturas hasta 4000° C.
- 1899 y 1900 — O. Lummer y E. Pringsheim comprueban la ley de Wien para bajas frecuencias (rango de 12 a 18  $\mu$ ) y aprecian diferencias:  
« Ha sido demostrado que la radiación del cuerpo negro no está representada, en el rango de las longitudes de onda medidas por nosotros, por la ecuación espectral de Wien-Planck»

## Wien - Nota biográfica

---



Figura 1: Wilhelm Wien

Investigó también en el campo de las radiaciones, sentando las bases de la teoría cuántica, así como en campos como la óptica y los rayos X.

Fue galardonado con el Premio Nobel de Física en el año 1911 por su descubrimiento sobre las leyes de la radiación del calor.

Wilhelm Wien (1864 – 1906)

Físico alemán.

A partir de 1882 estudió en las universidades de Gotinga, Heidelberg y Berlín. Entre 1883 y 1885 fue ayudante de Hermann Ludwig von Helmholtz en el Instituto Imperial de Física y Tecnología de Charlottenburg. En 1886 recibió el doctorado con una tesis sobre la difracción de la luz sobre los metales y la influencia de varios metales sobre el color de la luz refractada. A lo largo de su vida fue también profesor de física en las universidades de Giessen, Wurzburg y Múnich.

Sus trabajos de investigación se ocuparon de diversos campos de la física, como la hidrodinámica, las descargas eléctricas a través de gases enrarecidos, el estudio de los rayos catódicos y la acción de campos eléctricos y magnéticos sobre los mismos. En 1893 logró combinar la formulación de Maxwell con las leyes de la termodinámica para tratar de explicar la emisividad del llamado cuerpo negro, investigación que cristalizó en el enunciado de una de las leyes de la radiación y que lleva

# El cuerpo negro – Ley de Rayleigh–Jeans

---

1900 En el mes de junio Lord Rayleigh (John William Strutt) publica un artículo de dos páginas: «Notas sobre la ley de la radiación total» en el que mostró que el teorema de la equipartición de la energía, si se aplica a las vibraciones electromagnéticas de la radiación de la cavidad del cuerpo negro, conduce necesariamente a una fórmula de radiación distinta de la de Wien.

1905 Lord Rayleigh, junto con Sir James Jeans completan la ecuación, precisando constantes.

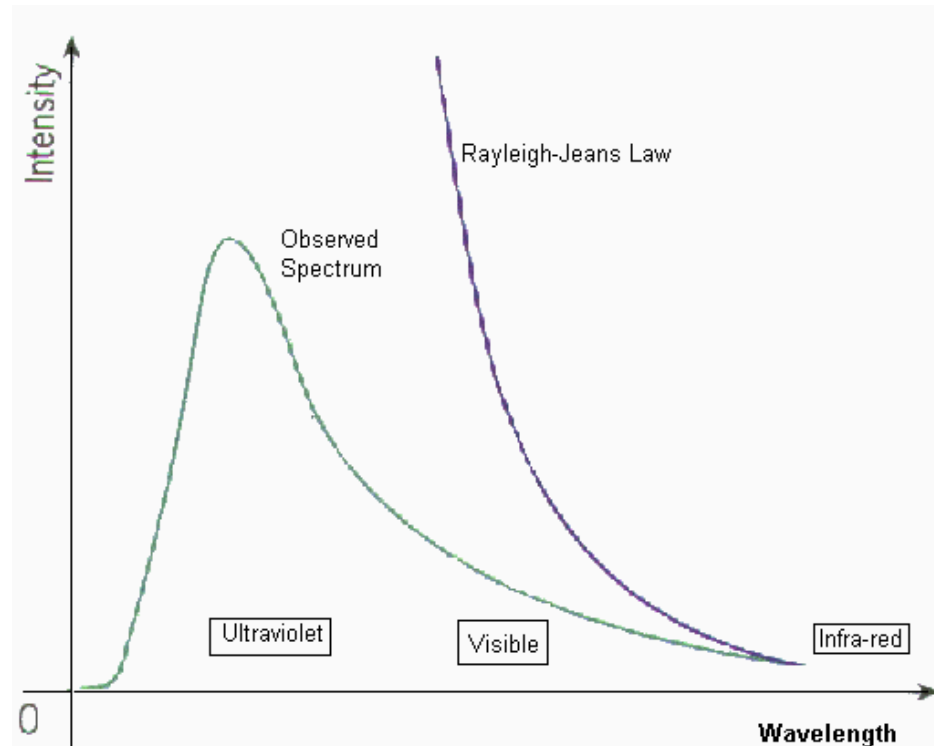
■ Fórmula de Rayleigh-Jeans de la radiación del cuerpo negro:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} \quad (\text{Ley de Rayleigh-Jeans})$$

