Geometría Plana
Lo que debes saber

José M. Fernández

RED educativa digital Descartes

Geometría Plana:

Lo que debes saber

José M. Fernández

Fondo Editorial RED Descartes

Córdoba (España)
2025

Geometría Plana
Lo que debes saber

Autor:
José M. Fernández

Código JavaScript para el libro: Joel Espinosa Longi, IMATE, UNAM.
Recursos interactivos: DescartesJS, WebSim, Phet Colorado, GeoGebra, ...
Fuentes: Lato y UbuntuMono

Imagen de portada-contraportada:
Paisaje geométrico.
Generada con Lexica Apertura v5

Red Educativa Digital Descartes
Córdoba (España)
descartes@proyectodescartes.org
https://proyectodescartes.org

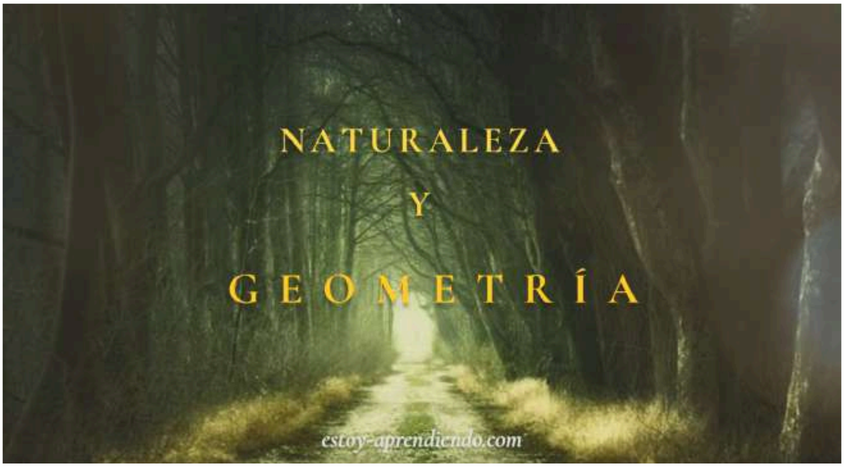
Proyecto iCartesiLibri
https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/index.htm

ISBN: 978-84-10368-20-0

Tabla de contenido

Prefacio

Desde el origen de la humanidad, hemos observado con atención el entorno que nos rodea. La naturaleza se convirtió en nuestra primera fuente de inspiración y aprendizaje. Observando los patrones en las hojas, las simetrías en las flores o las formas de los panales de abeja, comenzamos a comprender que existían formas y estructuras que podían ser replicadas. Obsérvalo en el video.



Ver/Pausar | Pantalla ancha | Pantalla chica | Normal

Este hábito de imitar la naturaleza no solo nos permitió resolver problemas prácticos, como construir refugios o crear herramientas, sino que también sentó las bases para el desarrollo de conceptos más abstractos.

Así surgió la geometría, una disciplina que encuentra sus raíces en la necesidad de medir y entender el espacio.

⇐ **Imagen**: Euclid, in ancient greece. [Lexica Aperture v5]

"Geometría Plana: Lo que debes saber" nace con un objetivo claro: poner al alcance de todos este conocimiento geométrico mediante un enfoque práctico, interactivo y visualmente claro.

Esta obra ofrece una exploración fundamental de los conceptos de la geometría plana, accesible para estudiantes de diversos niveles y contextos educativos.

Contenido y estructura

El recorrido del libro comienza con los orígenes históricos de la geometría en civilizaciones antiguas como Egipto y Grecia, sin olvidar la cultura maya o azteca, contextualizando así la relevancia de esta disciplina a lo largo de la historia humana. Desde allí, avanzamos sistemáticamente por los elementos fundamentales. La organización del contenido permite una progresión natural desde conceptos sencillos hasta ideas más complejas, siempre manteniendo un enfoque didáctico y accesible.

Relación con National Reporting System (NRS)

El libro no está estructurado específicamente en torno a los niveles del National Reporting System (NRS)[11] para la educación matemática de adultos, pero los utiliza haciendo que **sus contenidos sean relevantes para estudiantes en diversos niveles de este sistema**[1].

NRS Niveles 1-2

La introducción a formas geométricas básicas (triángulos, cuadrados, círculos) y sus propiedades métricas (perímetro, área) resulta fundamental para estos niveles iniciales. Las actividades prácticas e interactivas del libro son especialmente beneficiosas para desarrollar una comprensión intuitiva de estas figuras

[1] El NRS proporciona un marco que define lo que los estudiantes adultos deben aprender en cada etapa de su educación matemática, abarcando desde el Nivel 1 (equivalente a los grados 0-1) hasta el Nivel 6 (equivalente a los grados 9-12).

NRS Nivel 3

El estudio de ángulos y sus clasificaciones (agudos, rectos, obtusos), así como las relaciones entre ángulos formados por paralelas y una secante, constituyen una base crucial para la comprensión de formas y la resolución de problemas geométricos más complejos.

NRS Niveles 3-5

El tratamiento de polígonos regulares e irregulares y sus propiedades métricas permite profundizar en la clasificación y análisis de figuras bidimensionales, desarrollando habilidades analíticas progresivamente más sofisticadas.

NRS Niveles 4-6

El sistema de coordenadas cartesianas y conceptos como la distancia entre dos puntos y el punto medio proporcionan herramientas matemáticas avanzadas para representar y analizar figuras en el plano, conectando la geometría con el álgebra

Un enfoque pedagógico integrador

La perspectiva histórica que ofrece contextualiza el aprendizaje para estudiantes de todos los niveles, mostrando la relevancia de la geometría a través del tiempo y en diversas culturas, lo que ayuda a motivar el aprendizaje y a conectar los conceptos abstractos con aplicaciones del mundo real.

El carácter práctico y visualmente claro de la obra, con sus elementos interactivos, crea un entorno de aprendizaje enriquecido para desarrollar y aplicar conceptos matemáticos.

La exploración interactiva facilita la comprensión y retención de ideas para estudiantes en diferentes etapas de su formación.

Es importante destacar que todos los ejercicios y pruebas incluidos en este libro están **diseñados como herramientas de aprendizaje**, no como instrumentos de evaluación. Su propósito fundamental es reforzar la comprensión de los conceptos, estimular el razonamiento geométrico y proporcionar oportunidades para la práctica significativa. Invitamos a los lectores a abordarlos con curiosidad y sin presiones, como un camino para profundizar en su entendimiento de la geometría plana.

Para educadores

Los docentes encontrarán un recurso valioso para complementar la enseñanza de los estándares de contenido matemático. Aunque no sigue la estructura específica de los niveles NRS, pueden utilizarlo de manera selectiva, alineando los capítulos y temas con los estándares definidos para cada nivel, pudiendo auxiliarse de las explicaciones a los NRS Nivel 1 , NRS Nivel 2 y NRS Nivel 3 que se muestran en las referencias.

La claridad en la presentación de los conceptos y el uso de elementos interactivos resultarán particularmente útiles para involucrar a los estudiantes en el aprendizaje de la geometría plana, independientemente de su nivel específico

Vivimos tiempos donde la tecnología redefine constantemente nuestras formas de crear y aprender. En sintonía con esta realidad, la preparación de **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** ha incorporado el uso de inteligencia artificial como una herramienta complementaria. Su rol ha sido el de un asistente versátil, contribuyendo en aspectos como la generación de código o la búsqueda de patrones en la exposición de temas complejos. Sin embargo, el corazón de este libro, su estructura, su enfoque didáctico, la pasión por la geometría y la garantía de su rigor, **sigue siendo profundamente humano y es responsabilidad íntegra del autor**.

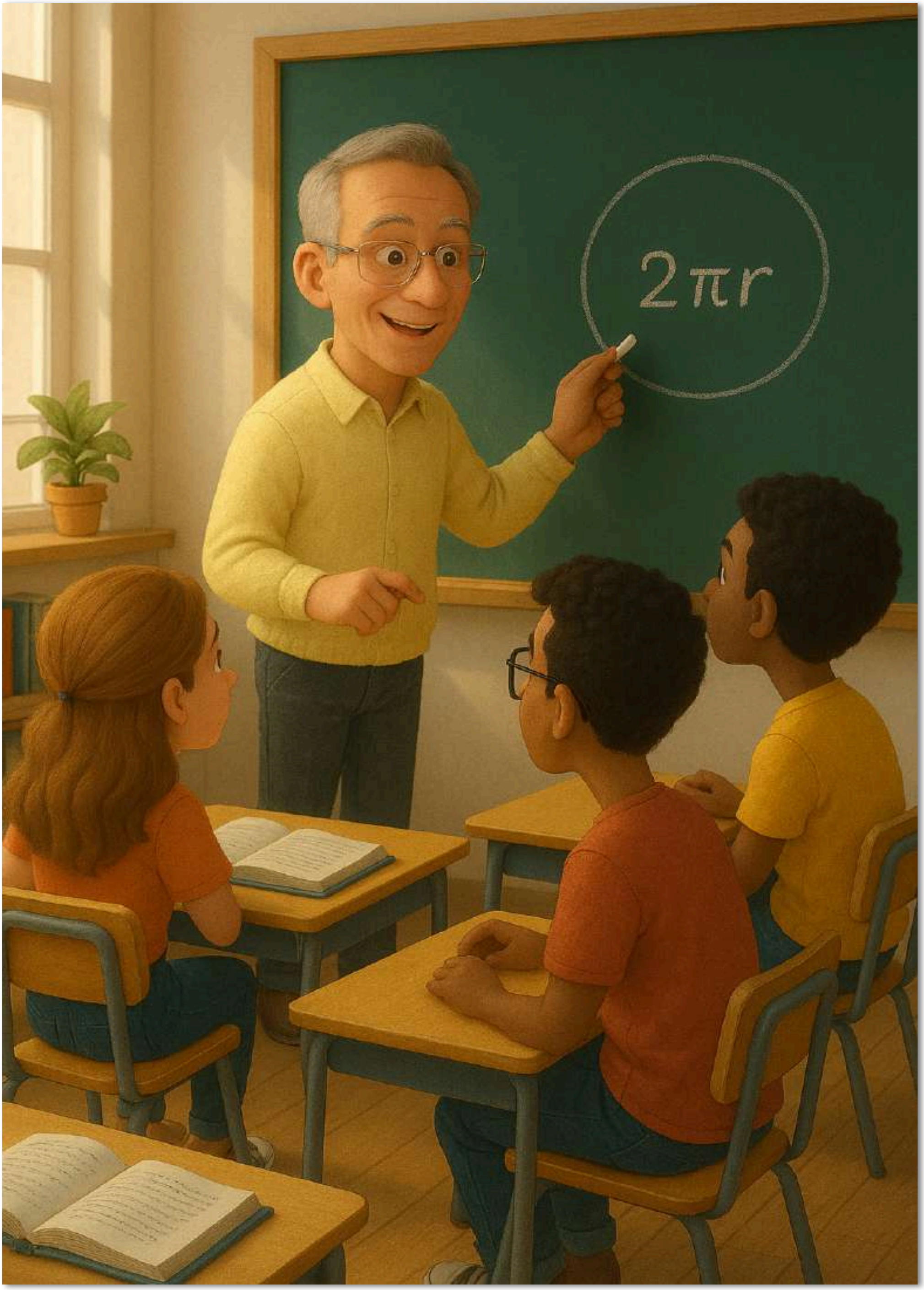
Sobre los editores

Este libro, **"Geometría Plana: Lo que debes saber"**, se publica de forma gratuita como parte del compromiso de poner al alcance de todos el conocimiento matemático y la educación abierta.

La obra es una publicación del Fondo Editorial RED Descartes de la **Red Educativa Digital Descartes**, con sede en Córdoba (España), como contribución al Proyecto iCartesiLibri.

Esta edición ha sido posible gracias a la colaboración entre la Red Educativa Digital Descartes y la Institución Universitaria Pascual Bravo (IUPB) en Medellín, Colombia, una institución de educación superior enfocada en la formación tecnológica.

A través de esta colaboración interinstitucional e internacional, se busca poner al alcance de estudiantes, docentes y público en general un recurso educativo de calidad que contribuya a la formación matemática, eliminando las barreras económicas de acceso al conocimiento.


2πr

Sobre el autor

José M. Fernández (Zhema) es docente del Departamento de Educación de Adultos del **Harry S Truman College** de Chicago, Illinois, EE.UU. Fernández ha escrito varios libros para el **Proyecto iCartesiLibri.** que abarcan gráficos, ecosistemas, mapas y otros valiosos recursos didácticos dirigidos a estudiantes adultos.

Su objetivo está alineado con el de los editores: democratizar el conocimiento con un enfoque práctico, interactivo y visualmente claro.

Los libros incluyen elementos interactivos y están diseñados para desarrollar el pensamiento crítico y la capacidad analítica. Todos han estádo publicándose por el Fondo Editorial RED Descartes bajo una licencia Creative Commons.

El presente trabajo es el proyecto especial del **ABE/ASE Master Teacher 2025** del profesor Fernández, consistente en "*presentar un contenido original en una conferencia o capacitación*".

La credencial de **ABE/ASE Master Teacher** es el último paso en la Trayectoria Profesional del Personal Docente ABE/ASE de Illinois, establecida por la Junta de Colegios Comunitarios de Illinois.

⇐ **Imagen**: Professor Fernandez teaching Chat GPT Plus

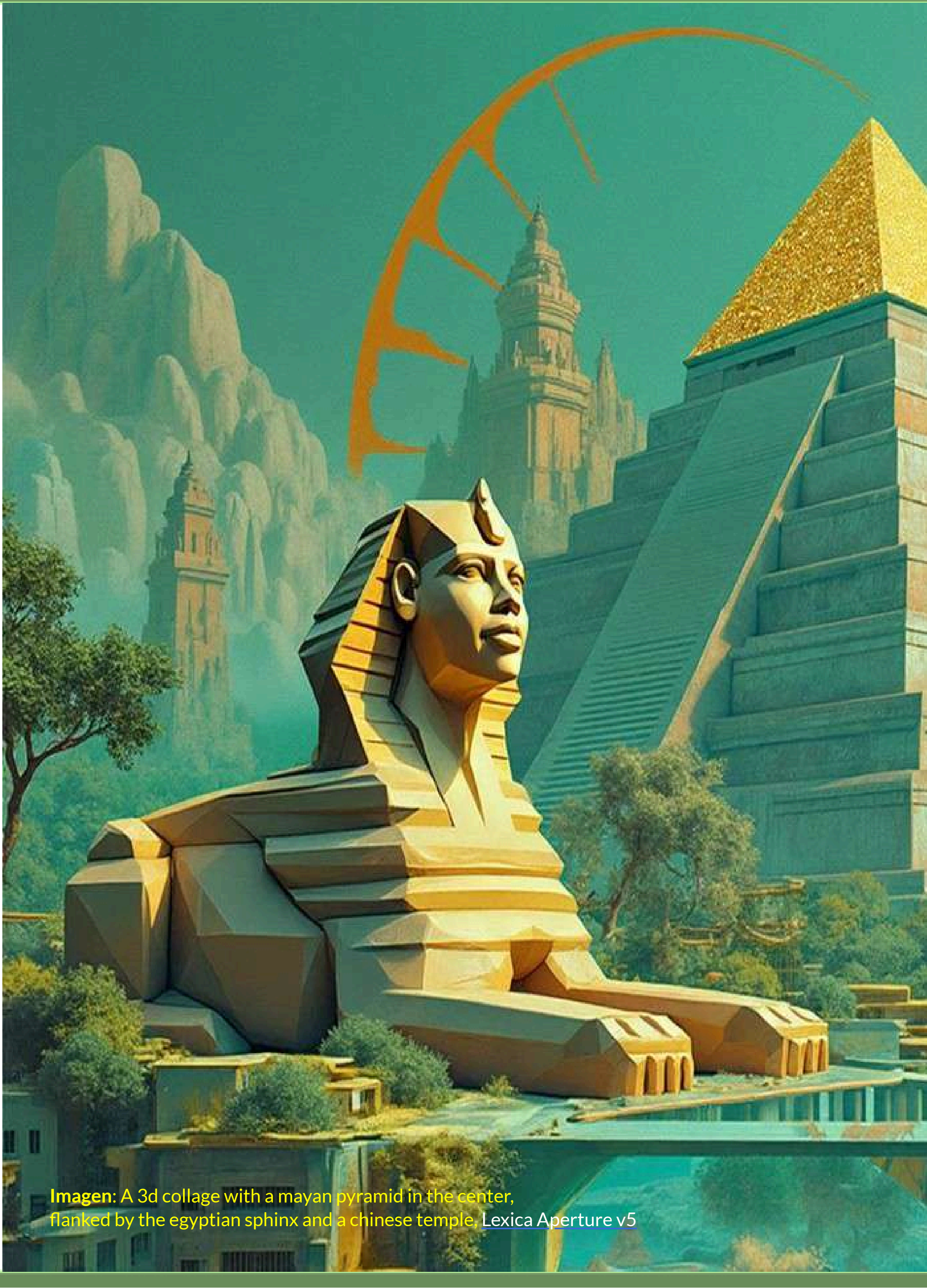
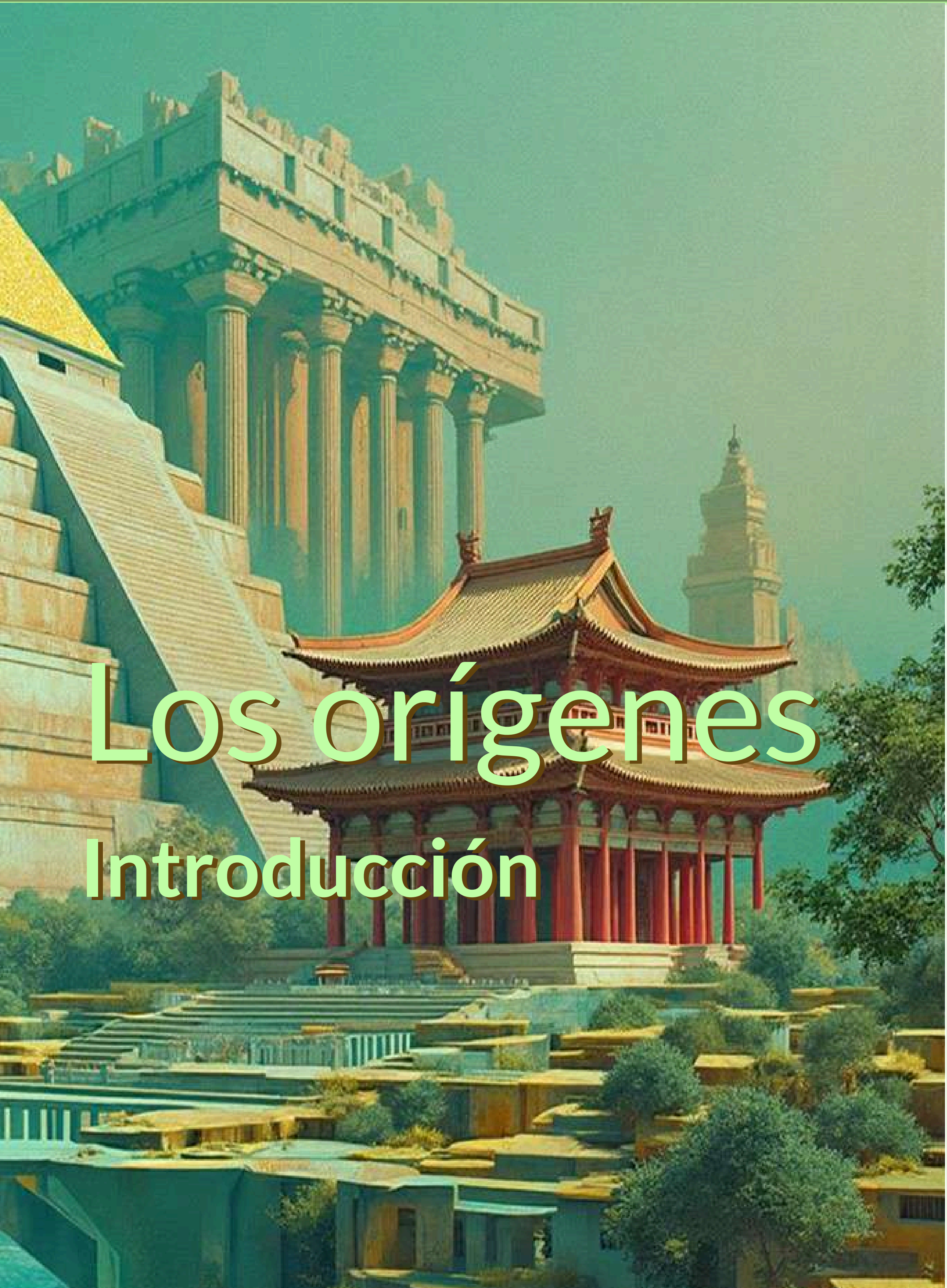
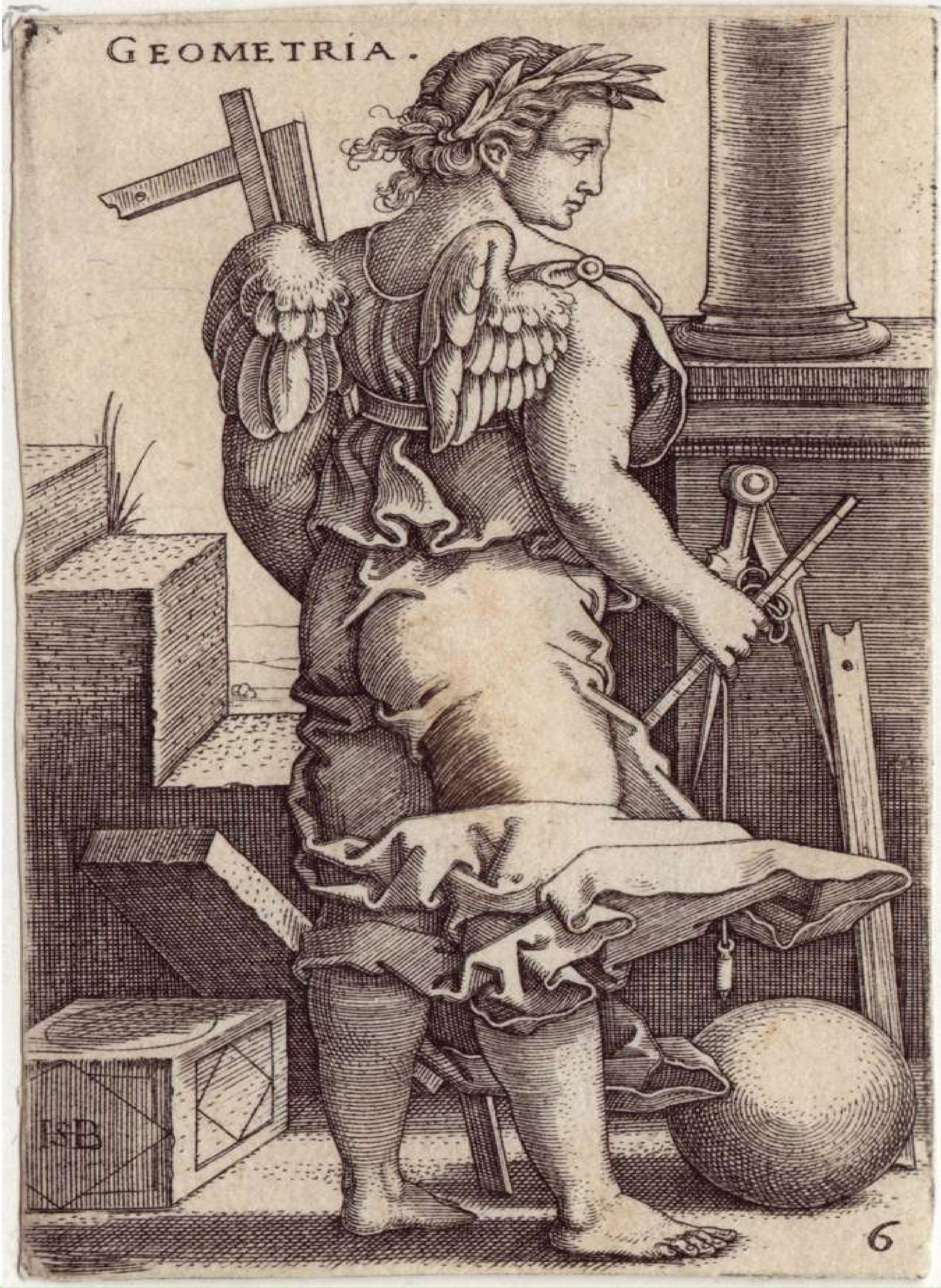


