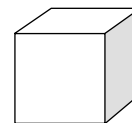


A Susana le gusta construir bloques con cubos pequeños como el que se muestra en el siguiente gráfico:



Cubo pequeño

Susana tiene muchos cubos pequeños como éste. Utiliza pegamento para unir los cubos y construir otros bloques.

Primero Susana pega ocho cubos para hacer el bloque que se muestra en el gráfico A:

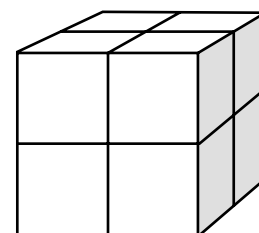


Gráfico A

Luego Susana hace los bloques macizos que se muestran en los siguientes gráficos B y C:

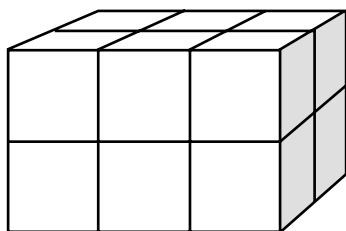


Gráfico B

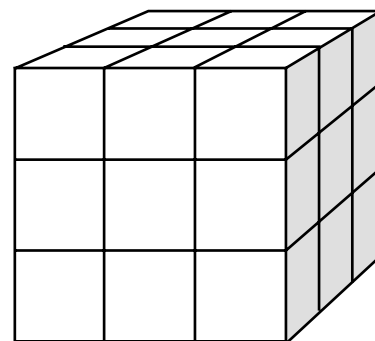


Gráfico C



Matemáticas, Ejemplo 9.1:

¿Cuántos cubos pequeños necesitará Susana para hacer el bloque que se muestra en el gráfico B?

Respuesta: cubos.

Criterios de corrección y comentarios sobre el ejemplo 9.1

Máxima puntuación

Código 1: 12 cubos.

Ninguna puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Tipo de pregunta: Pregunta de respuesta abierta

Grupo de competencia: Reproducción

Idea principal: Espacio y forma

Situación: Personal

En cada grupo de preguntas es obligatorio incluir preguntas muy fáciles y también preguntas más difíciles, medidas según los resultados de los estudiantes. Esta pregunta es realmente fácil: los estudiantes pueden imaginar el problema directamente puesto que es muy probable que hayan utilizado este tipo de bloques a menudo (Lego,

Duplo, etc.), y no habrán necesitado siquiera hacer una multiplicación para obtener la respuesta correcta. En el Gráfico B ven los seis primeros cubos y saben que hay seis cubos más detrás. Tanto por su carácter familiar como por su sencillez esta es una pregunta típica del grupo de *reproducción*.

Matemáticas, Ejemplo 9.2:

¿Cuántos cubos pequeños necesitará Susana para hacer el bloque macizo que se muestra en el gráfico C?

Respuesta: cubos.

Criterios de corrección y comentarios sobre el ejemplo 9.2

Máxima puntuación

Código 1: 27 cubos.

Ninguna puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Tipo de pregunta: Pregunta de respuesta abierta

Grupo de competencia: Reproducción

Idea principal: Espacio y forma

Situación: Personal

El Ejemplo 9.2 se diferencia del Ejemplo 9.1 en que el número de cubos es algo mayor (27 en lugar de 12), pero conceptualmente se trata de la misma pregunta. La prueba piloto muestra que esta pregunta resultó relativamente fácil para los alumnos. Era de esperar, dado que las

competencias para resolver este problema son muy básicas. Los expertos de los países participantes estuvieron de acuerdo en que las preguntas de este tipo son muy parecidas a las de sus currículos respectivos.

Matemáticas, Ejemplo 9.3:

Susana se da cuenta de que ha utilizado más cubos pequeños de los que realmente necesitaba para hacer un bloque como el que se muestra en el gráfico C. Se da cuenta de que podía haber construido un bloque como el del gráfico C pegando los cubos pequeños, pero dejándolo hueco por dentro.

¿Cuál es el mínimo número de cubos que necesita para hacer un bloque como el que se muestra en el gráfico C, pero hueco?

Respuesta: cubos.

Criterios de corrección y comentarios sobre el ejemplo 9.3

Máxima puntuación

Código 1: 26 cubos.