■ Está de acuerdo con la ley de desplazamiento de Wien, y con los datos experimentales para la zona de las bajas frecuencias.

■ Está claro que no puede ser cierta para las frecuencias altas, pues implica que la radiación crece sin límite. Esto es lo que en 1911 Ehrenfest calificó como «catástrofe ultravioleta».

# El cuerpo negro – La catástrofe ultravioleta



El término «catástrofe ultravioleta» (Katastrophe im Ultravioletten) aparece por vez primera en un artículo de P. Erenfest de 1911, para calificar el hecho de que la fórmula de Rayleigh-Jeans implica un ilimitado aumento de la energía radiante a medida que crece la frecuencia (o que disminuye la longitud de onda, como es el caso que ilustra la figura).

# Lord Rayleigh - Nota biográfica

---

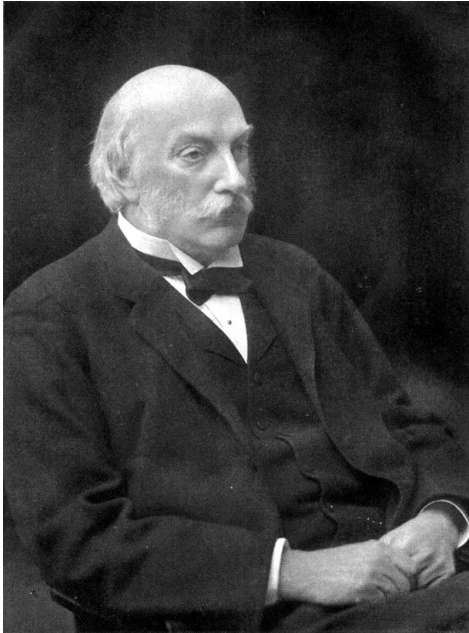


Figura 2: Lord Rayleigh

John William Strutt (1842 – 1919)

Físico inglés.

Estudió matemáticas en el Trinity

College de la Universidad de Cambridge en 1861, graduándose en 1865. Comenzó a trabajar en 1879 como profesor de física experimental y en dicha universidad y como director del Laboratorio Cavendish de física experimental (1879-1884).

En 1887 se trasladó a Londres, donde fue profesor de filosofía natural de la Royal Institution hasta 1905. Fue también secretario de la Royal Society (1887-1896) y presidente de la misma (1905-1908). Desde 1892 hasta 1901 actuó como gobernador del condado de Essex por expreso deseo del rey y fue canciller de la Universidad de Cambridge desde 1908 hasta 1919. Sus primeras investigaciones de Rayleigh se recogen en su obra *The Theory of Sound* (2 vols., 1877-78), en la que describe un nuevo procedimiento para medir las vibraciones acústicas. En el campo de la óptica realizó una serie de trabajos sobre la polarización de la luz y la teoría de la radiación del cuerpo negro; logró dar una explicación del color azul del cielo.

Probablemente su labor científica más importante consistió en la cuidadosa determinación de las densidades de los gases atmosféricos. Buscando una explicación a la diferencia de densidades del nitrógeno del aire y del obtenido a partir del nitrato amónico, descubrió, en colaboración con Sir William Ramsay, el elemento argón (1894).