Imagen: A 3d collage with a mayan pyramid in the center,
flanked by the egyptian sphinx and a chinese temple, Lexica Aperture v5

Los orígenes

Introducción




GEOMETRIA.
ISB
6

1.1 Los orígenes de la Geometría

Desde tiempos inmemoriales, la geometría ha sido una herramienta fundamental para el desarrollo de la civilización humana. Las antiguas culturas egipcia, mesopotámica, griega, china, india, maya, azteca e inca, entre otras, desarrollaron conocimientos geométricos que les permitieron construir monumentos impresionantes, diseñar ciudades, medir tierras, navegar por los mares y comprender los movimientos de los astros.

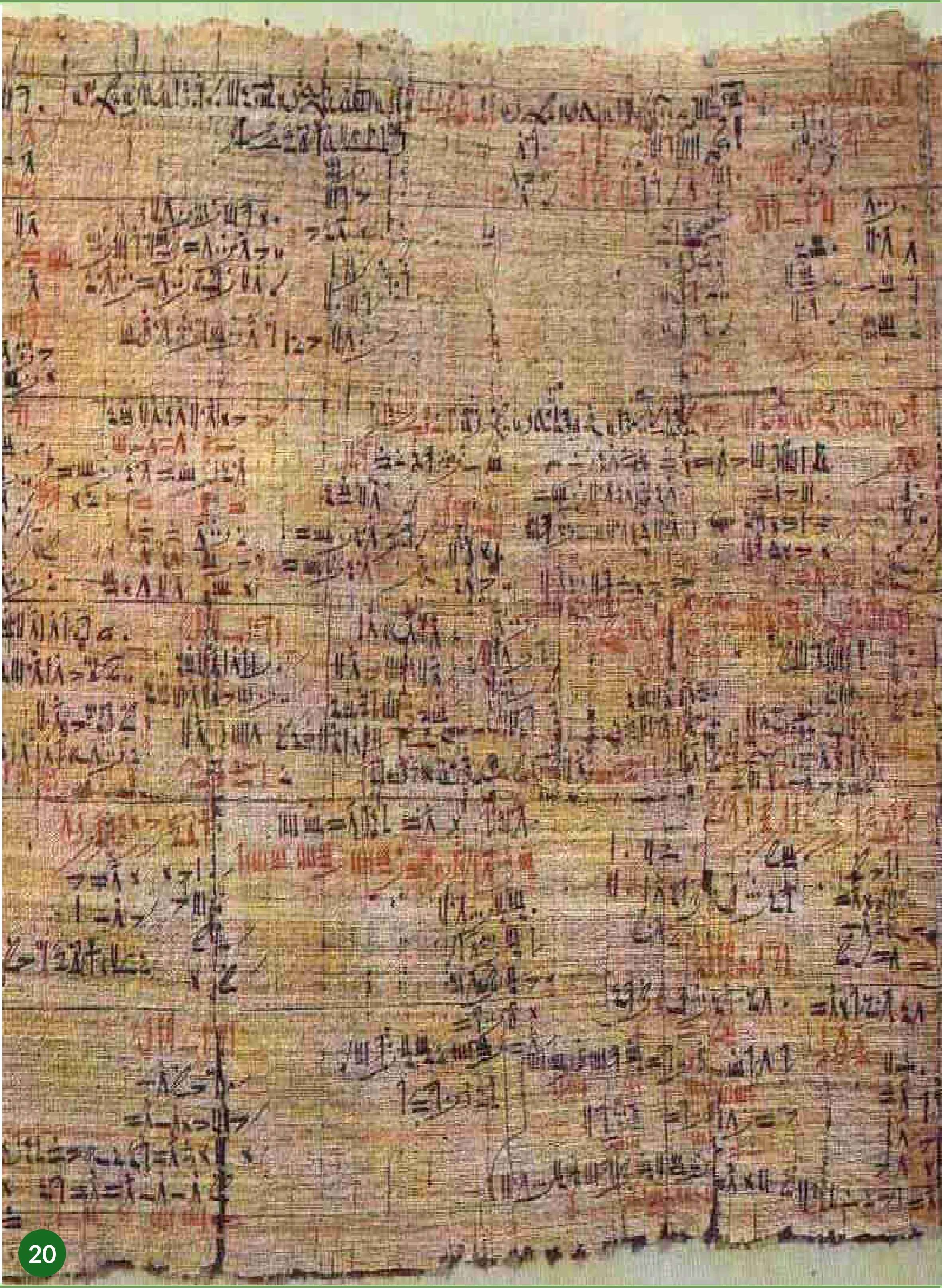
Estas civilizaciones antiguas, a través de la observación, la experimentación y el razonamiento, sentaron las bases de la geometría que conocemos y utilizamos hoy en día. Sus descubrimientos y métodos, aunque a menudo empíricos y prácticos, fueron fundamentales para el avance de esta disciplina y su aplicación en diversos campos.

Nuestro conocimiento es el resultado de un largo proceso de desarrollo.

Antes de iniciar los estudios, haremos un recorrido por la geometría de las antiguas civilizaciones, explorando cómo cada cultura abordó esta disciplina de manera única, adaptándola a sus necesidades y creencias. Cómo aplicaron la geometría en la construcción de pirámides y en la medición de tierras, o cómo desarrollaron un sistema numérico avanzado y transformaron la geometría en un sistema axiomático y deductivo.

Muchas otras culturas, como la sumeria, también desarrollaron conocimientos geométricos originales que aplicaron en la construcción, la astronomía y la planificación urbana.

⇐ **Imagen**: Beham, (Hans) Sebald (1500-1550): Geometria (B.126, P.128), from The Seven Liberal Arts, P., Holl. 123-129. First state of two. Wikimedia Commons



1.1.1 Egipto

Los egipcios desarrollaron la geometría de forma práctica para resolver problemas cotidianos relacionados con la agricultura, la construcción y la administración de sus recursos. Su enfoque era principalmente empírico, es decir, basado en la experiencia y la observación, más que en la deducción teórica.

Dos papiros son fuentes importantes de nuestro conocimiento sobre la geometría egipcia.

- El **Papiro de Rhind** (1650 a.C.) contiene problemas geométricos prácticos que los egipcios sabían resolver, como el cálculo de áreas de triángulos y rectángulos, así como el volumen de cilindros.
- El **Papiro de Moscú** (1850 a.C.) incluye fórmulas para calcular el área de una esfera truncada y los volúmenes de pirámides y prismas.

La geometría en el Antiguo Egipto surgió de las necesidades prácticas a través de la observación y la experimentación.

Los egipcios aplicaron principios básicos del teorema de Pitágoras para construir ángulos rectos, una técnica fundamental en la construcción de sus monumentales edificaciones. También lograron desarrollar una fórmula para calcular el área del círculo que, aunque era una aproximación, sentó las bases para el cálculo preciso en el futuro.

La geometría egipcia tuvo un impacto significativo en la civilización griega, cuyos matemáticos se inspiraron en las técnicas prácticas de los egipcios para desarrollar aún más esta disciplina. Aunque no se conocen figuras individuales destacadas en la geometría egipcia, el conocimiento fue transmitido por escribas que preservaron y aplicaron estas técnicas matemáticas.

⇐ **Imagen** Problema 34 del Papiro de Rhind: "10 panes se reparten entre 3 hombres de manera que el segundo recibe la mitad que el primero y el tercero la cuarta parte que el primero. ¿Cuánto recibe cada uno?" circa 1650 a.C. [Matemáticas del reparto]

1.1.2 Babilonia

Los babilonios desarrollaron una geometría más abstracta en comparación con los egipcios, y para ello se valieron de tablas matemáticas y un sistema numérico avanzado, el sistema sexagesimal . Este sistema les permitía realizar cálculos más complejos y precisos.

El desarrollo de conceptos relacionados con triángulos rectángulos, influyeron en el desarrollo posterior de la geometría en otras culturas, como la griega.

Las tablas babilónicas, que datan de entre 1800 y 1600 a.C., son documentos antiguos que contienen problemas geométricos relacionados con el cálculo de áreas y volúmenes. Una de las tablas más conocidas es la Plimpton 322, que contiene una lista de ternas pitagóricas , lo que sugiere que los babilonios tenían conocimiento sobre las relaciones entre los lados de los triángulos rectángulos.

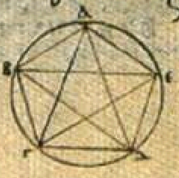
Los babilonios hicieron uso de aproximaciones matemáticas avanzadas para llevar a cabo cálculos de áreas y volúmenes. Esto demuestra un alto nivel de análisis en su enfoque de la geometría. Además, desarrollaron conceptos relacionados con los triángulos rectángulos, lo que más tarde influiría en el desarrollo de la trigonometría. La influencia de la geometría mesopotámica se extendió hasta los griegos, quienes adoptaron algunos de sus enfoques conduciéndolos hacia la geometría abstracta.

Aunque no se conocen figuras individuales destacadas en el campo de las matemáticas en Mesopotamia, al igual que en Egipto, el conocimiento era transmitido y desarrollado por los escribas, quienes desempeñaban un papel fundamental en la preservación y avance de las técnicas matemáticas.

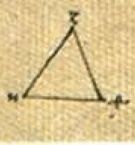
⇐ **Imagen:**Tablilla de arcilla, teoría de triángulos rectángulos, similar a la geometría euclidiana. De Tell Harmal (antiguo Shaduppum), Irak. 2003-1595 a.C. Museo de Irak en Bagdad, Irak. Tomada por Osama Shukir Muhammed Amin FRCP(Glasg) Cerebro Digital

τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓΕ ΔΒ εὐθειῶν
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ· ἐπεὶ οὖν ἑκα-
τέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ ΓΔΑ γωνιῶν διπλασίων ἐστὶ
τῆς ὑπὸ ΓΑΔ καὶ τετμημέναι εἰσὶ δίχα ὑπὸ τῶν
ΓΕ ΔΒ εὐθειῶν αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΑΓ
ΑΓΕ ΕΓΔ ΓΔΒ ΒΔΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· αἱ δὲ ἴσαι
γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ πέν-
τε ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ ἴσαι ἀλλή-
λαις εἰσίν· ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι
ὑποτείνουσιν· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΑΒ ΒΓ ΓΔ ΔΕ ΕΑ
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ
πεντάγωνον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον· ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ
περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση κοινὴ
προσκείσθω ἡ ΒΓΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια
ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν
τῆς ΑΒΓΔ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ ἐπὶ δὲ
τῆς ΕΔΓΒ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΕ· καὶ ἡ ὑπὸ
ΒΑΕ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΔ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ ΒΓΔ ΓΔΕ γωνιῶν ἑκατέ-
ρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΑΕ ΑΕΔ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ
ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον·
εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευ-
ρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ιβ Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον



ια



1.1.3 Grecia

Los griegos transformaron la geometría práctica utilizada por egipcios y babilonios en un sistema axiomático y lógico. En lugar de centrarse en problemas específicos, los griegos se enfocaron en deducciones abstractas y en la búsqueda de verdades universales que pudieran ser demostradas a través de la razón.

La geometría en la antigua Grecia pasó de ser una herramienta práctica a un sistema axiomático y lógico.

Uno de los documentos más influyentes en la historia de la geometría es **"Elementos"** de Euclides, escrito alrededor del 300 a.C. Esta obra maestra establece axiomas y teoremas que siguen siendo la base de la geometría moderna. Euclides no solo recopiló el conocimiento geométrico existente, sino que también lo organizó de manera lógica y rigurosa, sentando las bases para la geometría deductiva.

El desarrollo del método axiómatico permitió a los griegos desarrollar una geometría basada en la razón y la lógica, en lugar de la experiencia y la observación.

El Teorema de Pitágoras, que relaciona los lados de un triángulo rectángulo, ya era conocido por los babilonios y fue formalizado y demostrado matemáticamentelos por los griegos. La influencia de la geometría griega ha sido enorme y perdura hasta nuestros días. Los griegos establecieron una base teórica que influyó en todo el desarrollo posterior de la geometría.

Grandes matemáticos griegos como Euclides, considerado el "Padre de la Geometría", Pitágoras, famoso por su teorema, y Arquímedes, cuyos avances en la geometría del círculo y el cálculo de áreas fueron notables, contribuyeron de manera significativa al desarrollo de esta disciplina.

⇐ **Imagen**: Manuscrito griego de los siglos XI-XII donde podemos admirar el famoso pentagrama místico de los pitagóricos por su relación con la razón áurea. EL LEGADO DE LAS MATEMÁTICAS

九章算術細草圖說卷一

魏　劉　徽　注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉　敕注釋

鍾祥李　潢雲門譔

方田以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

荅曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

荅曰一百六十八步圖從十四廣十二

潢按據注所云則舊有圖而今亡矣補之

1.1.4 China

La geometría en la China se desarrolló con un enfoque principal en aplicaciones prácticas, como la construcción, la agrimensura y la astronomía.

Los chinos se centraron en resolver los problemas relacionados con la vida cotidiana y las necesidades prácticas.

Uno de los documentos más antiguos que nos da información sobre la geometría china es ***"Los nueve capítulos sobre el arte matemático"***, que data del 200 a.C. Este libro contiene problemas prácticos relacionados con áreas, volúmenes y proporciones, y muestra un enfoque utilitario de la geometría.

Los chinos hicieron un uso práctico de razones y proporciones en sus cálculos geométricos. También desarrollaron aproximaciones para el cálculo de π (pi)

La geometría china, aunque menos conocida en Occidente en comparación con la griega, tuvo una influencia significativa en el desarrollo de las matemáticas en Asia. Sus métodos y técnicas se difundieron por toda la región y contribuyeron al avance de esta disciplina en diferentes culturas.

Grandes matemáticos chinos como Liu Hui, quien comentó y mejoró "Los nueve capítulos", y Zu Chongzhi, quien calculó el valor de π con una precisión notable para su época, dejaron un legado importante en el campo de la geometría y las matemáticas en general.

⇐ **Imagen**: Versión publicada en el año 1820, de "Los nueve capítulos sobre el arte matemático" en China.. Wiki Arqueología

1.1.5 India

En la antigua India , la geometría se desarrolló en estrecha relación con los rituales religiosos y la astronomía. Los Sulba Sutras son las fuentes más antiguas que documentan los conocimientos geométricos de esta civilización. Los matemáticos indios, particularmente Brahmagupta en el siglo VII d.C., fueron **los primeros en tratar el cero como un número** y definir sus propiedades matemáticas, incluyendo las operaciones con él. La palabra **"cero"** proviene del sánscrito "shunya", que significa vacío..