Ninguna puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Tipo de pregunta: Pregunta de respuesta abierta

Grupo de competencia: Conexión

Idea principal: Espacio y forma

Situación: Personal

En el Ejemplo 9.2 se suponía que estábamos trabajando con cubos sueltos y que, por tanto, necesitábamos 27, puesto que, de otro modo, el bloque se desmoronaría. No obstante, si se pudiera utilizar pegamento, sería posible construir un bloque como el C utilizando menos de 27 bloques. Aunque la respuesta “obvia” es 26 (quitando el cubo central), hay diversas consideraciones sobre este ejemplo. El problema es que la pregunta no dice explícitamente que el bloque C deba verse igual desde cualquier ángulo. Esto es importante, porque si se usa pegamento y se debe conseguir algo ajustado al gráfico C, se puede quitar más de un cubo. Sin embargo,

esto se afirma *implícitamente*, al decir que el bloque debe estar hueco en el *interior*. No obstante, desde un punto de vista lingüístico y de interpretación, esta pregunta no resulta tan directa como la anterior.

La pregunta puede clasificarse dentro del grupo de *conexión* por diversas razones: la matematización necesaria para captar los elementos esenciales de la pregunta, la necesidad de interpretar mentalmente el gráfico C con un agujero en el centro, el razonamiento y pensamiento necesarios para obtener la respuesta correcta y la falta de un algoritmo o procedimiento estándar.

Matemáticas, Ejemplo 9.4:

Ahora Susana quiere construir un bloque que parezca un bloque macizo y que tenga 6 cubos pequeños de largo, 5 de ancho y 4 de alto. Quiere usar el menor número posible de cubos dejando el mayor hueco posible en el interior.

¿Cuál es el mínimo número de cubos que necesitará Susana para hacer este bloque?

Respuesta: cubos.

Criterios de corrección y comentarios sobre el ejemplo 9.4

Máxima puntuación

Código 1: 96 cubos.

Ninguna puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Tipo de pregunta: Pregunta de respuesta abierta

Grupo de competencia: Reflexión

Idea principal: Espacio y forma

Situación: Personal

En el Ejemplo 9.4 hay que suponer (por la forma en que se plantea el problema) que se puede utilizar pegamento. El problema ahora es: «¿cuál es el mínimo número de cubos necesario para construir un bloque hueco de $6 \times 5 \times 4$?»

Tal y como se ha apuntado antes, los estudiantes no disponen de un procedimiento heurístico estándar para contestar a esta pregunta. Tener una imagen mental del cubo que falta en una construcción de $3 \times 3 \times 3$ es algo muy diferente. En lugar de tener que extraer mentalmente un cubo, los estudiantes tienen que plantear una estrategia más generalizable que comporta un razonamiento matemático más complejo. Por tanto, tiene sentido clasificar esta pregunta dentro del grupo de competencia de *reflexión*.

¿Cómo pueden los alumnos dar con la respuesta correcta? Una buena estrategia sería empezar con el número máximo de cubos: $6 \times 5 \times 4$ da un total de 120. Luego,

mentalmente, se sacan del centro tantos como sea posible. Como hay 6 de largo, se pueden sacar 4; como hay 5 de ancho, se pueden sacar 3; como hay 4 de alto, se pueden sacar 2. El total es $4 \times 3 \times 2$, lo que da 24. Y $120 - 24 = 96$, que es la respuesta correcta. Es una buena estrategia que muestra una comprensión real. En el contexto de la clase, sería interesante pedir a los estudiantes una explicación de sus razonamientos para así descubrir técnicas de enseñanza eficaces.

Otra estrategia sería considerar todas las paredes necesarias para conseguir el bloque deseado. Un dibujo resultaría muy útil en este caso.

Para construir la pared frontal se necesitan 5×4 bloques; para la pared trasera, otros 5×4 bloques. Para la pared lateral no se necesitan 6×4 , puesto que ya están cubiertas la parte delantera y la trasera. Por tanto, la longitud de las paredes laterales no es 6, sino 4, por lo que son necesarios

4×4 para cada lado. Por último, hay que cubrir la base y la parte superior sin volver a contar los cubos que ya tenemos. Esto nos da otros 3×4 . Total: 5×4 ; 5×4 ; 4×4 ; 4×4 ; 3×4 ; 3×4 , lo que da un total de 96.

Sin duda, los estudiantes utilizarán diferentes estrategias. Un estudio como PISA puede a veces utilizarse para descubrir las estrategias que los estudiantes crean o aplican al enfrentarse con una situación de esta

complejidad, en la que los medios de que dispone el sujeto para formarse una representación en el sentido tradicional son limitados.

Este problema constituye un desafío, casi estrictamente intramatemático, pero que no por ello deja de movilizar competencias y destrezas, como la visualización en el espacio, que son esenciales para la competencia matemática.