Ingresó en la Orden del Mérito con motivo de la coronación de Eduardo VII y en 1904 fue galardonado con el Premio Nobel de Física por sus investigaciones sobre la densidad de un buen número de gases así como por el descubrimiento del argón.

# La física clásica a fines del XIX

---

1. El universo es un mecanismo gigante que opera en un marco de espacio y tiempo absolutos. Los movimientos complicados son el resultado de movimientos simples de las piezas internas del mecanismo, aun cuando no sea siempre posible visualizar tales piezas.
2. La síntesis newtoniana implica que todo movimiento tiene una causa. Esta relación causa-efecto entre los fenómenos se hizo extensiva a toda la física. El así llamado **principio de causalidad** no se cuestiona (para Kant es una de las características a priori del pensamiento).
3. Se da por supuesto que si se conoce el estado de movimiento de todas las componentes del universo en un instante dado, es posible determinarlo en cualquier otro instante del futuro o del pasado. Esto es el **determinismo**

# La física clásica a fines del XIX

---

1. Las propiedades de la luz y su naturaleza ondulatoria habían sido descritas por la teoría del electromagnetismo de Maxwell y confirmadas por diversos experimentos, entre los cuales se cuentan los patrones de interferencia obtenidos mediante el experimento de la doble ranura de Young (1902).
2. Existían dos modelos físicos para explicar la energía en movimiento:
  - el de las **partículas**
  - el de las **ondas**
  - Ambos modelos se excluyen mutuamente, de modo que la energía puede tomar solamente una de las dos formas.
3. Es posible teóricamente medir con la precisión deseada las propiedades de un sistema, tales como su velocidad o su temperatura. Los sistemas atómicos no eran considerados una excepción.

# La física clásica a fines del XIX

---

Los físicos clásicos creían que las aseveraciones anteriores eran **absolutamente ciertas**, de tal modo que constituían las premisas del conocimiento del mundo físico.



Con el tiempo, los seis supuestos resultarían **dudosos** o **falsos** bajo determinadas condiciones.

## La confianza en la física clásica

---

«The more important fundamental laws and facts of physical science have all been discovered, and these are now so firmly established that the possibility of their ever being supplanted in consequence of new discoveries is exceedingly remote. Nevertheless, it has been found that there are apparent exceptions to most of these laws, and this is particularly true when the observations are pushed to a limit, i.e., whenever the circumstances of experiment are such that extreme cases can be examined. Such examination almost surely leads, not to the overthrow of the law, but to the discovery of other facts and laws whose action produces the apparent exceptions. As instances of such discoveries, which are in most cases due to the increasing order of accuracy made possible by improvements in measuring instruments, may be mentioned: first, the departure of actual gases from the simple laws of the so-called perfect gas, one of the practical results being the liquefaction of air and all known gases; second, the discovery of the velocity of light by astronomical means, depending on the accuracy of telescopes and of astronomical clocks; third, the determination of distances of stars and the orbits of double stars,(—)»

## La confianza en la física clásica (cont.)

---

«(...) which depend on measurements of the order of accuracy of one-tenth of a second—an angle which may be represented as that which a pin's head subtends at a distance of a mile. But perhaps the most striking of such instances are the discovery of a new planet or observations of the small irregularities noticed by Leverrier in the motions of the planet Uranus, and the more recent brilliant discovery by Lord Rayleigh of a new element in the atmosphere through the minute but unexplained anomalies found in weighing a given volume of nitrogen. Many other instances might be cited, but these will suffice to justify the statement that *our future discoveries must be looked for in the sixth place of decimals.*»

— A.A. Michelson *Light Waves and Their Uses* (1903), 23-4.