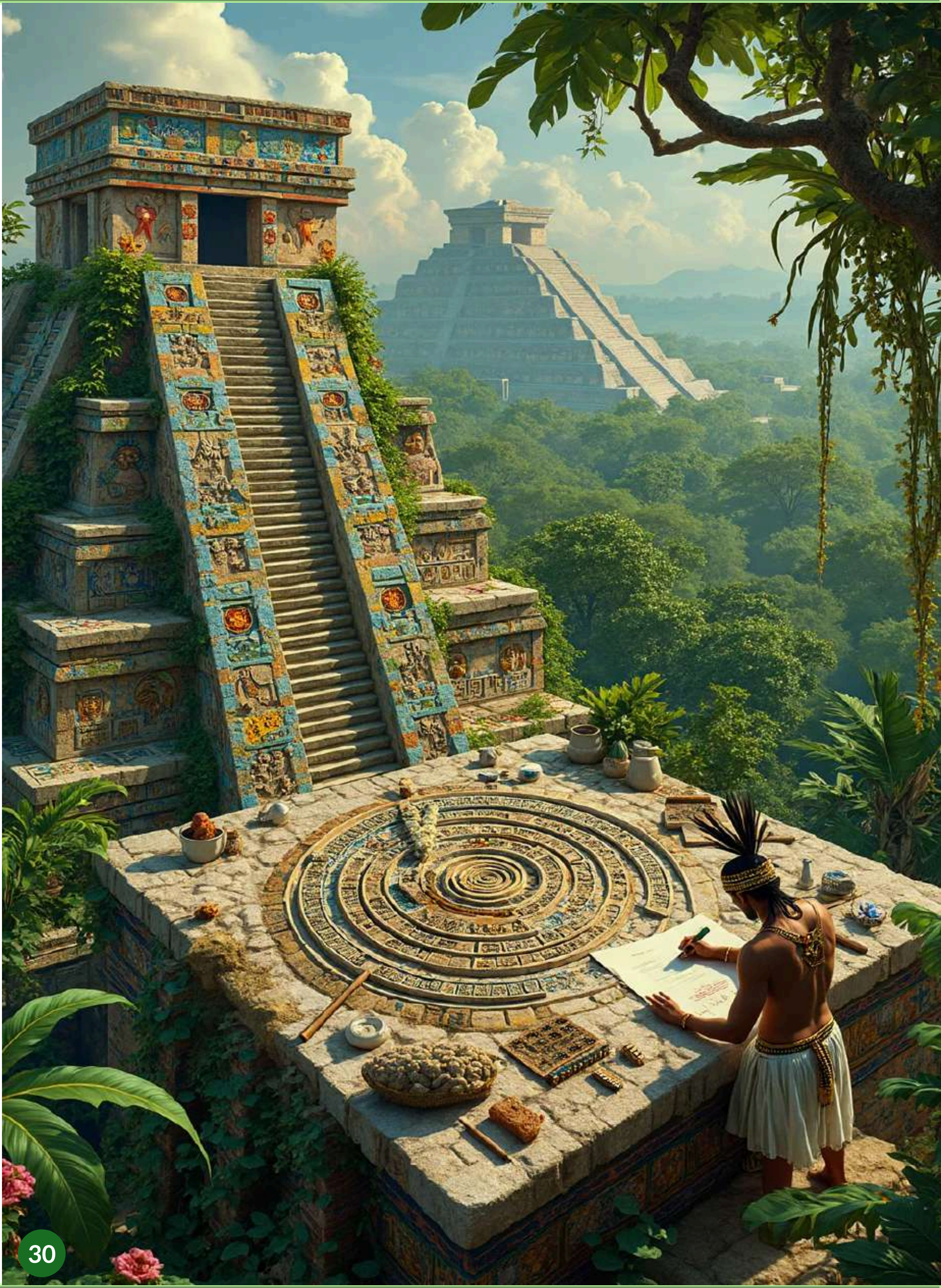
Los indios conocían el teorema de Pitágoras mucho antes que los griegos, lo que demuestra un desarrollo temprano de conceptos geométricos fundamentales. Además, trabajaron con ideas avanzadas sobre raíces cuadradas y proporciones, que eran esenciales para sus cálculos y construcciones.

La influencia de la geometría india trascendió sus fronteras. A través de la Edad de Oro del Islam, sus conocimientos se difundieron por el mundo islámico y, eventualmente, llegaron a Europa, donde impactaron el desarrollo de la geometría y las matemáticas en general.

La geometría hindú, nacida de su interacción con la religión y la astronomía, dejó un profundo legadoa en la historia de las matemáticas. Trascendió al mundo islámico y, posteriormente, a Europa.

Grandes matemáticos indios como Aryabhata y Brahmagupta jugaron un papel crucial en este legado. Aryabhata desarrolló fórmulas geométricas relacionadas con esferas y círculos, mientras que Brahmagupta realizó importantes aportaciones en geometría cíclica, rama de la geometría euclidiana que se centra en el estudio de las propiedades de las figuras inscritas en circunferencias.

⇐ **Imagen**: Two 1st century indian mathematicians developing a geometric theorem in the hall of a marble palace Lexica Aperture v5



1.1.6 Mayas

Los mayas fueron una civilización mesoamericana que desarrolló la geometría con un enfoque principal en la construcción, la astronomía y la elaboración de calendarios. Su conocimiento geométrico era esencial para la creación de sus impresionantes ciudades, la alineación precisa de sus edificios con eventos astronómicos y la creación de calendarios complejos que regían su vida ritual y agrícola.

Aunque no se conservan muchos documentos escritos de los mayas, los códices que han sobrevivido, como el **Códice de Dresde**, nos dan información valiosa sobre sus conocimientos geométricos. Si bien estos códices se centran principalmente en la astronomía, también contienen cálculos geométricos que eran fundamentales para lograr alineaciones arquitectónicas precisas con los cuerpos celestes.

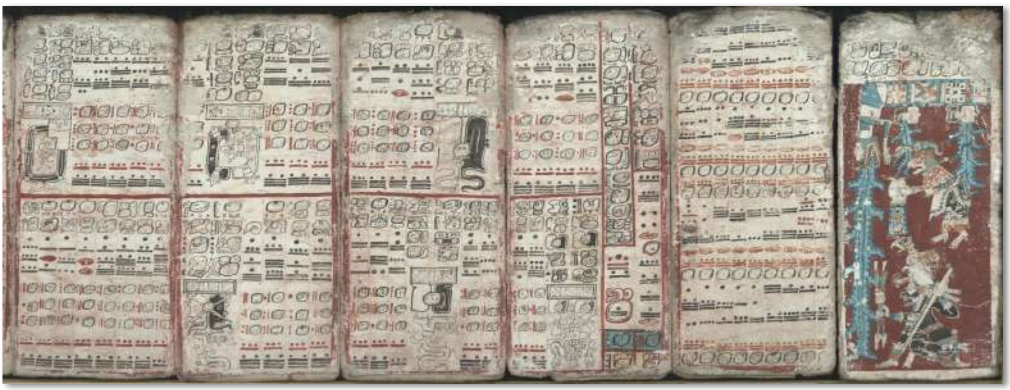
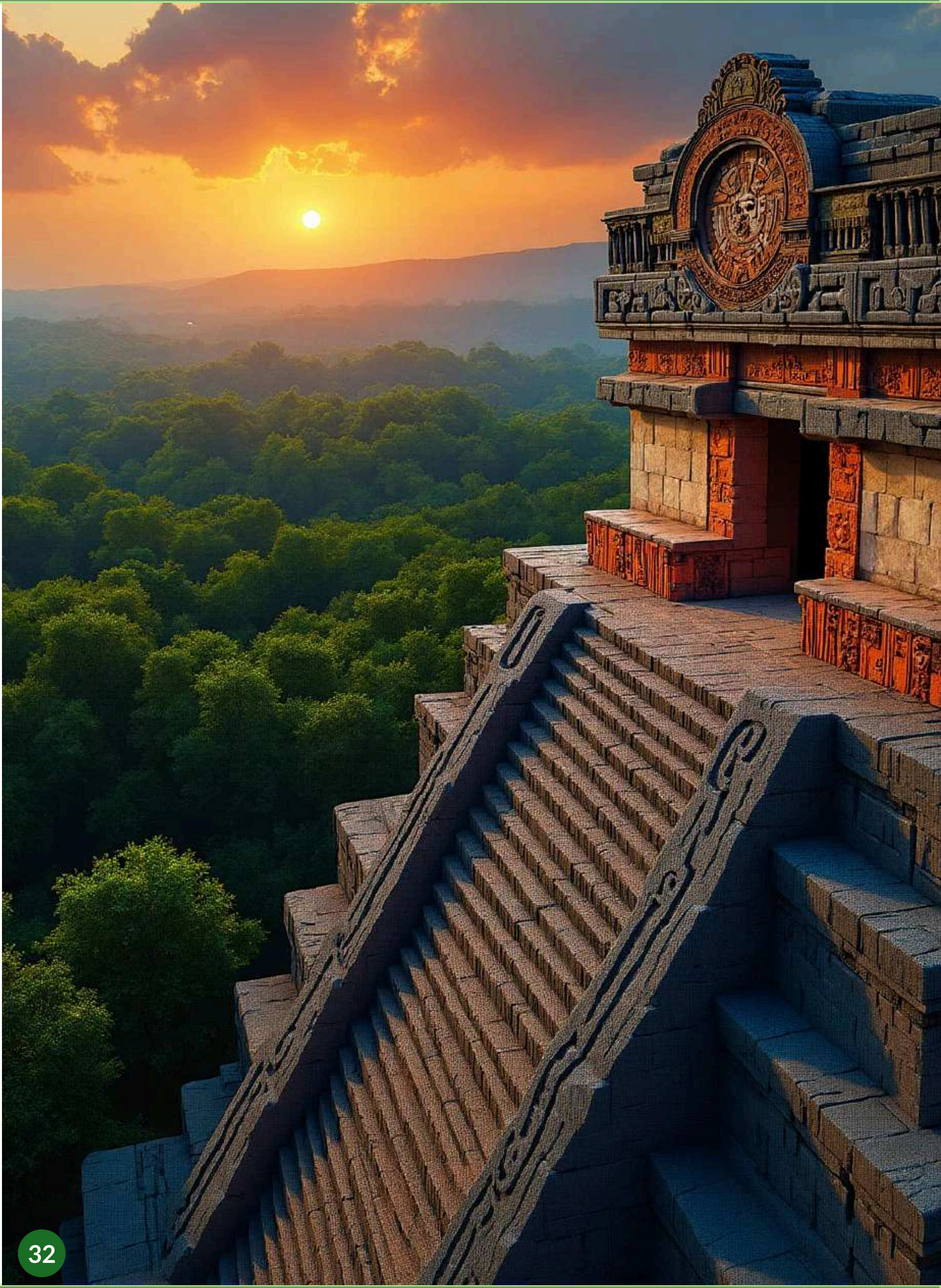


Figura 1.1. Seis páginas del Códice de Dresde: páginas (55-59, 74) sobre eclipses (izquierda), tablas de multiplicar y un diluvio (extremo derecho)
Imagen Wikipedia

Los mayas hicieron un uso sofisticado de la geometría en sus construcciones. La famosa pirámide de Chichén Itzá, está construida con una precisión geométrica notable. Utilizaron principios geométricos para asegurar que sus templos estuvieran alineados con los solsticios y los equinoccios . Los mayas llegaron a sus conocimientos geométricos a través de la observación y la experimentación, en lugar de basarse en teorías y conceptos desarrollados en otras culturas.

⇐ **Imagen**: A mayan building the solar calendar on top of a temple. Lexica Aperture v5



1.1.7 Aztecas

Los aztecas, una civilización mesoamericana que floreció en el valle de México, desarrollaron conocimientos geométricos que aplicaron en la construcción de sus impresionantes templos y en la planificación urbana de sus ciudades.

La geometría era una herramienta fundamental para los aztecas, ya que les permitía diseñar y construir estructuras monumentales con precisión y simetría.

Aunque no se conservan muchos documentos escritos de los aztecas que se centren específicamente en la geometría, los códices que han sobrevivido, como el **Códice Borbónico**, contienen información valiosa sobre sus conocimientos geométricos. Estos códices muestran que los aztecas tenían un conocimiento práctico de proporciones y medidas, que utilizaban en la arquitectura y otras áreas.

A la derecha se muestra una imagen del **Códice Borbónico**. Es un "libro" de origen azteca, confeccionado en una tira de papel hecho con fibras vegetales. De las 40 páginas originales, solo tiene actualmente 36.

Los aztecas hicieron un uso extensivo de la simetría y las proporciones en su arquitectura. Sus templos, como la Pirámide del Sol, están diseñados con una simetría y proporciones armoniosas. La geometría también era fundamental en la planificación urbana, se caracterizaban por su diseño cuadriculado bien planificadas. y su organización espacial.

Su legado arquitectónico y urbanístico es un testimonio de su habilidad para aplicar principios geométricos en la creación de estructuras impresionantes yciudades.

⇐ **Imagen**: Aztec calendar on top of an aztec temple Lexica Aperture v5

1.1.8 Incas

Los incas, fueron una civilización andina que floreció en América del Sur. Utilizaron la geometría de manera práctica para la construcción de su impresionante infraestructura, que incluía caminos, terrazas agrícolas, ciudades y complejos ceremoniales. Su dominio de la geometría fue esencial para superar los desafíos del terreno montañoso y construir estructuras duraderas que siguen en pie hasta nuestros días. Aunque no se conservan documentos escritos de los incas que se centren específicamente en la geometría, se cree que los quipus podrían haber contenido datos matemáticos relevantes. Sin embargo, la interpretación de los quipus sigue siendo un tema de investigación y debate.

Sus terrazas agrícolas fueron diseñadas para maximizar el uso del suelo y evitar la erosión

Los incas hicieron un uso práctico de la geometría para resolver problemas de construcción en terrenos montañosos. Sus terrazas agrícolas, por ejemplo, fueron diseñadas con precisión geométrica para maximizar el uso del suelo y evitar la erosión. También construyeron caminos y puentes que requerían un conocimiento profundo de la geometría para superar obstáculos naturales y conectar diferentes partes de su vasto imperio.

Su conocimiento geométrico les permitió superar los desafíos del terreno montañoso y construir estructuras duraderas que siguen en pie hasta nuestros días. Aunque no se conocen figuras individuales destacadas, su legado arquitectónico es un testimonio de su habilidad para aplicar principios geométricos en la creación de obras maestras de la ingeniería.

⇐ **Imagen**:Incas building Machu Picchu with the terraces and the temple of the sun. Lexica Aperture v5

1.1.9 El Papiro de Rhind

El Papiro de Rhind fue descubierto en 1858 en Tebas, Egipto, y fue adquirido por el egiptólogo escocés Alexander Henry Rhind, de ahí su nombre. Actualmente, el papiro se encuentra en el Museo Británico de Londres, donde se conserva y se estudia para seguir revelando los secretos de las matemáticas egipcias.

Es un documento de carácter didáctico[2] que contiene problemas geométricos y aritméticos que abarcan desde operaciones básicas con números enteros y fracciones hasta problemas de proporciones y ecuaciones lineales. También incluye tablas de fracciones y métodos para realizar cálculos con fracciones, lo que demuestra un conocimiento avanzado de este tema por los egipcios. La imagen de la derecha muestra una parte del Papiro de Rhind que contiene la solución de un problema geométrico a través de ecuaciones de primer grado. Las incógnita se denomina AHA [3] (que significa montón)

Fue escrito por el escriba Ahmes a mediados del siglo XVI a. C., a partir de textos que, según él mismo refiere, tenían trescientos años de antigüedad en ese momento. El Papiro de Rhind revela que los egipcios tenían un conocimiento empírico de conceptos geométricos que más tarde serían formalizados y desarrollados por los griegos, como el teorema de Pitágoras. Este papiro nos recuerda que las matemáticas han sido una herramienta esencial para el desarrollo de las civilizaciones y que su estudio nos permite apreciar la inteligencia y la capacidad de resolución de problemas de nuestros antepasados.

⇐ **Imagen**: Beham, (Hans) Sebald (1500-1550): Geometria (B.126, P.128), from The Seven Liberal Arts, P., Holl. 123-129. First state of two. [Wikimedia Commons]

---

2 Que un documento tenga carácter didáctico significa que está diseñado y estructurado con el propósito de facilitar el aprendizaje y la enseñanza. Implica que el contenido se presenta de manera que sea comprensible, accesible y efectivo para transmitir conocimiento o habilidades. Este libro que lees, es un documento didáctico.

3 [Matemáticas y sus fronteras]

1.1.10 Solución de un problema geométrico egipcio

Los egipcios, a pesar de que no tenían el concepto de **π** como una constante matemática, desarrollaron un método que les permitía obtener resultados útiles para sus necesidades en la construcción y la agrimensura. Su influencia en la geometría griega es innegable, ya que los griegos, como Heródoto documentó en sus escritos, aprendieron de los egipcios durante sus viajes.

El problema 50 del Papiro de Rhind

Calcular el área de un campo circular cuyo diámetro tiene 9 khet .

Los egipcios aproximaban el área del círculo dividiéndolo en cuadrados, utilizando un octágono para representarlo. Ahmes calcula el área del círculo considerándolo igual a la de un cuadrado de lado 9.

> ***Dice: "resta al diámetro $\frac{1}{9}$ del mismo, que es 1. La diferencia es 8. Ahora multiplica 8 veces 8, que da 64. Este es el área del círculo"***

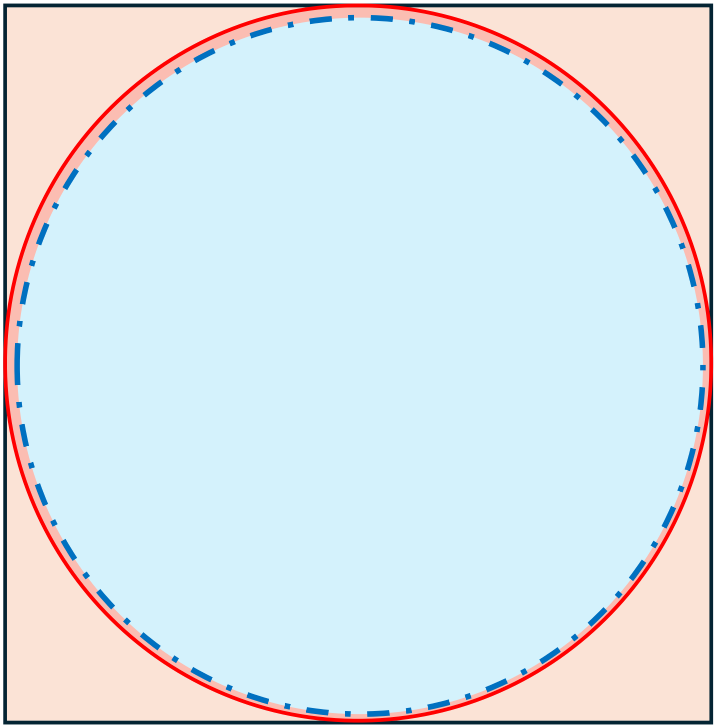
La solución que se propone en el papiro es la siguiente:

- Se toma el diámetro del círculo, que es 9 khet.
- Se resta un noveno del diámetro, lo que nos da 8 khet.
- Se eleva al cuadrado el resultado, 8 khet, obteniendo 64 khet cuadrados.

Por lo tanto, el área del círculo es de **64 khet cuadrados**.

Es importante notar que esta solución no es exacta, sin embargo, la solución propuesta en el papiro de Ahmes es una buena aproximación, especialmente considerando que los egipcios de la antigüedad no tenían un conocimiento preciso del valor de pi.

Solución de Ahmes para calcular el área



1.2 El puente entre lo antiguo y la moderno

Gran parte del conocimiento de los antiguos griegos, romanos, persas, indios y chinos llegó a Europa a través de las traducciones realizadas durante la **Edad de Oro** del islam. Este fue un período de florecimiento cultural, científico, económico y político en el mundo islámico que abarcó aproximadamente desde el siglo VIII hasta el siglo XIII.

Los musulmanes **tradujeron, preservaron y expandieron** el conocimiento de civilizaciones antiguas y se destacaron en áreas como matemáticas, astronomía, medicina, química, filosofía, y geografía. Matemáticos como **Al-Juarismi** introdujeron el álgebra Médicos como Avicena (Ibn Sina) escribieron obras fundamentales como el **Canon de Medicina** , que se usó en Europa durante siglos.

En la **Casa de la Sabiduría** de Bagdad, se tradujeron al árabe obras de autores clásicos como Aristóteles, Platón, Euclides, Hipócrates, Ptolomeo y Galeno. Estas traducciones no se limitaron a copiar el original; los eruditos musulmanes escribieron comentarios y análisis críticos que expandieron las ideas de los antiguos

Este conocimiento llega a Europa a través la península ibérica (actual España). Entre los siglos XII y XIII, en Al-Andalus, la **Escuela de Traductores de Toledo** se convirtió en un punto clave para la transferencia de conocimiento. Los textos árabes fueron traducidos al latín por eruditos hispanos y judíos que trabajaban en colaboración con académicos musulmanes.

Europa occidental había perdido gran parte del acceso directo al conocimiento de la antigüedad clásica tras la caída del . **Imperio Romano** Muchas de las obras originales en griego se habían perdido o eran inaccesibles. Sin embargo, los musulmanes preservaron y enriquecieron ese legado. Así, cuando Europa comenzó a salir de la "Edad Oscura" y entró en el Renacimiento del siglo XII, **los textos árabes sirvieron como puente entre la antigüedad clásica y la modernidad.**

La Edad de Oro del Islam

Pausar Reproducir

Pulsa sobre la imagen para ampliarla

Imagen: Landscape in 3d with a town in mountains... Lexica Aperture v5

Capítulo I

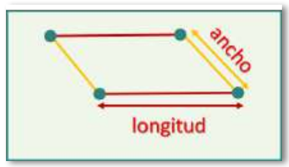
Elementos Geométricos

2.1 Las 3 dimensiones espaciales

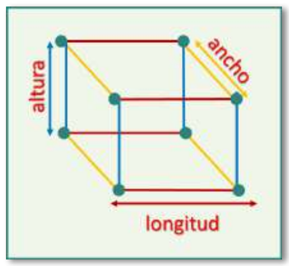
Cuando nos movemos, podemos hacerlo en tres direcciones diferentes: hacia adelante o hacia atrás, hacia un lado o hacia el otro, hacia arriba o hacia abajo. Esas direcciones son dimensiones [4] que están relacionadas con el espacio físico que podemos percibir y representar mediante trazos y coordenadas.

1. Primera dimensión (1D):
   - Representa un espacio lineal.
   - Se describe mediante una sola coordenada **(longitud)**.

2. Segunda dimensión (2D):
   - Representa un espacio plano.
   - Se describe con dos coordenadas **(longitud y ancho)**.



3. Tercera dimensión (3D):
   - Representa un espacio volumétrico.
   - Se describe con tres coordenadas **(longitud, ancho y altura)**.



⇐ **Imagen**: A house showing three clearly defined dimensions... [Lexica Aperture v3.5]

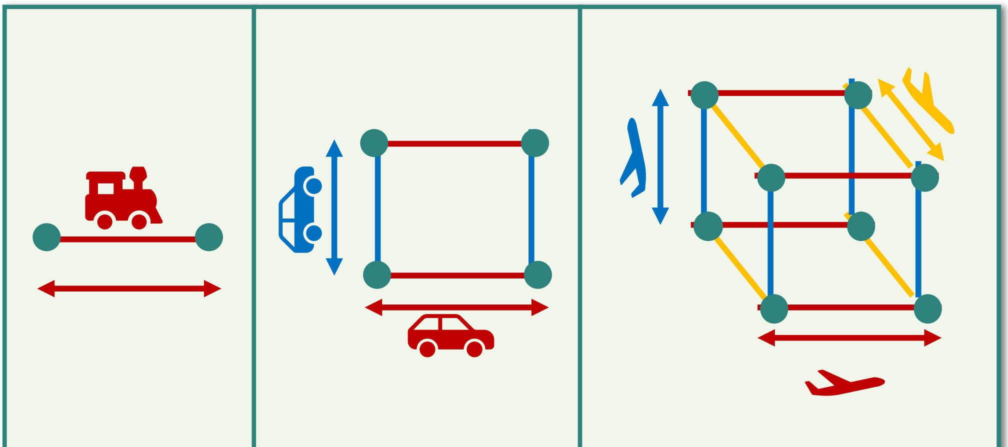
---

[4] Se trabaja en la idea de una **cuarta dimensión**, pero este es un concepto más abstracto y complejo, utilizado para explorar ideas más allá de nuestra percepción tridimensional. En **física**, a menudo se considera el **tiempo** como la cuarta dimensión, ya que los eventos ocurren en un espacio-tiempo de cuatro dimensiones. Algunas teorías sugieren que el **universo** podría tener más de cuatro dimensiones espaciales, aunque no podamos percibirlas directamente. En **matemáticas**, se pueden construir espacios de dimensiones superiores utilizando herramientas abstractas, aunque no tengan aún una representación física directa.

Experimentamos las tres dimensiones espaciales en nuestro diario vivir:

- Un **tren** se mueve en línea recta. Se mueve en una sola dirección: **Largo**
- Un **auto** se mueve en línea recta, pero también puede girar a la derecha o a la izquierda. Puede moverse en dos direcciones: **Largo y ancho**
- Un **avión** se mueve en línea recta, también puede girar a la derecha o a la izquierda y, además, puede moverse hacia arriba o hacia abajo. Puede moverse en tres direcciones: **Largo, ancho y altura**

Estas tres dimensiones son utilizadas en geometría para clasificar y describir objetos, estudiando las propiedades y relaciones de estas figuras en diferentes dimensiones.



1 dimensión	2 dimensiones	3 dimensiones
LARGO	LARGO Y ANCHO	LARGO, ANCHO Y ALTO

Figura 2.1. Las tres dimensiones espaciales.

2.2 Interactivo - Explorando dimensiones

Selecciona una dimensión para comenzar
Usa **INICIAR** para avanzar y
RETROCESO para ir en sentido contrario.

1 Dimensión | 2 Dimensiones | 3 Dimensiones

AVANZAR | RETROCEDER

2.3 Elementos básicos de la Geometría

Las letras no son palabras, pero sin ellas no podemos formar palabras. Las letras son esenciales para construirlas.

De manera similar, en geometría necesitamos elementos básicos, como las letras en el lenguaje, para construir las figuras.

Estos elementos son los fundamentos que **no requieren demostración**; están ahí, simplemente debemos utilizarlos. Sin estos elementos, no podríamos definir ninguna figura geométrica. Son los ladrillos con los que se construye todo el edificio de la geometría.

Este conjunto de conceptos en los que se basa la Geometría son los axiomas y postulados, que son verdades fundamentales que se aceptan sin demostración. Muchos de estos axiomas y postulados se refieren a puntos, líneas y planos.

Todas las figuras geométricas, por complejas que sean, se pueden construir a partir de puntos, líneas y planos.

De la geometría elemental estudiaremos la **Geometría plana** que contempla el estudio de las figuras que tienen únicamente dos dimensiones: largo y ancho. La **Geometría del espacio**, que estudia los cuerpos geométricos provistos de largo, ancho y altura, no serán objeto de estudio en este libro.

2.4 El punto

El punto es el elemento más básico de la geometría y **no tiene dimensiones**. No tiene ni longitud, ni anchura, ni altura.

- Se representa con un pequeño círculo relleno o una cruz.
- Se denotan con una letra mayúscula: A, B, P, M, etc.
- En ocasiones, pueden representarse varios puntos con la misma letra, diferenciadas con un subíndice numérico o literal: P_1,P_2, P_3, P_a,P_b, P_c,etc.

Los puntos se utilizan para marcar posiciones en el espacio, como la intersección de dos líneas o el centro de un círculo.

Figura 2.2. El punto no tiene dimensiones.

2.5 La línea

La línea tiene **una sola dimensión**: la longitud.

- Se extiende infinitamente en dos direcciones opuestas.
- Se representa con una línea recta con flechas en ambos extremos para indicar su extensión infinita.

  Las líneas pueden ser rectas (como una regla) o curvas (como un círculo).

Las líneas se utilizan para conectar puntos, definir bordes de figuras y representar trayectorias.

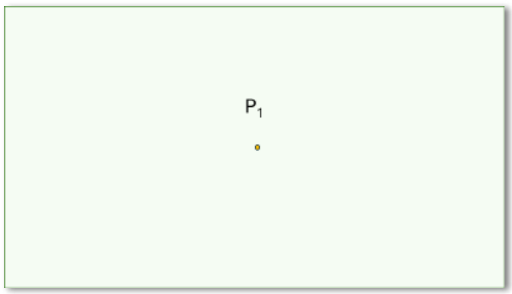


Figura 2.3. POSTULADO: Por un punto pasan infinitas líneas.

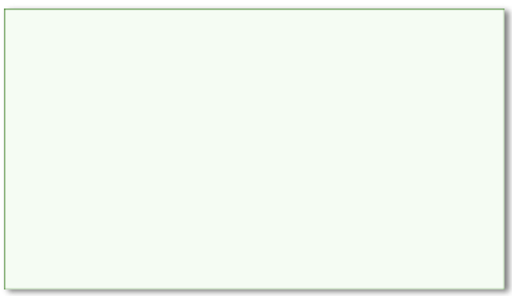


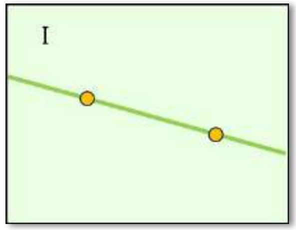
Figura 2.4. POSTULADO: Por dos puntos pasa una sola línea.

2.5.1 Postulados fundamentales de la línea

Los postulados de la línea son principios básicos de la geometría que describen las propiedades fundamentales de ellas. Estos postulados provienen de los fundamentos de la **geometría euclidiana,** [5] establecidos por Euclides en su obra Elementos . Estos son los postulados más relevantes relacionados con la línea

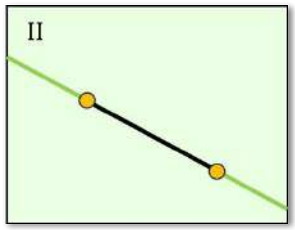
Postulado de existencia de la línea

Por dos puntos distintos siempre pasa una y solo una línea recta. Esto significa que dos puntos determinan una línea única.



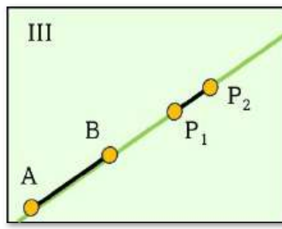
Postulado de continuidad

Una línea recta es infinita en ambas direcciones. Aunque en un dibujo representemos solo un segmento de línea, matemáticamente continúa sin fin.



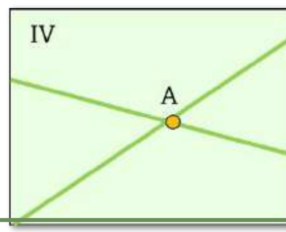
Postulado de divisibilidad

Una línea recta puede dividirse en segmentos más pequeños. Esto implica que podemos seleccionar cualquier punto en una línea y dividirla en partes.



Postulado de intersección

Si dos líneas rectas se cruzan, lo hacen en un solo punto. Las líneas no pueden cruzarse en más de un punto en la geometría euclidiana.



5 Además de la geometría euclidiana, existen varias, destacándose estas dos que niegan el postulado de las paralelas de Ecuclides:
Geometría Hiperbólica: En esta geometría existen infinitas rectas paralelas a una recta que pase por un punto exterior y la suma de los ángulos interiores de un triángulo es menor que 180 grados.
Geometría Elíptica: No existe ninguna recta paralela a una recta dada que pase por un punto exterior y la suma de los ángulos interiores de un triángulo es mayor que 180 grados

2.5.2 Conceptos básicos sobre la línea

En geometría, los conceptos de línea, recta y segmento son fundamentales para describir formas y estructuras.

- **Línea**
  Una línea es una figura geométrica que consiste en una sucesión continua e infinita de puntos. No tiene grosor, solo longitud.
- **Recta**
  La recta es una línea que no tiene curvaturas ni cambios de dirección a lo largo de su trayectoria. **No tiene principio ni tiene fin**.
  Se denota con dos letras mayúsculas que representan dos puntos en la recta y se escribe el símbolo de recta encima de las letras. $\overleftrightarrow{AB}$
- **Semirrecta**
  La semirrecta es una línea que **tiene principio pero no tiene fin**
  Se denota con dos letras mayúsculas que representan dos puntos en la semirrecta y se escribe el símbolo de semirrecta encima de las letras. $\overrightarrow{AB}$
- **Segmento**
  El segmento es una **porción finita de una recta** que está delimitada por dos puntos, llamados extremos.
  Se denota con dos letras mayúsculas que representan los extremos del segmento, y se coloca una línea sin flechas encima de las letras. $\overline{AB}$

Compruebe en el interactivo de la siguiente página, estos conceptos básicos sobre la línea.

2.5.3 Interactivo - Líneas rectas

Recta | Semirrecta | Segmento | Limpiar

Interactivo
Líneasrectas

AVANZAR | RETORCEDER

2.5.4 Relación entre dos rectas

En geometría, las líneas pueden interactuar de diversas maneras dependiendo de su posición y relación en el espacio. Estas interacciones son fundamentales para entender cómo se forman las figuras en geometría y cómo se describen sus propiedades. Estas relaciones son esenciales en el cálculo de áreas y volúmenes, y la resolución de problemas.

Líneas Paralelas

Son dos o más líneas que nunca se intersectan y siempre mantienen la misma distancia entre ellas y tienen la misma dirección. Se denotan $AB||CD$.

Ejemplo: Los rieles de un tren.

Líneas Secantes

Son dos líneas que se cruzan en un único punto. Pueden formar aberturas estrechas o anchas en el punto de intersección. Se denota $AB \sec CD$ o $AB \bigcap CD$

Ejemplo: Dos carreteras que se cruzan en una intersección.

Líneas Perpendiculares

Son dos líneas secantes que se intersectan formando un ángulo recto. [6]. Pueden ser rectas, segmentos o semirrectas. Se denotan $AB \perp CD$

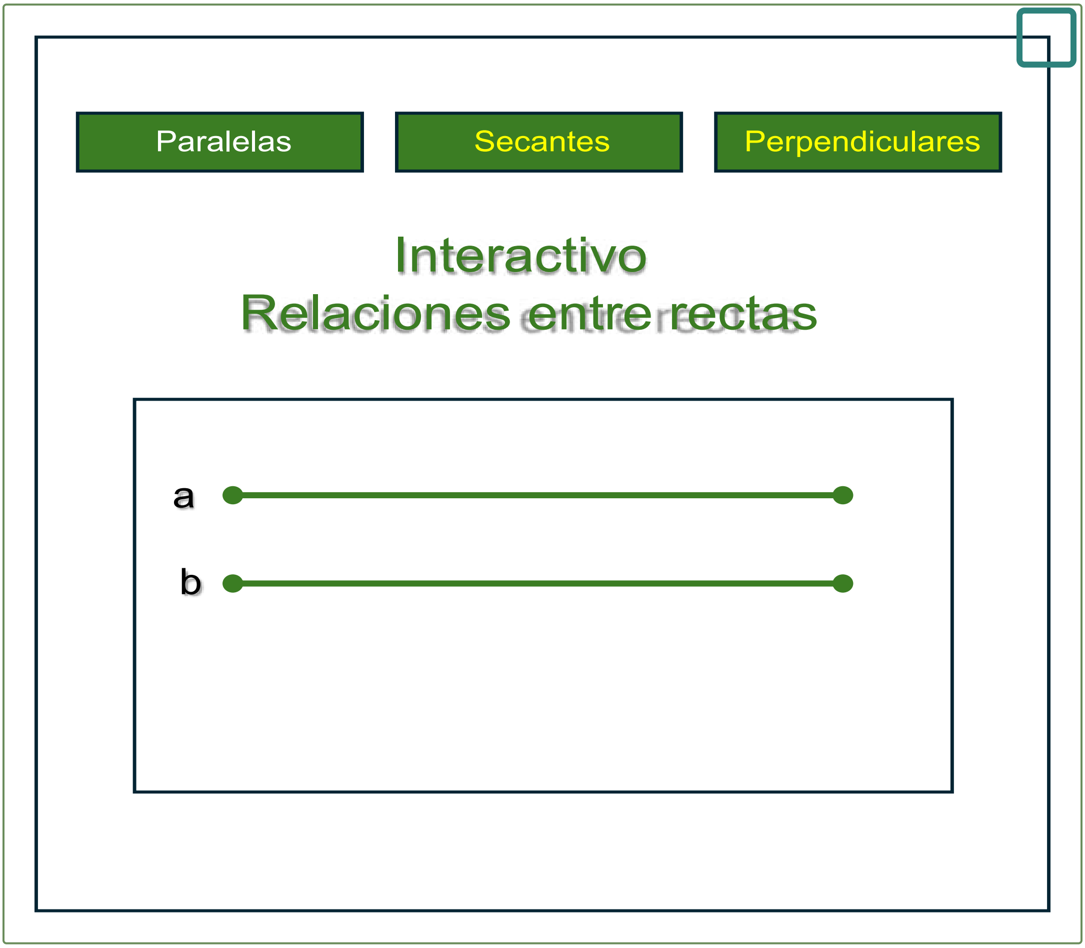
Ejemplo: El cruce de dos calles.

Cuando dos líneas comparten todos sus puntos, es decir, son exactamente la misma línea, se denominan **Líneas Coincidentes**.

---

[6] Un ángulo recto mide 90 grados. Las esquinas de una casa, o las de una calle forman un ángulo recto. Lo estudiaremos en el capítulo 3.2.1

2.5.5 Interactivo - Relaciones entre rectas



Las líneas paralelas, perpendiculares y secantes son fundamentales en nuestra vida diaria, a menudo sin que nos demos cuenta.

Las vemos en paredes, pisos y techos para crear estructuras estables y estéticamente agradables. Son parte de nuestro diario vivir.

2.5.6 Comprobación rápida - Elementos básicos

2.6 El plano

- El plano tiene dos dimensiones: longitud y ancho.
- Se extiende infinitamente en todas las direcciones dentro de esas dos dimensiones.
- Se representa con una figura plana de cuatro lados, aunque en realidad se extiende infinitamente.
- Los planos se utilizan para representar superficies planas, como el suelo, una pared o la página de un libro.