# Las dos nubes en el horizonte de la física de fines del XIX

---

En abril de 1900, Lord Kelvin (William Thompson) (1824 — 1907), un físico clásico de la Universidad de Glasgow, intuyó muy bien los dos problemas fundamentales que amenazaban la integridad de la física clásica:

«The beauty and clearness of the dynamical theory, which asserts heat and light to be modes of motion, is at present obscured by two clouds. The first... involved the question, How could the earth move through an elastic solid, such as essentially is the luminiferous ether? The second is the Maxwell–Boltzmann doctrine of the equipartition of the energy»

Lord Kelvin, en una lectura en la Royal Institution, el 27 de abril de 1900.

- El primer problema se resolvería cinco años más tarde con la *teoría de la relatividad* de Einstein, que hizo innecesaria la existencia del éter.
- El segundo problema obligó a Planck, a finales de ese mismo año, a cuantificar la energía tratando de justificar su fórmula de la radiación del cuerpo negro, y conduciría en definitiva a la *mecánica cuántica*.

# Planck, revolucionario a su pesar

---



Figura 3: Max Planck (1858 – 1947)

## Planck – Primeros años

---



Figura 4: Max Planck, en su época de estudiante

Proviene de una familia de gran tradición académica. Se traslada pronto a Munich, donde comienza sus estudios.

Curso 1874 / 75 en Munich.

Tocaba el piano, el órgano y el cello, y se interesaba también por la filosofía y por la ciencia. Al consultar con su profesor de física, Philipp von Jolly acerca de la conveniencia de dedicarse a la física, éste se lo desaconsejó con el argumento de que «lo esencial en física ya está descubierto, y solamente quedan algunos huecos por rellenar». Planck contestó que precisamente él no estaba interesado en descubrir nuevos mundos, sino en comprender los fundamentos de esa ciencia.

El curso de 1877/78 lo llevó a cabo en Berlín, donde tuvo como profesores a Hermann von Helmholtz y a Gustav Kirchhoff, que aunque eran pozos de ciencia no eran profesores motivadores. Planck estudió por su parte la obra de Clausius.

1879 – A los 21 años presenta su tesis sobre Termodinámica: «*Sobre el segundo principio de la termodinámica*».

1880 – Vuelve a Munich para ejercer como profesor de universidad

1889 – De nuevo en Berlín, donde en 1892 es director de cátedra de física teórica.

# El cuerpo negro – Planck obtiene la fórmula de Wien

---

- Departamento del Instituto Kaiser Wilhelm de Berlín. Planck es miembro conservador de la Academia Prusiana.
- Conoce bien los métodos de la física clásica y de la Termodinámica clásica
- No es atomista, y no admite la explicación estadística de Boltzmann en relación con la entropía. Para Planck el segundo principio de la Termodinámica tiene validez absoluta.
- 1894 – Se comienza a ocupar del problema de la radiación del cuerpo negro, al ser encargado por compañías eléctricas para mejorar el rendimiento de filamentos de lámparas incandescentes.
- 1899 – Deriva la fórmula de Wien de la radiación del cuerpo negro, mediante razonamientos termodinámicos. Relaciona la energía promedio con la entropía

$$S = \frac{U}{a\nu} \log\left(\frac{U}{eb\nu}\right) \implies \frac{\partial^2 S}{\partial^2 U^2} = \frac{cte.}{U} \quad (1)$$

de donde obtiene la fórmula de la radiación de Wien.

## «Eine glücklich erratene Interpolationsformel»

- En octubre de 1900, H. Rubens y F. Kurlbaum comunican a Planck que sus mediciones indican que para frecuencias bajas (región del infrarrojo) la ley de Wien no está de acuerdo con los resultados, que sí encajan con la ley de Rayleigh-Jeans (energía proporcional a la temperatura absoluta)
- Planck vuelve a replantear su fórmula de la relación de la entropía con la energía. Para frecuencias bajas la fórmula debe ser del tipo

$$\frac{\partial^2 S}{\partial^2 U^2} = \frac{cte.}{U^2} \quad (2)$$

- En un intento de conciliar las dos fórmulas ensaya para la entropía una expresión intermedia:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial^2 U^2} = \frac{a}{U(U + b)}$$

que según la magnitud de  $U$  conduce a (1) o a (2).