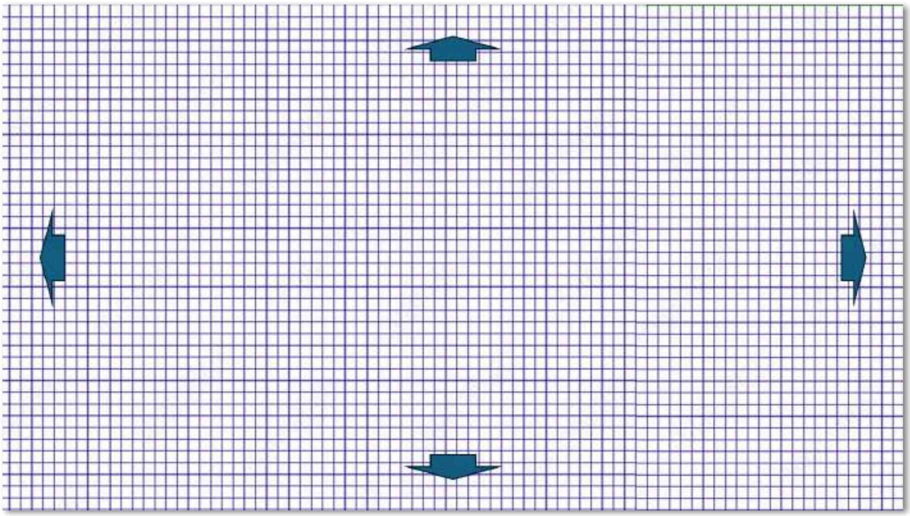
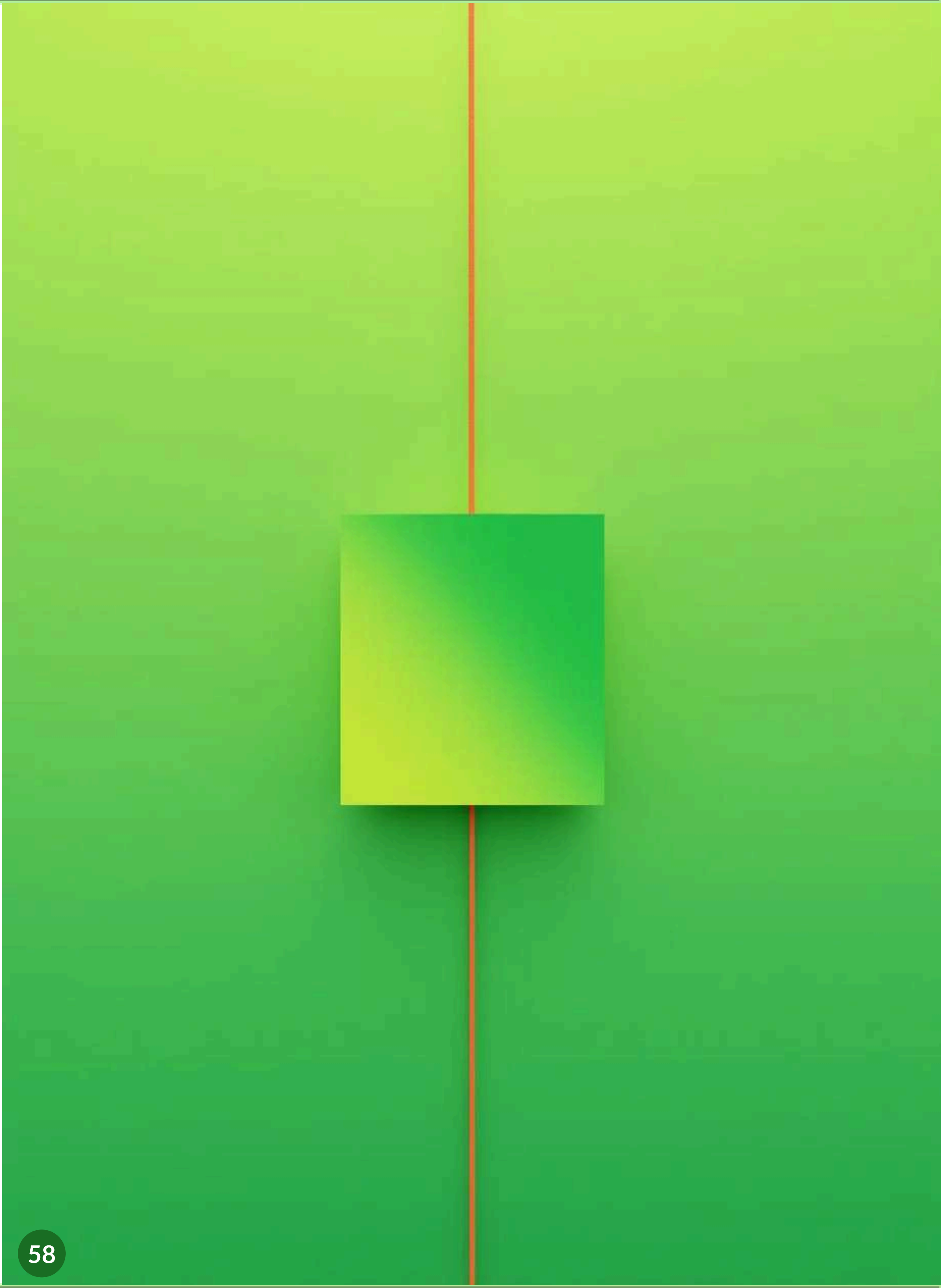


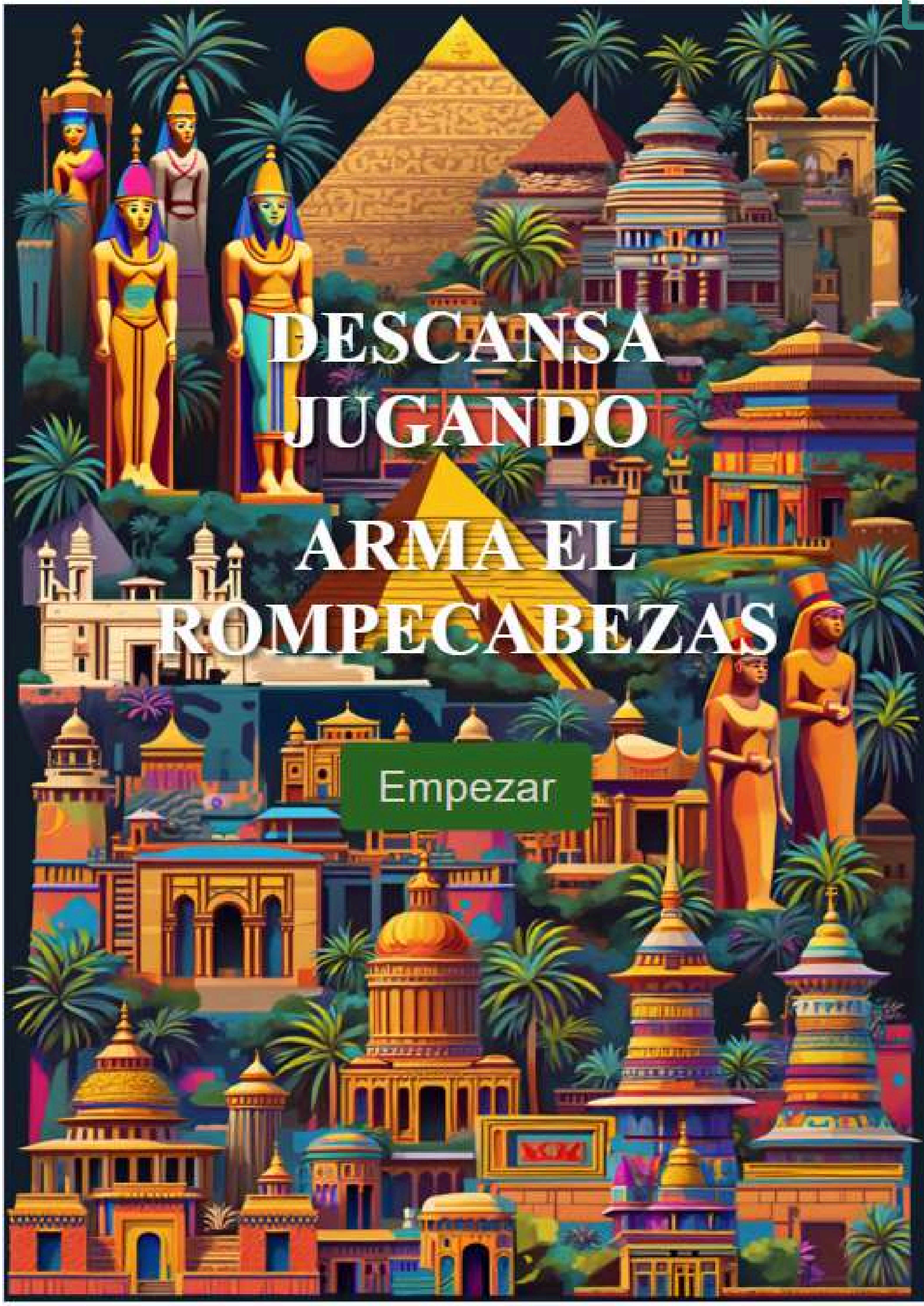
Figura 2.5. El plano tiene dos dimensiones.

Si tienes tres puntos que no están alineados en una sola línea recta, puedes formar un plano único que los contenga.



2.7 Interactivo - Práctica de conceptos básicos

⇐ **Imagen**: From a point comes a single straight line that reaches a square ... [Lexica Aperture v5]


DESCANSA JUGANDO
ARMA EL ROMPECABEZAS
Empezar

2.8 Comprobación - Elementos básicos

Comprobación
Elementos básicos

El punto, la línea y el plano

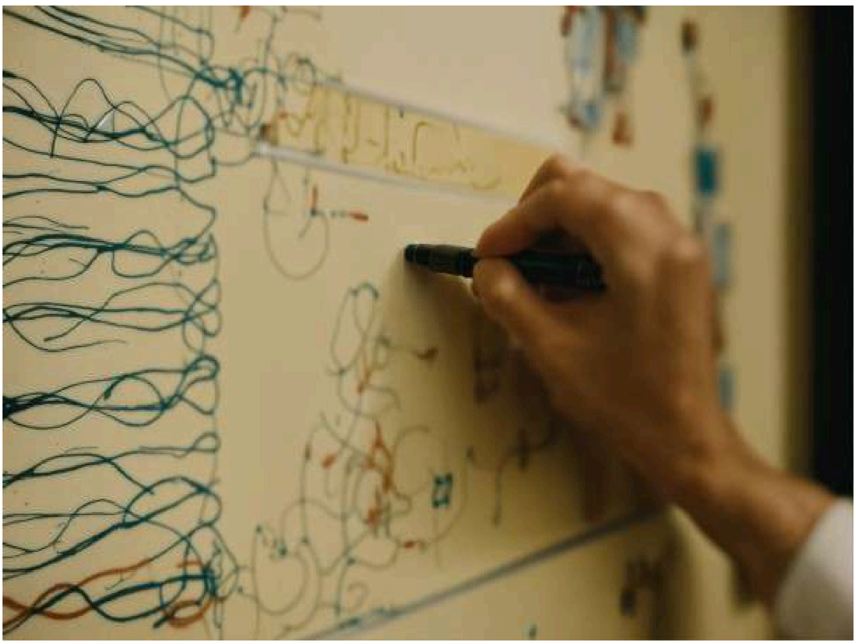
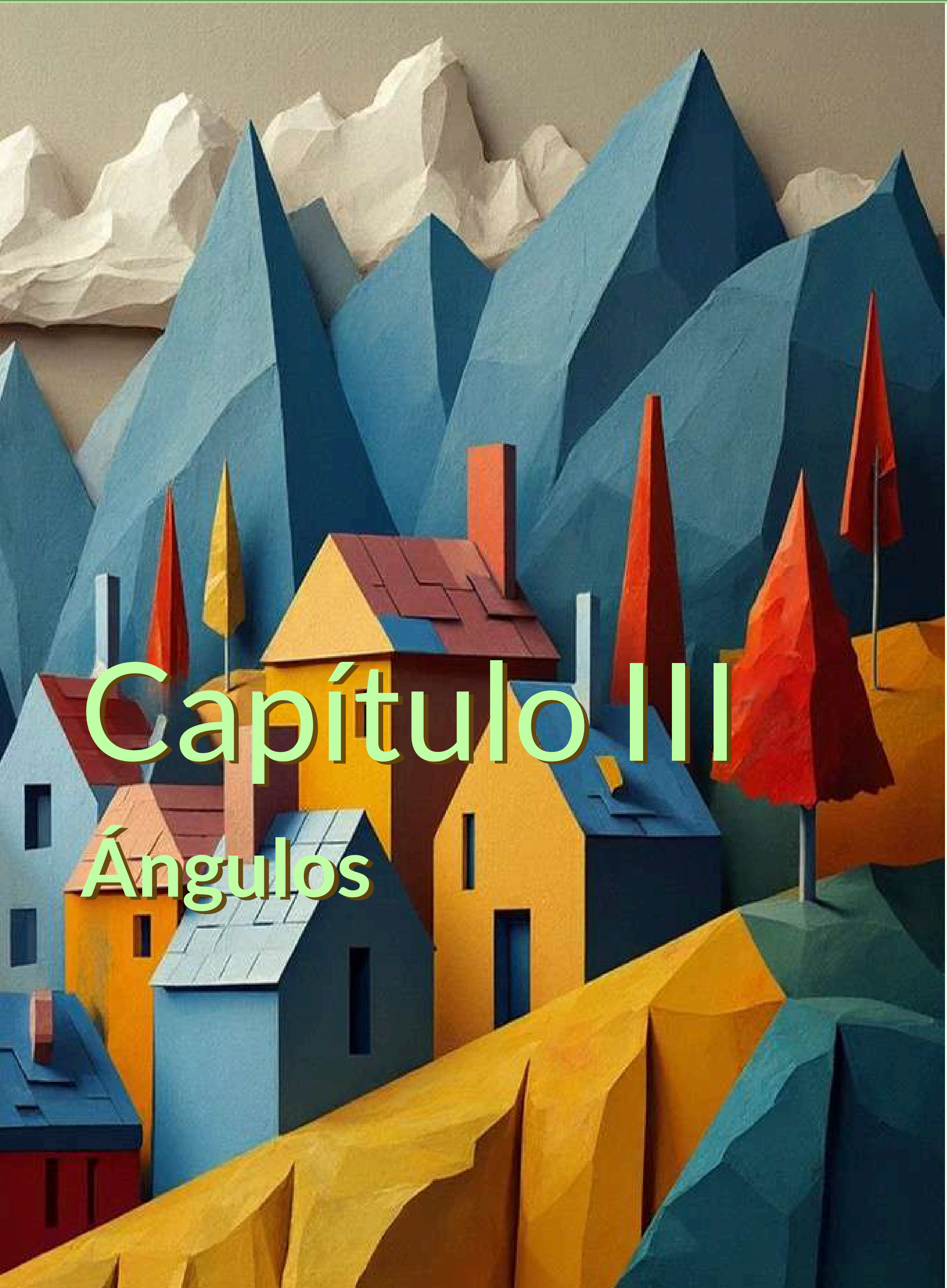
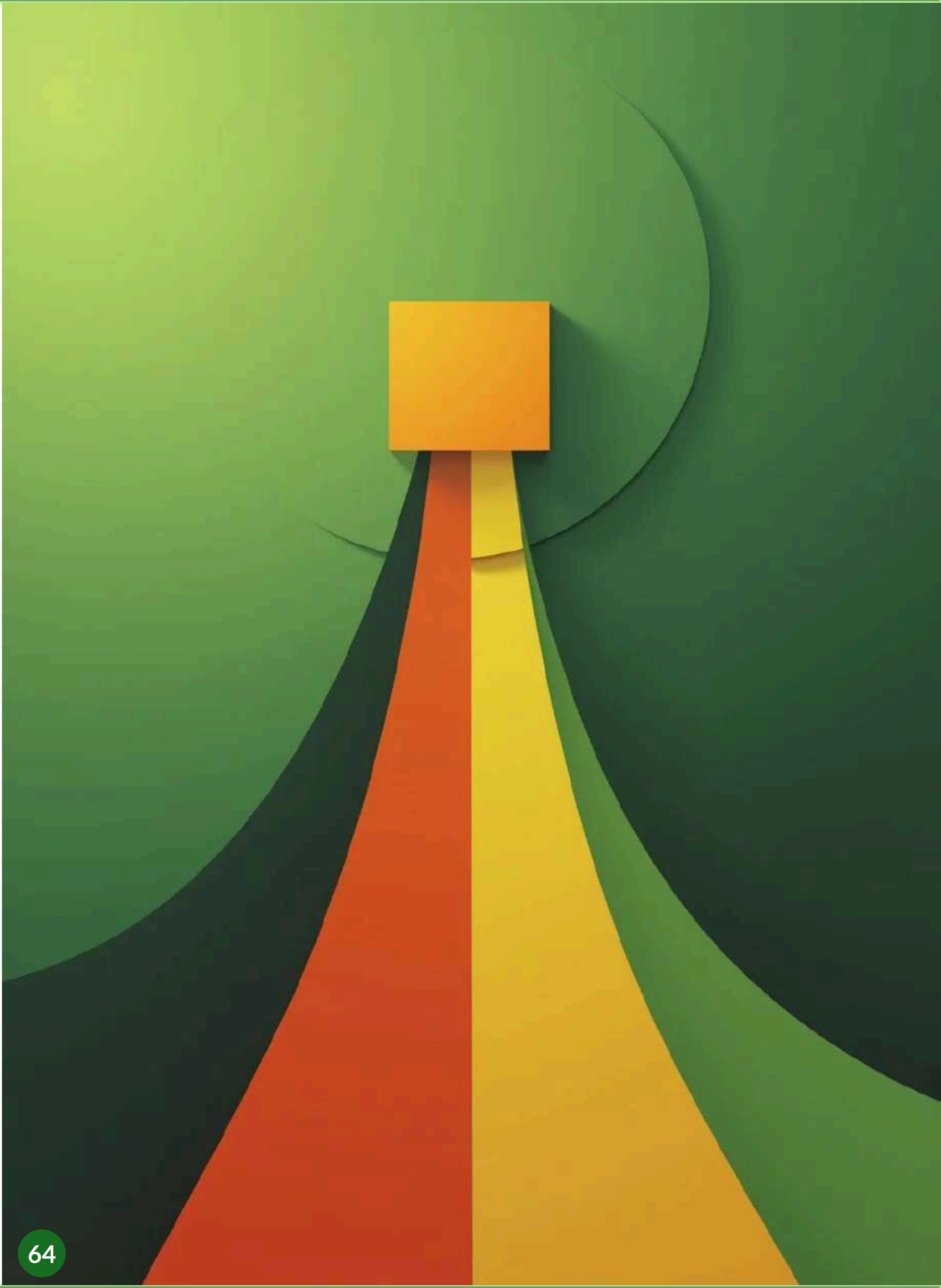


Imagen: Landscape in 3d with a town in mountains, trees, sun, clouds that are built with geometric figures... Lexica Aperture v5

Capítulo III

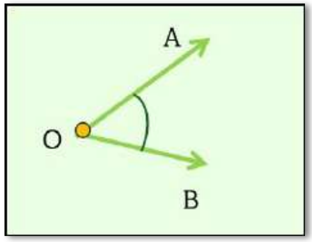
Ángulos





3.1 Definición de ángulo

Un ángulo es la **abertura** que se forma cuando dos líneas rectas (o segmentos de línea) se encuentran en un punto común llamado **vértice**. En la figura, los segmentos $\overline{AO}$ y $\overline{BO}$ se encuentran en el punto O, que es el vértice del ángulo formado: $\angle AOB$.



3.1.1 Grados y radianes

Los ángulos se miden en grados o radianes y representan la medida de la abertura o separación entre las dos líneas.

Grados sexagesimales

Los heredamos de los babilonios, quienes dividieron el círculo en 360 partes. El número 360 es un mútiplo de 60, que es un número altamente divisible , lo que facilitaba sus cálculos. astronómicos.

Radianes

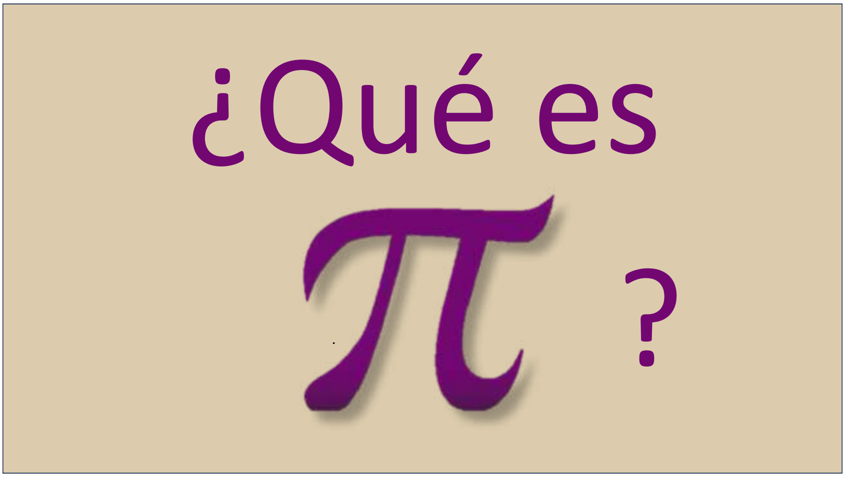
Mientras que los grados son una división arbitraria, el radián es una unidad de medida "natural" basada en la relación entre el radio y la circunferencia de un círculo.

En 1714, Roger Cotes vio que los radianes eran una manera natural de medir ángulos, simplificando muchas fórmulas y cálculos, sobre todo los relacionados con funciones trigonométricas y movimientos circulares.

Trabajaremos fundamentalmente con grados sexagesimales, no obstante, ejercitaremos también los radianes.

⇐ **Imagen**: From a point comes a single straight line that reaches a square on a gradient background in green tones... Lexica Aperture v5

Hemos mencionado a la constante pi (π) varias veces. En este video verán el por qué esta constante matemática es crucial para el desarrollo de las matemáticas, la ingeniería, la arquitectura, la física, la biología y la astronomía.



Ver/Pausar | Pantalla ancha | Pantalla chica | Normal

Video cortesía de CuriosaMente.

Al π representar la relación que existe entre la circunferencia de un círculo y su diámetro, resulta esencial para cálculos geométricos relacionados con círculos y esferas, lo que a su vez tiene implicaciones en todas las áreas mencionadas, aparececiendo en numerosas ecuaciones fundamentales que describen el universo que nos rodea.

Conversión de grados a radianes

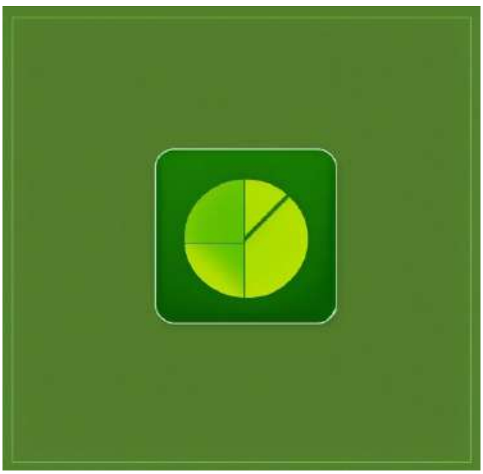
Se pueden convertir los grados a radianes mediante la fórmula:

$$\text{radianes} = \text{grados} \times \frac{\pi}{180}$$

Practique en el siguiente interactivo estas conversiones.

Utilice $\pi = 3.14$.

Interactivo
Conversión de Grados y Radianes



3.1.2 Elementos de un Ángulo

Los ángulos están formados por dos lados que se encuentran en un punto llamado vértice.

- **Lados del ángulo:**
  Son las dos líneas o segmentos que se encuentran en el vértice y forman el ángulo. Normalmente, se les llama lado inicial y lado terminal.
- **Vértice:**
  Es el punto donde los lados del ángulo se intersectan.
- **Medida del ángulo:**
  Es el tamaño de la abertura entre los lados del ángulo y se mide en grados (°) o radianes (rad).

Figura 3.1. El ángulo y sus elementos.

Una vuelta completa tiene 360° grados equivalentes a 2π radianes.

Los ángulos son esenciales en la vida diaria, tanto en el diseño de estructuras como en disciplinas como la navegación, astronomía, y tecnología. Por ejemplo, los ingenieros calculan ángulos para construir puentes, los arquitectos los utilizan para diseñar estructuras sólidas, y los navegantes los usan para trazar rutas en el mar utilizando mapas y brújulas.

Puertas:

Cuando abrimos una puerta, el ángulo que forma con el marco varía en dependencia de la abertura que se le haya dado. La abertura de un ángulo puede ir desde 0° hasta 360°.

Tijeras:

Cuando usamos unas tijeras, los filos forman un ángulo. Dependiendo de qué tan abierta esté, esta puede ser muy abierta, muy estrecha o cerrada.

Fútbol:

Los campos de fútbol tienen cuatro esquinas, cada esquina forma un ángulo recto (90°).

Si observas a tu alrededor, verás que practicamente todas las cosas que veas tienen ángulos y, como veremos más adelante, las curvas también tienen ángulos.

3.2 Clasificación de ángulos

Las semirrectas forman diferentes aberturas al formar un ángulo. Esto permite su clasificación. La clasificación de los ángulos es fundamental en geometría y tiene diversas aplicaciones prácticas.

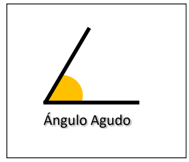
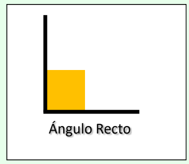
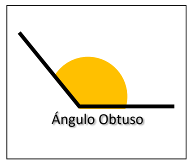
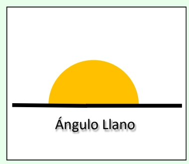
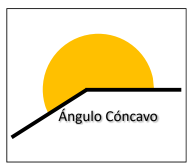
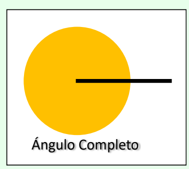
1. **Facilitar la comprensión y el estudio de la geometría:**

    - **Organización del conocimiento:** La clasificación permite agrupar los ángulos según sus características (medida, posición, etc.), lo que facilita su estudio y comprensión.
    - **Identificación de propiedades:** Cada tipo de ángulo tiene propiedades específicas que son útiles para resolver problemas geométricos.
    - **Desarrollo de habilidades:** La clasificación de ángulos ayuda a desarrollar habilidades de razonamiento lógico y espacial.

2. **Aplicaciones prácticas en diversos campos:**

    - **Arquitectura e ingeniería:** La construcción de edificios, puentes y otras estructuras requiere el uso preciso de ángulos.
    - **Navegación:** La orientación y el cálculo de rutas se basan en la medición y clasificación de ángulos.
    - **Diseño:** El diseño de objetos, desde muebles hasta automóviles, implica el uso de ángulos precisos.
    - **Informática y videojuegos:** Los gráficos por computadora y los videojuegos utilizan ángulos para crear imágenes y animaciones realistas.

3.2.1 Clasificación de ángulos según su medida

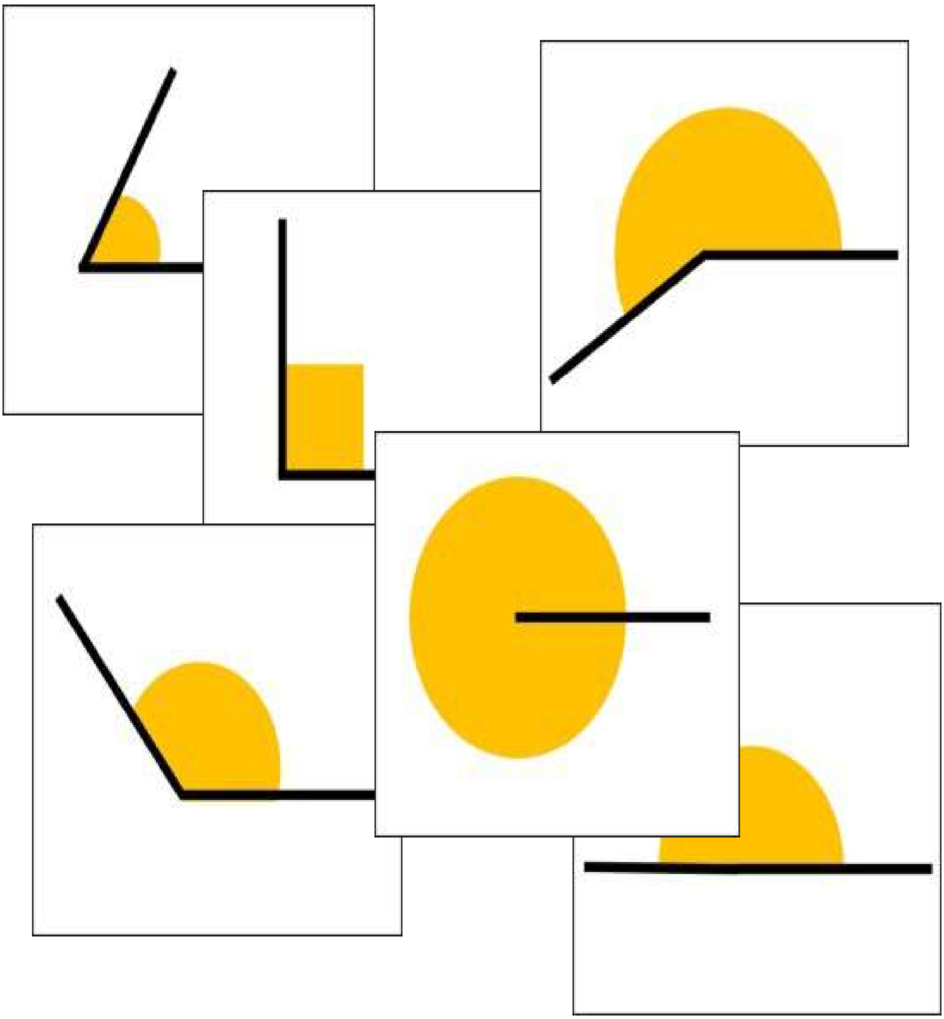
Tipo de ángulo	Descripción	Imagen
Ángulo agudo	Un ángulo agudo es aquel cuya medida es menor de 90°. En otras palabras, es un ángulo "pequeño" que se encuentra entre 0° y 90°.	
Ángulo recto	Un ángulo recto mide exactamente 90°. Se reconoce fácilmente por su forma de "L" perfecta. Las líneas que forman un ángulo recto son perpendiculares entre sí.	
Ángulo obtuso	Un ángulo obtuso mide más de 90° pero menos de 180°. Es un ángulo "grande" que se encuentra entre 90° y 180°.	
Ángulo llano	Un ángulo llano mide exactamente 180°. Forma una línea recta.	
Ángulo cóncavo	Un ángulo cóncavo mide más de 180° pero menos de 360°.	
Ángulo completo	Un ángulo completo mide 360°. Representa una vuelta completa.	

Observa, en el siguiente interactivo, la abertura que forma el lado con el punto rojo al moverse. Este parará antes de llegar a los ángulos con valor de 90° (recto), 180° (llano) y 360° (completo).

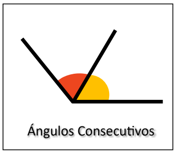
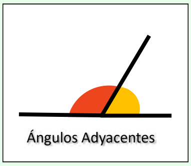
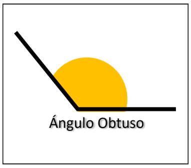
La clasificación de ángulos por medidas, y como veremos más adelante, posición y suma, brinda una estructura organizada para el estudio de la geometría. Cada clasificación resalta diferentes propiedades y relaciones entre los ángulos, lo que a su vez facilita la resolución de problemas y la comprensión de conceptos más avanzados.

Interactivo
Medidas de ángulos

¿Reconoces los ángulos?



3.2.2 Clasificación de ángulos según su posición

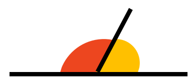
Tipo de ángulo	Descripción	Imagen
Ángulos consecutivos	Son aquellos que tienen el mismo vértice y un lado en común..	
Ángulos Adyacentes	Son ángulos consecutivos cuyos lados no comunes son semirrectas opuestas.	
Ángulos opuestos por el vértice	on los ángulos que tienen el mismo vértice y sus lados son semirrectas opuestas. Estos ángulos miden lo mismo.	

Los ángulos **consecutivos, adyacentes** y **opuestos por el vértice** son importantes en geometría porque permiten identificar y relacionar ángulos que comparten un vértice o un lado.

Son relaiones cruciales para resolver problemas geométricos relacionados con líneas rectas, polígonos y otras figuras, ya que sus propiedades permiten calcular medidas de ángulos desconocidos basándose en la relación que tienen con otros ángulos conocidos.

Analizaremos mucho más de estas relaciones cuando estudiemos en el siguiente capítulo las propiedades de los ángulos que se forman cuando una recta secante corta a dos rectas paralelas.

3.2.3 Clasificación de ángulos según su suma

Tipo de ángulo	Descripción	Imagen
Ángulos Complementarios	Son aquellos cuya suma de sus medidas es igual a 90°.	 Ángulo Complementarios
Ángulos Suplementarios	Son aquellos cuya suma de sus medidas es igual a 180°.	 Ángulo Suplementarios

Los ángulos complementarios y suplementarios tienen una importancia fundamental en diversos campos, tanto teóricos como prácticos.

- Permiten construir ángulos específicos y figuras geométricas con precisión. Por ejemplo, los ángulos complementarios son esenciales en la creación de ángulos rectos.
- Son la base para comprender y demostrar teoremas geométricos más complejos.
- Ayudan a establecer relaciones entre ángulos en diferentes contextos, como en triángulos, polígonos y figuras formadas por líneas paralelas y secantes.
- Facilitan el cálculo de medidas de ángulos desconocidos.

Son fundamentales en el diseño y construcción de edificios, en la navegación marítima y aérea, y en la creación de gráficos y animaciones, así como en el desarrollo de videojuegos.

¡Un descanso no viene nada mal!

Juega con la Sopa de Letras, recordarás las palabras que estamos utilizando en geometría.

Imagen: 3d, geometric shaped soup plates filled with multicoloured letters ... Lexica Aperture v5

Sopa de Letras

3.3 Ángulos formados entre paralelas y secante

En el capítulo Relación entre dos rectas vimos las líneas paralelas y secantes, las cuales juegan un papel fundamental en la Geometría. Estas propiedades son conocidas desde la antigüedad. Según cuenta la leyenda, el filósofo Tales de Mileto utilizó estas propiedades para medir la altura de las pirámides de Guiza, alrededor del año 500 a. C.

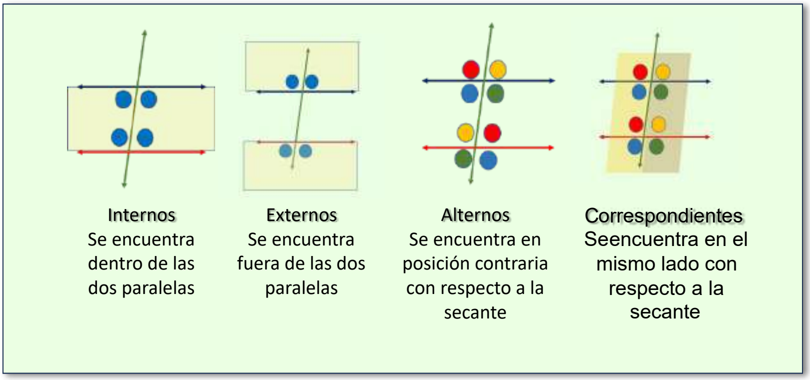


Figura 3.2. Nombre que reciben de acuerdo a la posición relativa a las paralelas y/o secante.

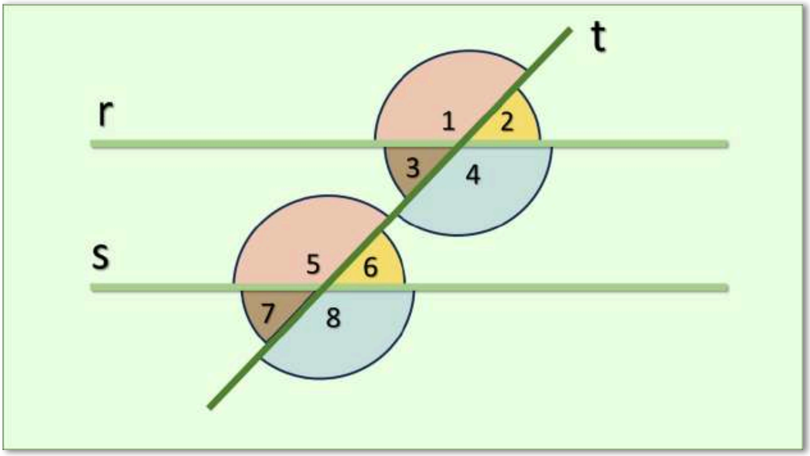
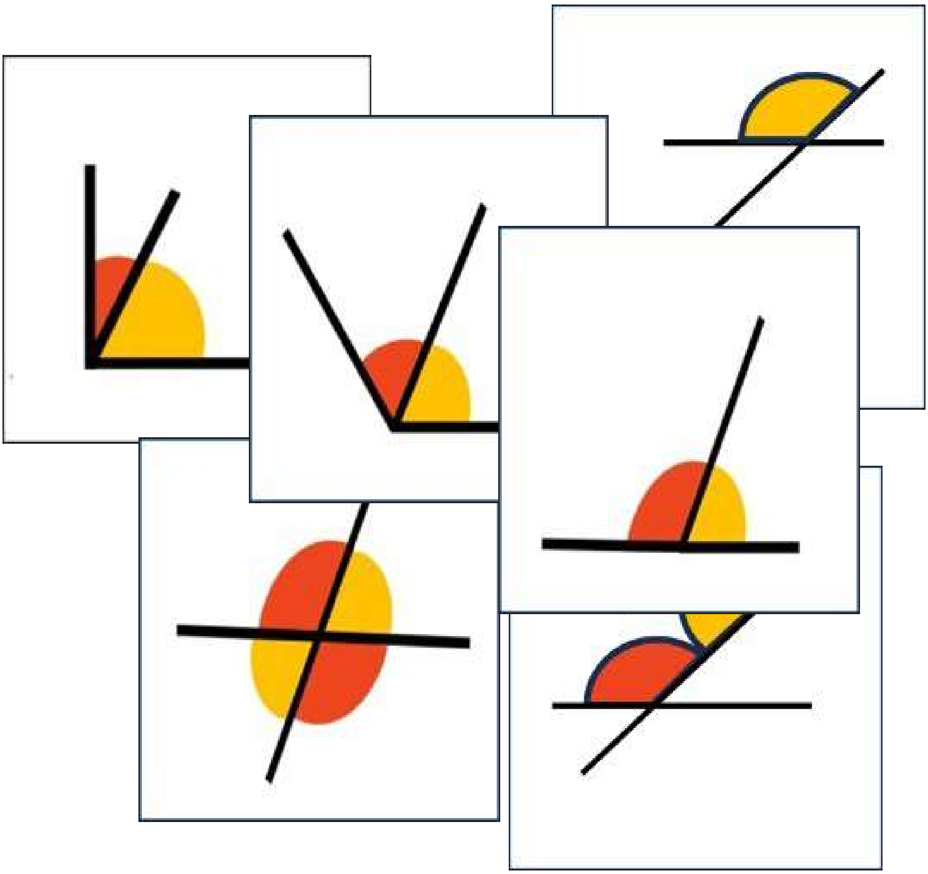


Figura 3.3. Las paralelas r y s han sido cortadas por la secante t, formando los ángulos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8.