- Lo anterior le conduce a su primera fórmula para la radiación del cuerpo negro

$$u_\nu = \frac{A\nu^3}{\exp(\frac{B\nu}{T}) - 1} \quad (\text{Ley de Planck, primera expresión})$$

## «Eine glücklich erratene Interpolationsformel» (2)

---

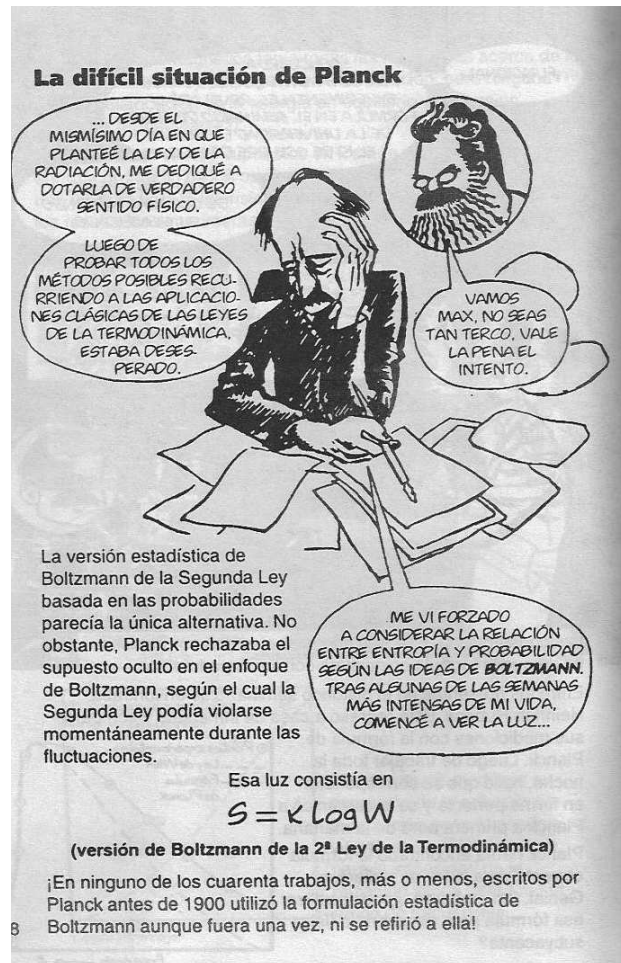
- **19 de octubre de 1900** – Planck presenta su fórmula ante la Sociedad Alemana de Física. «Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung» (Sobre una mejora de la ley de radiación de Wien).
- Heinrich Rubens, que asistió a la comunicación, pasó la noche siguiente comprobando la fórmula en su laboratorio, y anunció a Planck a la mañana siguiente la coincidencia con las mediciones experimentales.
- Planck había encontrado la fórmula correcta para la radiación del cuerpo negro, aunque teóricamente se fundamentaba en una ecuación de interpolación que era una mera hipótesis sin justificación.
- Para el siguiente encuentro de la Sociedad Alemana de Física, fijado para el 14 de diciembre de 1900, Planck se ve en la obligación de justificar teóricamente su fórmula, tarea a la que se dedica intensamente.

## Segundo asalto: «Un acto de desesperación»

---

- En 1931, en una carta no publicada dirigida a R. W. Wood, Planck describe en detalle los motivos que le condujeron al postulado de los cuantos de energía, y confiesa que se trató de un «un acto de desesperación» («Kurz zusammengefasst kann ich die ganze Tat als einen Akt der Verzweiflung bezeichnen») (En resumen puedo calificar toda la acción como un acto de desesperación) puesto que tenía que hallar una explicación teórica a su fórmula, a toda costa y a cualquier precio.
- Planck, luego de muchos ensayos estériles, recurre a la formulación de Boltzmann. Supone que la radiación electromagnética intercambia energía con los resonadores de las paredes de la cavidad (una idea de Hertz).