3.3.1 Interactivo - Ángulos

Interactivo

Ángulos



3.3.2 Clasificación ángulos entre paralelas y secante

Categoría	Tipo de ángulo	Descripción	Propiedad
Ángulos internos 3, 4, 5, 6	Ángulos alternos internos 3 y 6; 4 y 5	Están en lados opuestos de la secante y dentro de las paralelas.	Son congruentes (miden lo mismo).
	Ángulos conjugados internos 3 y 5; 4 y 6	Están del mismo lado de la secante y dentro de las paralelas.	Son suplementarios (suman 180°).
Ángulos externos	Ángulos alternos externos 1 y 8 2 y 7	Están en lados opuestos de la secante y fuera de las paralelas.	Son congruentes (miden lo mismo).
	Ángulos conjugados externos 1 y 7; 2 y 8	Están del mismo lado de la secante y fuera de las paralelas.	Son suplementarios (suman 180°).
Otros ángulos	Ángulos correspondientes 1 y 5; 2 y 6; 3 y 7; 4 y 8	Están del mismo lado de la secante, uno dentro de las paralelas y el otro fuera.	Son congruentes (miden lo mismo).
	Ángulos opuestos por el vértice 1 y 4; 2 y 3; 5 y 8; 6 y 7	Comparten un vértice y sus lados son semirrectas opuestas. Se forman cuatro ángulos opuestos por el vértice.	Son congruentes (miden lo mismo).
	Ángulos adyacentes 1 y 2; 2 y 4; 3 y 4; 5 y 6; 6 y 8; 7 y 8	Comparten un vértice y un lado, y los otros dos lados son semirrectas opuestas.	Son suplementarios (suman 180°).

3.3.3 Interactivo - Angulos entre paralelas

Practica
Ángulos formados por paralelas y una secante

Comprobación
Ángulos

Imagen: Landscape in 3d with a town in mountains, trees, sun, clouds that are built with geometric figure

Capítulo IV

Polígonos Regulares

4.1 Introducción a los polígonos

Las figuras planas son formas geométricas bidimensionales que se encuentran en un plano. Se caracterizan por tener longitud y anchura, pero no profundidad.

Entre las más comunes se encuentran los polígonos, que son formas cerradas formadas por segmentos de línea recta. Pueden ser regulares o irregulares.

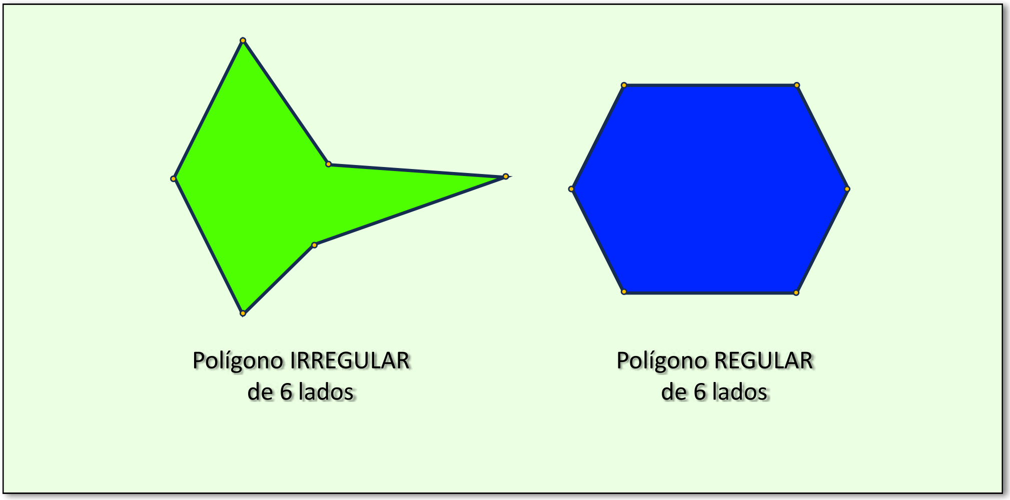
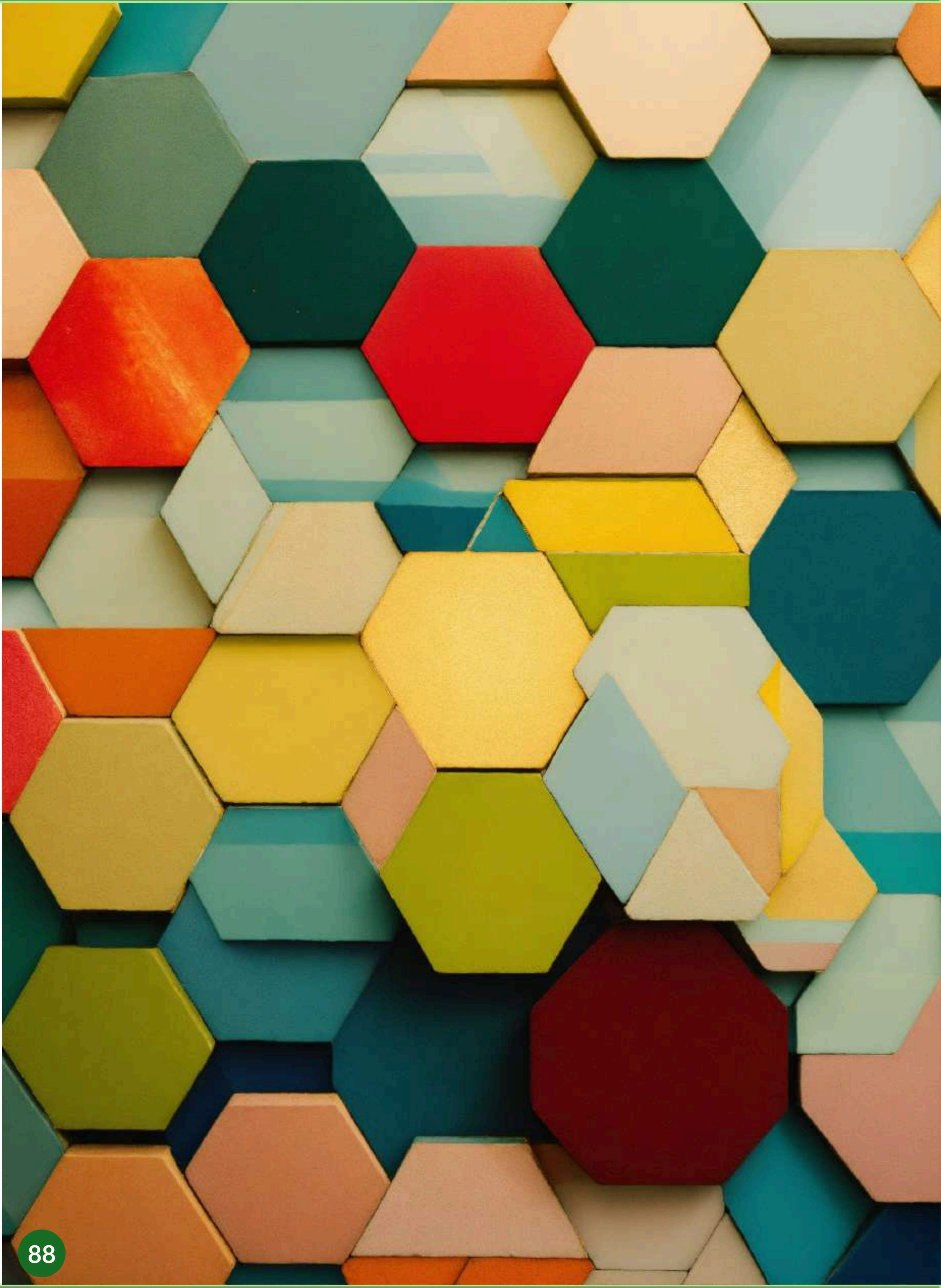


Figura 4.1. Polígonos de seis lados (hexágonos) irregular y regular. Los vértices están señalados con puntos color naranja.

Los polígonos regulares son los que tienen **lados y ángulos internos de la misma medida**, son figuras simétricas. Los irregulares son los que tienen los lados y ángulos internos distintos entre sí, con medidas diferentes.

⇐ **Imagen**: A 3d house made with pentagons and hexagons, next to a forest made with triangle... [Lexica Aperture v3.5]



4.2 Polígonos regulares

Un **polígono regular** es una figura geométrica plana cerrada que tiene todos sus lados y ángulos iguales. Están formados por segmentos de recta que se unen en sus extremos. Todos sus vértices están a la misma distancia del centro. Los polígonos regulares son figuras simétricas.

4.2.1 Circunferencia inscrita y circunscrita

Vimos en el capítulo Solución de un problema geométrico egipcio , que ellos aproximaban el área del círculo utilizando un octágono para representarlo.

Esta particularidad se debe a que un polígono regular puede estar inscrito en una circunferencia, teniendo todos sus vértices exactamente sobre la circunferencia. El radio del polígono coincide con el radio de la circunferencia.

De igual manera, puede estar circunscrito en una circunferencia. En este caso cada uno de los lados del polígono toca la circunferencia en un punto. La apotema del polígono coincide con el radio de la circunferencia inscrita.

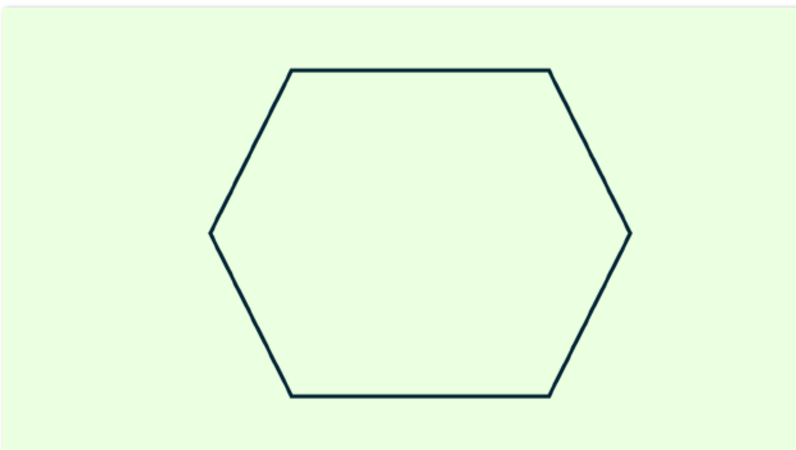


Figura 4.2. Elementos del polígono y sus circunferencias inscrita y circunscrita.

⇐ **Imagen**: Light texture with color. Lexica Aperture v3.5

4.2.2 Elementos de los polígonos regulares

El conocimiento de los elementos de un polígono regular (lados, vértices, ángulos, apotema, etc.) es esencial para comprender conceptos geométricos más avanzados. Esto sienta las bases para la comprensión de otras figuras geométricas y sus propiedades. Trabajar con polígonos ayuda a desarrollar la capacidad de visualizar y analizar formas en el espacio. Mejora la habilidad para resolver problemas geométricos

- Los segmentos que delimitan y forman el polígono se denominan **lados**.
- La cantidad de lados determina el nombre del polígono regular.
- El punto común de dos lados consecutivos se denomina **vértice**.
- Los lados que forman el vértice también forman, hacia la parte interior, el **ángulo interior**.

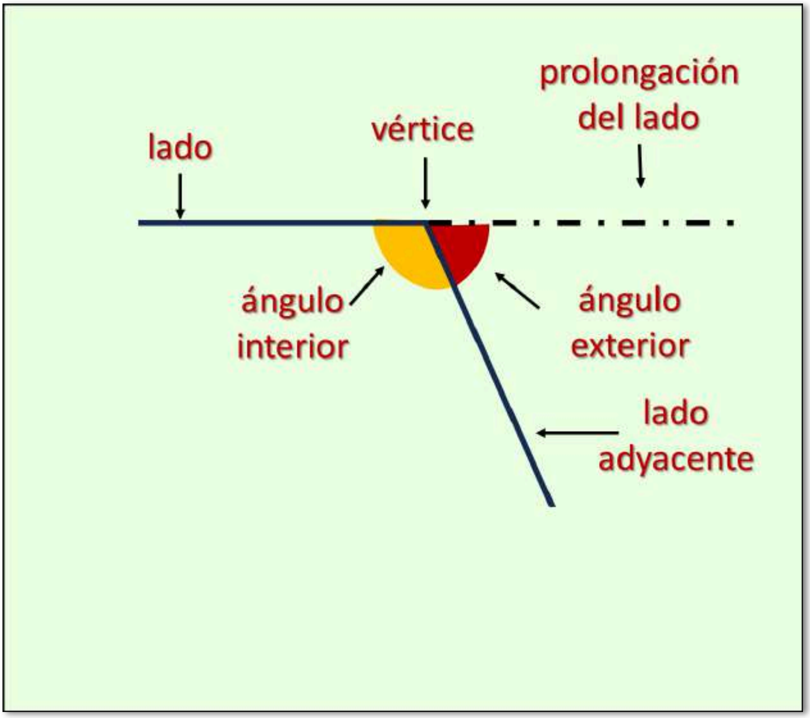


Figura 4.3. Lado, vértice, ángulo interior y ángulo exterior de un polígono regular. Observe que el ángulo interior y el exterior asociado son suplementarios.

- El punto interior equidistante de todos los vértices y lados se denomina **centro**
- Los segmento que une el centro del polígono con uno de sus vértices se denomina **radio**.
- Los **ángulos exteriores** se forman entre un lado del polígono y la prolongación del lado adyacente.
- Los **ángulos centrales** se forman entre dos radios consecutivos que van a los vértices del polígono.
- La línea perpendicular que une el centro con uno de sus lados es la **apotema**

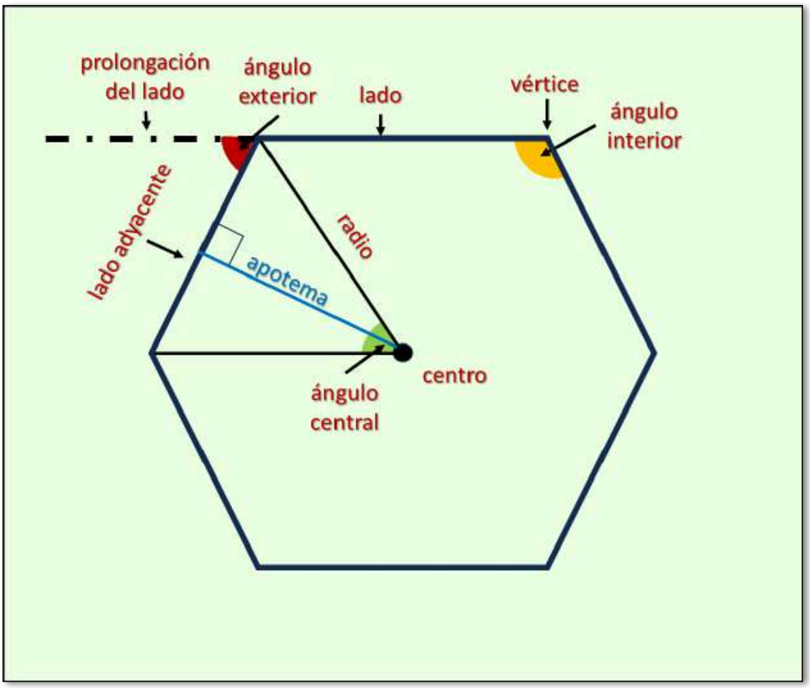


Figura 4.4. Elementos de los polígonos regulares. Centro, radio, apotema y ángulos de un polígono regular.

Nomenclatura de los polígonos regulares

Para nombrar los polígonos regulares se utiliza un prefijo numérico que indica el número de lados. Por ejemplo, hepta significa siete, así el polígono regular de siete lados se llama **heptá**gono.

Nombres del polígono									
Unidades		Decenas		Veintenas		Treintenas+		Cientos	
		10	deca-	20	icosa-	30	triaconta-	100	hecta-
1	hena-	11	hendeca-	21	icosi-hena-	31	triaconta-hena-	200	dihecta-
2	di-	12	dodeca-	22	icosi-di-	32	triaconta-di-	300	trihecta-
3	tri-	13	triskaideca-	23	icosi-tri-	33	triaconta-tri-	400	tetrahecta-
4	tetra-	14	tetrakaideca-	24	icosi-tetra-	40	tetraconta-	500	pentahecta-
5	penta-	15	pentakaideca-	25	icosi-penta-	50	pentaconta-	600	hexahecta-
6	hexa-	16	hexakaideca-	26	icosi-hexa-	60	hexaconta-	700	heptahecta-
7	hepta-	17	heptakaideca-	27	icosi-hepta-	70	heptaconta-	800	octahecta-
8	octa-	18	octakaideca-	28	icosi-octa-	80	octaconta-	900	enneahecta-
9	ennea-	19	enneakaideca-	29	icosi-ennea-	90	enneaconta-		

Figura 4.5. Tabla de sufijos de los polígonos regulares. Fuente Wikipedia

Características de los polígonos regulares

Los polígonos regulares se caracterizan porque sus lados, sus ángulos interiores y sus ángulos centrales son iguales. Además, sus ángulos exteriores son iguales y **siempre suman 360 grados**. Otra característica muy importante es que el centro geométrico siempre coincide con el centro del polígono.

La suma de los ángulos interiores de un polígono depende del número de lados que el mismo tenga. Se calcula por la fórmula siguiente donde n es el número de lados del polígono.

$$(n-2) \times 180°$$

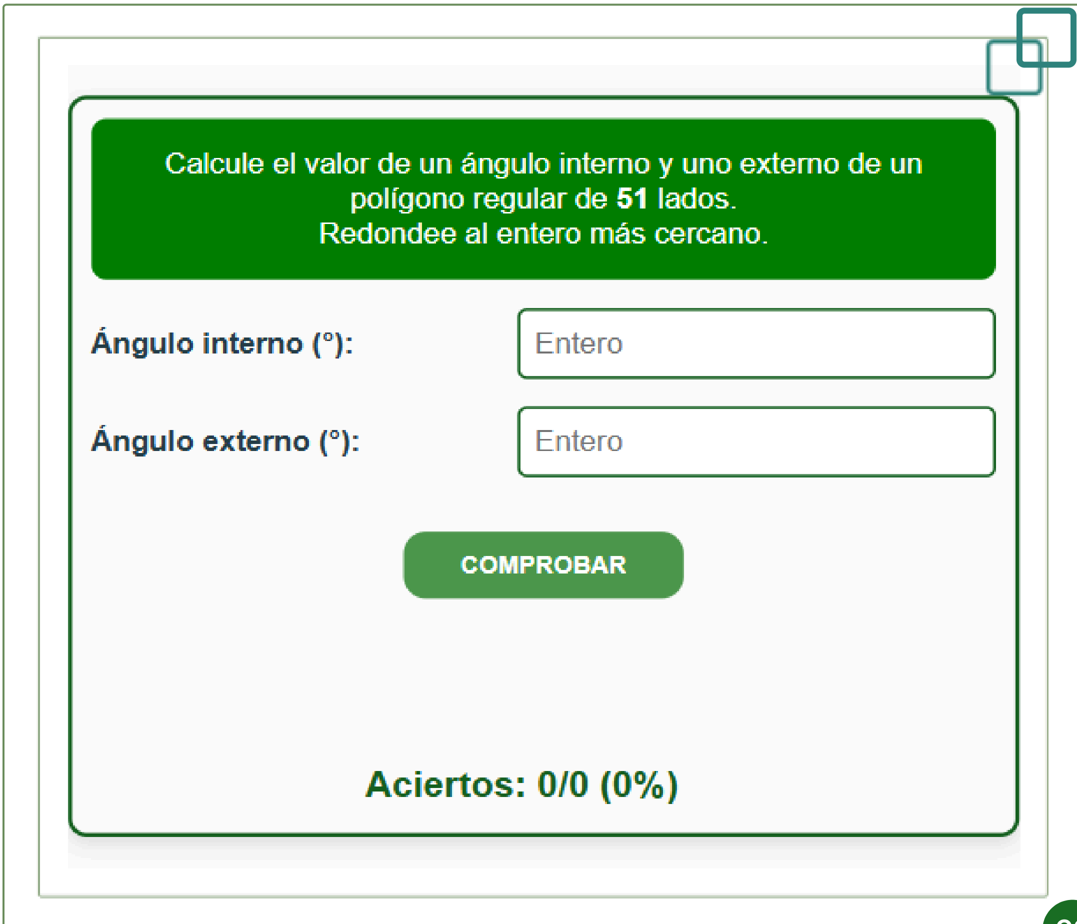
Para conocer el valor de un ángulo interior, dividimos la suma total de los ángulos interiores entre el número de lados. Para conocer el valor de un ángulo exterior, dividimos 360 entre el número de lados.