## Segundo asalto (2) — Situación desesperada



## Segundo asalto (3) — Energía en rebanadas



Planck aplica finalmente tres de las ideas de Boltzmann relativas a la entropía:

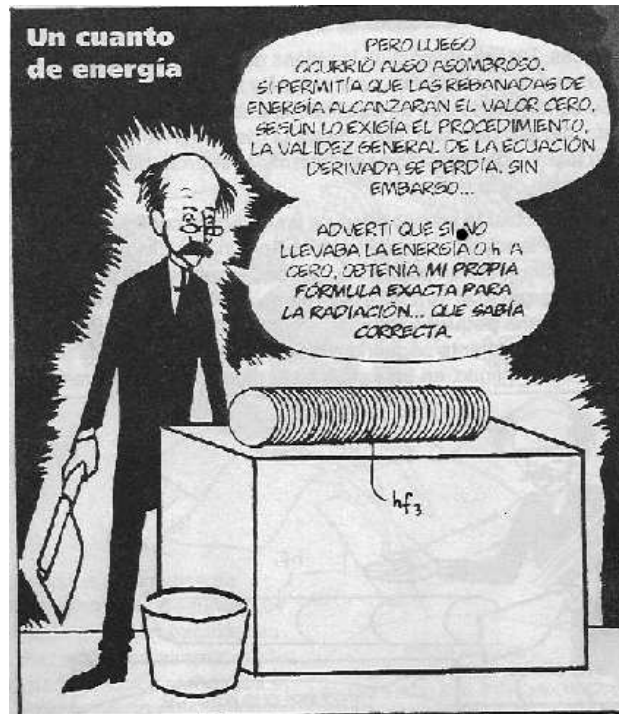
1. Su ecuación estadística para calcular la entropía
2. Su condición de que en el estado de equilibrio la entropía debe tener su valor máximo (máximo desorden)
3. Su técnica de cómputo para determinar la probabilidad  $W$  en la ecuación de la entropía

## Segundo asalto (4) — Energía en rebanadas



Para el cálculo de las diversas configuraciones posibles, Plack siguió el método de Boltzmann: dividir la energía de los osciladores en pequeñas rebanadas de tamaño inicialmente finito. La energía total se expresa como  $E = N\epsilon$ , donde  $N$  es un entero y  $\epsilon = h\nu$  una pequeña cantidad arbitraria de energía que debe tender a cero a medida que el número de rebanadas se hace infinito.

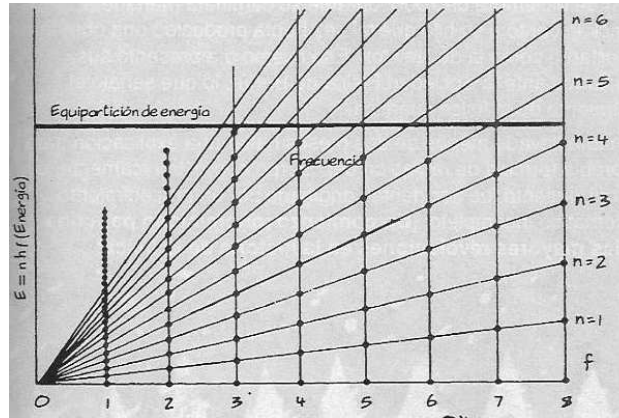
## Segundo asalto (5) — El cuanto de energía se manifiesta



Planck se da cuenta de que si postula que la cantidad  $\varepsilon = h\nu$  es finita, es decir, si la constante provisional  $h$  es distinta de cero, **obtiene su fórmula de la radiación del cuerpo negro.**

La conclusión es que no es posible que los osciladores absorban y emitan energía en un rango continuo, sino que deben hacerlo captando y liberando energía en forma discontinua, en pequeñas unidades indivisibles  $\varepsilon = h\nu$ , que Planck llamó **quanta** «cuantos de energía», del latín *quantum* (cantidad), plural *quanta*.

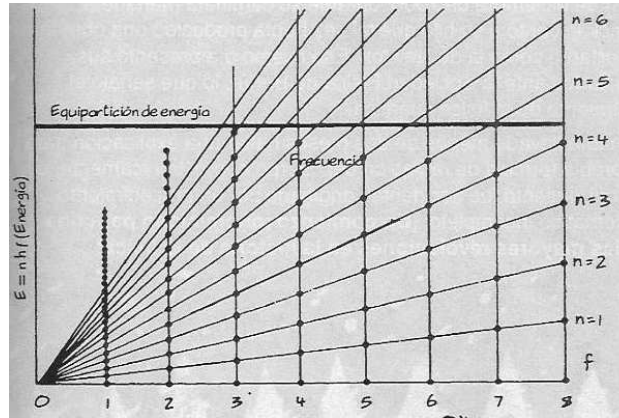
# La cuantificación evita la catástrofe ultravioleta



La teoría clásica (ley de Rayleigh–Jeans) fracasa en la región de las altas frecuencias, en la que los cuantos de energía son tan grandes que solamente son excitados unos pocos modos de vibración.

Con un número decreciente de modos que pueden ser excitados, los osciladores activados se suprimen y la radiación cae hasta llegar a cero en el extremo de más alta frecuencia: **no hay catástrofe ultravioleta**.

## La cuantificación evita la catástrofe ultravioleta (2)



La relación de cuantos de Planck inhibe la equipartición de la energía y no todos los modos tienen la misma energía total. Esta es la razón por la que no nos bronceamos con una taza de café.

El enfoque clásico de Rayleigh-Jeans funciona bien para las bajas frecuencias, donde todos los modos de vibración existentes pueden ser excitados. A altas frecuencias, aun cuando es posible excitar una gran cantidad de modos de vibración (las ondas cortas proliferan más) no muchos son excitados puesto que supone demasiada energía crear un cuanto a una frecuencia alta, dado que  $\varepsilon = h\nu$ .

# La lámpara maravillosa

---

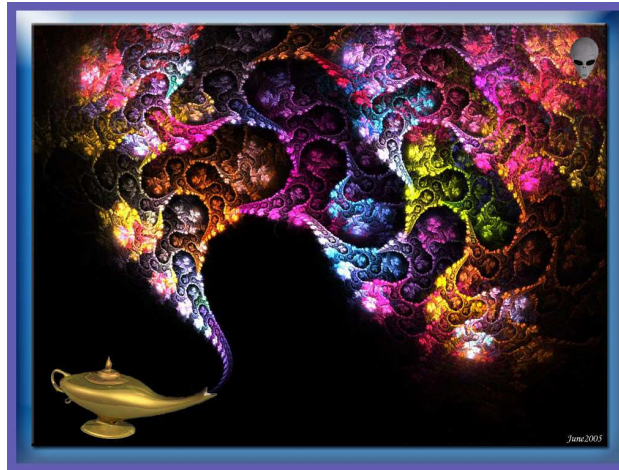


Figura 5: Planck libera al genio del cuanto de acción

$$h = 0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,006\,626 \text{ erg seg}$$

El valor de  $h$  aparece impreso por primera vez a comienzos del año 1901.

La letra  $h$  proviene de «Hilfskonstante», (*constante de ayuda*).

# Ley de Planck de la radiación

---

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (\text{Ley de Planck, expresión definitiva})$$



$\nu$  frecuencia ( $\text{seg}^{-1}$ )

$c$  velocidad de la luz en el vacío  
( $= 299\,792\,458\, \text{m seg}^{-1}$ , por definición)

$h$  constante de Planck ( $= 6,626\,068\,96 \times 10^{-34}\, \text{J seg}$ )

$k$  constante de Boltzmann, nombre dado por Planck  
( $= 1,380\,650\,4 \times 10^{-23}\, \text{J K}^{-1}$ )

Max Karl Ernst Ludwig Planck  $\Rightarrow$  recibió el nobel de 1918

«En reconocimiento de los servicios prestados al avance de la Física por su descubrimiento de los cuantos de energía.»

## Nota importante

---

- Planck **NO** cuantifica la radiación electromagnética, sino que se limita a
- **cuantificar el intercambio de energía de la misma con la materia** (las paredes de la cavidad del cuerpo negro, en particular, aunque este aspecto se generaliza a todos los procesos de interacción energía – materia).
- Supone que la interacción de la energía electromagnética radiante y la materia se produce en base a unos osciladores (la idea de los átomos no está suficientemente aceptada entre los físicos) que por efecto de tipo resonante captan y emiten la energía en porciones de valor  $\varepsilon = h\nu$ , acotado inferiormente en función de la frecuencia.
- Para Planck (y todos los físicos casi sin excepción) la naturaleza de la energía de radiación es la de ondas electromagnéticas que se propagan según las ecuaciones de Maxwell y cuya energía es continua.
- La naturaleza ondulatoria de la luz estaba fuera de toda duda desde las experiencias de Thomas Young (1773 – 1829) en 1801 (experimento de las dos ranuras) y los trabajos teóricos de Fresnel (1788 – 1827) (trabajo sobre la difracción en 1818), y especialmente desde que Maxwell (1831 – 1879) formalizara el electromagnetismo (1865) mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales.

# Aceptación

---

- Al menos hasta 1905 nadie pareció reparar en la trascendencia del descubrimiento.
- La introducción de  $h$  se consideró un expediente metodológico sin más profundo significado físico, aunque la ley de la radiación de Planck se sometió repetidamente a verificaciones.
- El mismo Planck siguió pensando que su procedimiento era provisional, y que era posible derivar su fórmula en base a los principios de la física clásica. Mantuvo esta actitud durante décadas. Al final de su vida comentó

«Mis vanas tentativas por reconciliar de algún modo el cuanto elemental con la teoría clásica continuaron durante muchos años y me supusieron grandes esfuerzos. Muchos de mis amigos vieron en ello casi una tragedia, pero yo pienso de modo distinto, porque la profunda clarificación que recibí de este trabajo fue de gran valor para mí. Ahora estoy seguro de que el cuanto de acción representa un papel más significativo de lo que originalmente sospeché»

- Cuando en 1905 Einstein generaliza el cuanto de energía a la radiación libre, Planck y la comunidad de físicos se opusieron tajantemente a la idea.

# Conclusión

---

- La vida de Planck quedó oscurecida por lutos familiares muy graves. Perdió a su primera mujer en 1909; tres de sus cuatro hijos murieron durante la primera guerra mundial (1914 –1918): un hijo en el frente y dos hijas de parto. Se volvió a casar más tarde y tuvo otro hijo.
- Cuando contaba 75 años vio subir al poder a Hitler. Para un patriota alemán del molde de Planck, no cegado por los desfiles del momento, esto fue un golpe gravísimo. Bajo petición de sus colegas asumió la presidencia de la Kaiser Wilhelm Gessellschaft, la importantísima sociedad alemana en la que se desarrollaba buena parte de la investigación científica de la época (actualmente Max Planck Gessellschaft). La tarea era ingrata y pesada debido a las circunstancias imperantes.
- Planck se decidió finalmente a hablar con Hitler, con la idea de hacerle ver la luz con respecto a algunas de sus peores aberraciones, pero fue despachado sin más. Más tarde su último hijo, superviviente del primer matrimonio, fue muerto por los nazis por haber participado en la conjura del año 1944 y Planck, ya anciano, perdió su casa en un bombardeo aéreo. Al finalizar la guerra fue puesto a salvo por los aliados en Göttingen, donde murió.