Ejemplo: Calcule el valor de un ángulo interior y uno exterior de un dodecágono.
El dodecágono tiene 12 lados, la suma total de sus ángulos internos es:

$$(12-2)\times 180 = 10\times 180 = 1800$$

Dividiendo el resultado entre la cantidad de lados del dodecágono (12) obtenemos el valor de un ángulo interno: $\frac{1800}{12} = 150$
Para calcular el valor de un ángulo externo, dividimos 360 entre 12.
$\frac{360}{12} = 30$

4.2.3 Interactivo - Ángulos de polígonos regulares



4.2.4 Perímetro de polígonos regulares

El perímetro es una propiedad métrica que consiste en la medida de la distancia total alrededor del borde de una figura plana. Es la longitud del contorno de una forma.

Ver/Pausar | Pantalla ancha | Pantalla chica | Normal

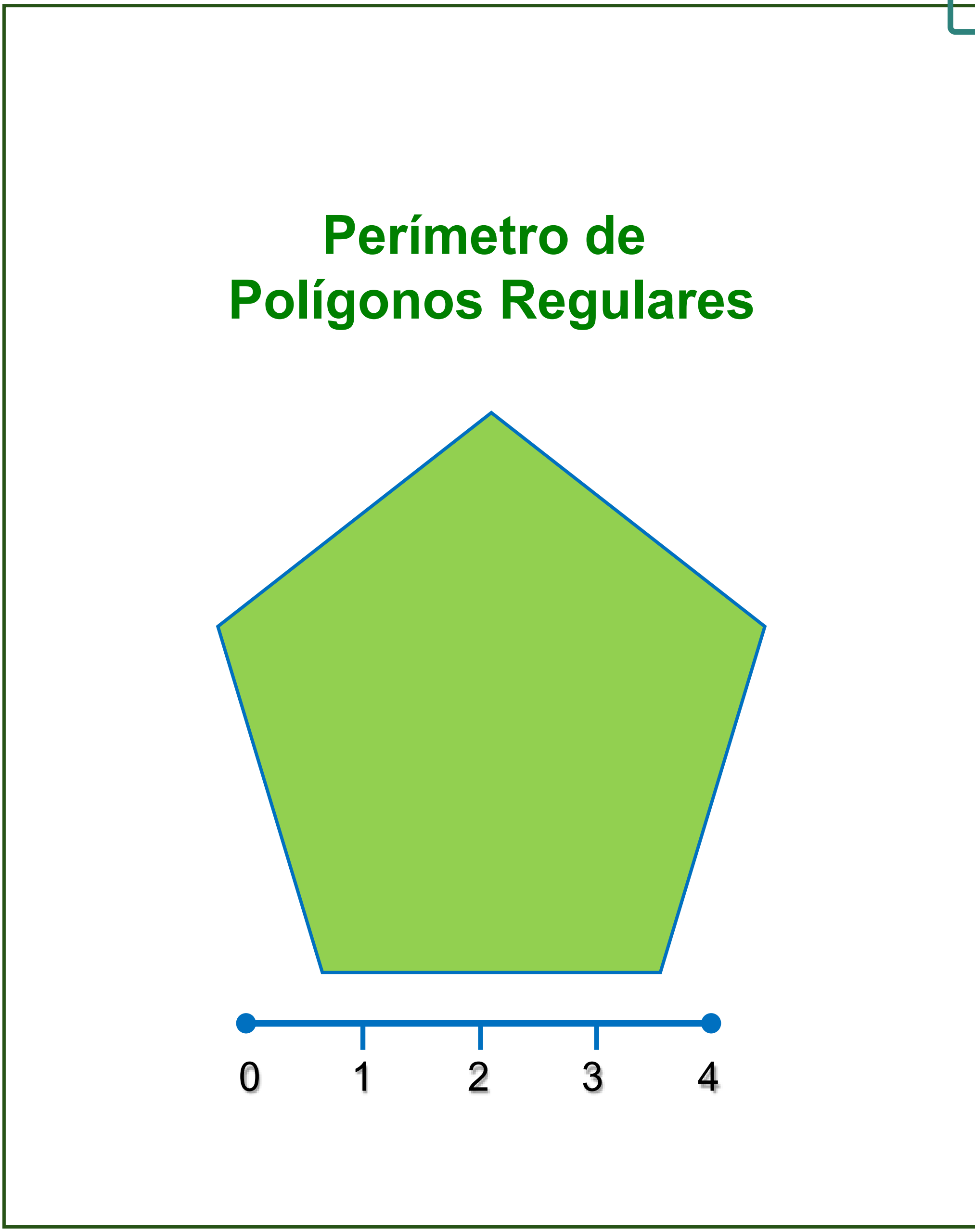
Las unidades de medida del perímetro son unidades lineales: centímetros (cm), metros (m), pulgadass (in), etc.

El perímetro (P) de los **polígonos regulares**, dado que todos los lados tienen la misma longitud, se cálcula como:

$$P = n \times l$$

Donde:
n representa la cantidad de lados.
l representa la medida de un lado.

4.2.5 Interactivo - Perímetro polígonos regulares



4.2.6 Área de polígonos regulares

El área es otra propiedad métrica que consiste en la medida de la superficie dentro de los límites de una figura bidimensional. Es la cantidad de espacio que ocupa una figura.

Ver/Pausar | Pantalla ancha | Pantalla chica | Normal

Las unidades de medida del área son unidades cuadradas: centímetros cuadrados (cm^2), metros cuadrados (m^2), pulgadas cuadradas (in^2), etc.

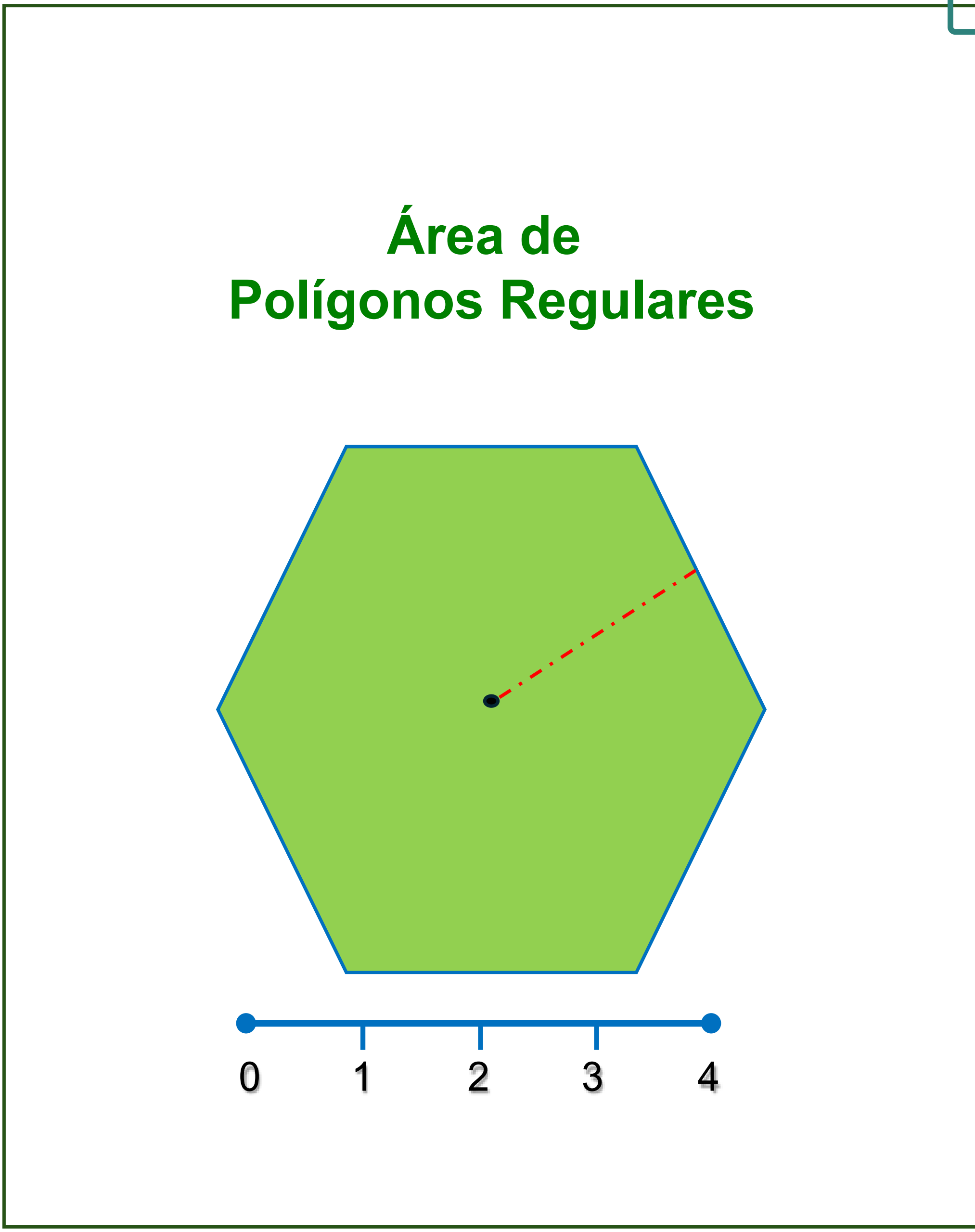
El área (A) de todos los polígonos[7] regulares se calcula mediante la fórmula:

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

Donde:
P representa el perímetro.
a representa la apotema.

[7] Cada figura plana tiene una **fórmula específica** para calcular su área directamente relacionadas con las **características únicas** de cada forma, como se verá más delante.

4.2.7 Interactivo - Área de polígonos regulares



4.3 Triángulo equilátero

Un triángulo[8]. es un polígono de tres lados Dentro de los triángulos tenemos el triángulo equilátero, que es el polígono regular más simple que existe. El triángulo equilátero (a veces llamado equiángulo) tiene todos sus lados y ángulos internos iguales. Debido a esta igualdad, posee una alta simetría.

Características Principales:

- **Lados:**
  Los tres lados del triángulo equilátero tienen la misma longitud.
- **Ángulos:**
  Los tres ángulos internos del triángulo equilátero miden 60 grados cada uno.
- **Altura:**
  La altura de un triángulo equilátero divide la base en dos partes iguales, y también es la mediana y la bisectriz del ángulo opuesto.
- **Simetría:**
  Posee tres ejes de simetría.

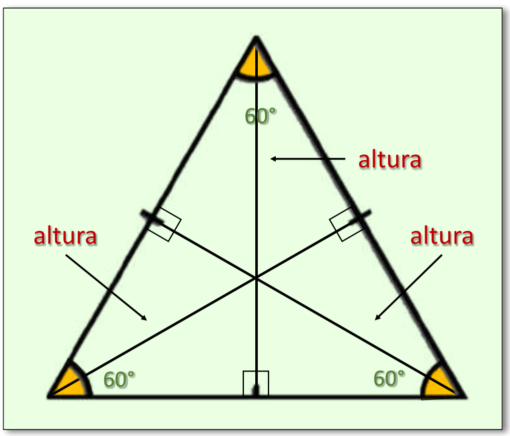


Figura 4.6. Elementos del Triángulo equilátero

[8] Dedicaremos el capítulo 3 al estudio de los triángulos

Propiedades métricas del triángulo equilátero

Perímetro

El perímetro de un triángulo equilátero es igual a la suma de sus tres lados.

$$P = 3l$$

donde: l es la longitud de uno de sus lados.[9]

Área

Si conoces la longitud de un lado (l), la fórmula más utilizada para el cálculo del área es:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \times l^2$$

Altura

La altura[10] (h) de un triángulo equilátero se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times l$$

> ***Ejemplo:***
> ***Calcule el lado de un triángulo equilátero cuya área es $173cm^2$***
>
> *Como nos piden el lado, podemos sar la formula* $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \times l^2$
> *Despejamos* l *para calcular su valor a partir del área.* $l = \sqrt{\frac{4\times A}{\sqrt{3}}}$
> *Sustituyendo tenemos:* $l = \sqrt{\frac{4\times 173}{1.73}} = \sqrt{400} = 20$
>
> ***El lado de un triángulo de área $173\ cm^2$ es de $20\ cm$.***

---

[9] En el examen de GED la fórmula del perímetro es $P = 3s$, dado que lado en inglés es "*side*"

[10] En los triángulos equiláteros, coinciden la altura y la apotema

Líneas notables del triángulo equilátero

En los triángulos hay líneas que tienen propiedades especiales que generan puntos significativos dentro de la figura. Estas líneas reciben el nombre de **líneas notables**.

- **Mediana:**
  Es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.
  El punto de intersección de las tres medianas se llama **baricentro**, que es el centro de gravedad del triángulo.

- **Altura:**
  Es el segmento perpendicular trazado desde un vértice hasta el lado opuesto (o su prolongación).
  El punto de intersección de las tres alturas se llama **ortocentro**.

- **Bisectriz:**
  Es el segmento que divide un ángulo interno del triángulo en dos ángulos iguales.
  El punto de intersección de las tres bisectrices se llama **incentro**, que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.

- **Mediatriz:**
  Es la linea perpendicular a un lado del triángulo que pasa por su punto medio.
  El punto donde se intersecan las 3 mediatrices se le llama **circuncentro** y es el centro de una circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo.

En un triángulo equilátero, la mediana, la altura, la bisectriz y la mediatriz trazadas desde el mismo vértice coinciden en una sola línea.

Cada una de estas líneas cumple todas las funciones a la vez.

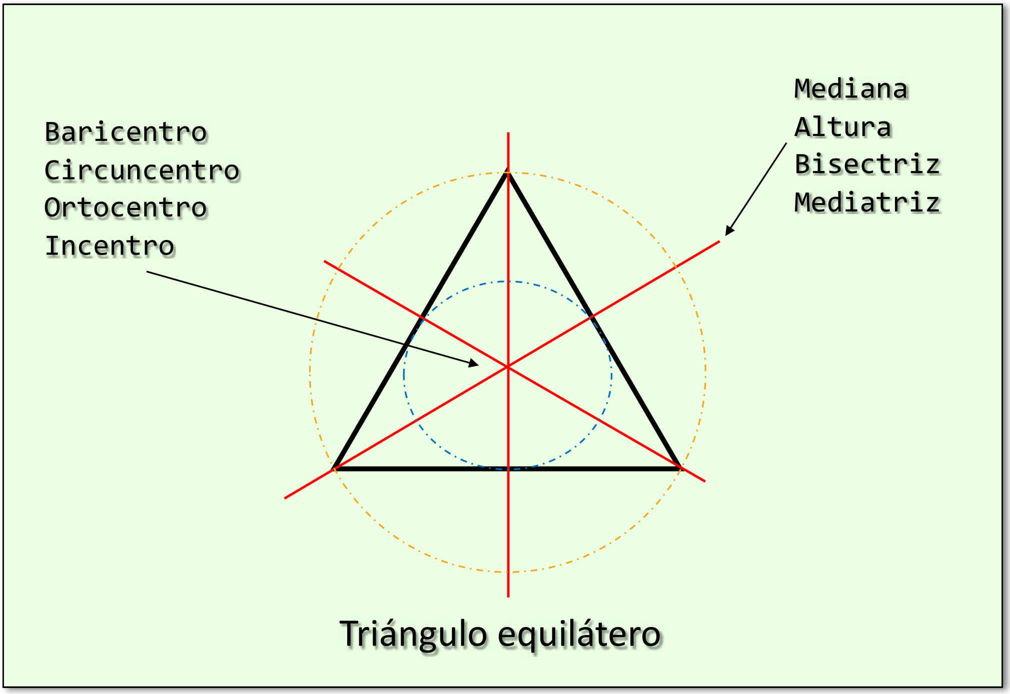


Figura 4.7. Líneas y puntos notables en el triángulo equilátero.

El baricentro, circuncentro, ortocentro e incentro coinciden en el triángulo equilátero

4.4 Cuadrado

Un cuadrado es un polígonos regular de cuatro[11] lados iguales y cuatro ángulos iguales. Sus lados son perpendiculares entre sí.

Características principales

- **Lados**
  Todos los lados de un cuadrado tienen la misma longitud y sus lados opuestos son paralelos.[12]
- **Ángulos**
  La suma de sus ángulos internos es de $(4-2)\times 180 = 360^\circ$, por lo tanto cada ángulo interior mide $\frac{360}{4} = 90^\circ$.
- **Diagonales**
  Son segmentos que unen dos vértices no consecutivos. Las diagonales del cuadrado tienen la misma longitud y forman ángulos rectos en el punto de instersección y son bisectrices de los ángulos de los vértices.
- **Centro**
  El centro (punto medio) del cuadrado es el punto donde se intersectan las diagonales del cuadrado y los segmentos que unen los puntos medios de los lados opuestos.

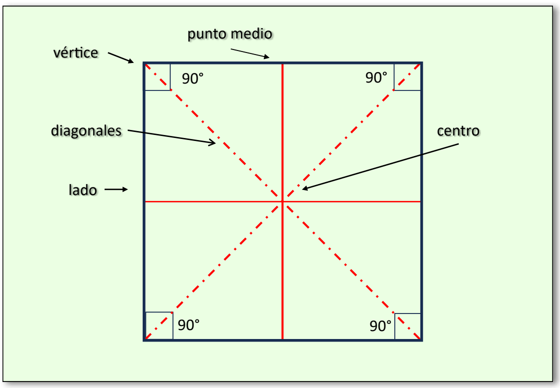


Figura 4.8. Líneas y puntos notables del cuadrado.

[11] Las figuras de cuatro lados se denominan **cuadriláteros**. Dedicaremos el capítulo 5 a su estudio.

[12] Los cuadriláteros que tienen sus lados opuestos paralelos se denominan **paralelogramos**. Los estudiaremos en el capítulo 5.2

Propiedades métricas del cuadrado

Perímetro

Al tener cuatro lados, el cálculo del perímetro se calcula multiplicando la longitud de un lado por cuatro:[13]

$$P = 4l$$

Área

El área del cuadrado, cómo polígono regular, se puede calcular mediante la fórmula

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

No obstante, la fórmula propia del cuadrado para el cálculo de su área se expresa como[14]:

$$A = l^2$$

Ejemplo:
Calcule el perímetro y el área de un cuadrado cuyos lados miden $11.2\ yd$.

Para calcular el perímetro del triángulo equilátero usamos $A = 4l$, *sustituyendo tenemos:* $A = 4 \times 11.2 = 44.8\ yd$

El área la calculamos usando la fórmula $A = l^2$.
Sustituyendo en la fórmula $A = 11.2^2 = 125.44$

El perímetro del triángulo equilátero cuyos lados miden $11.2\ yd$ ***es de*** $44.8\ yd$ ***y su área es*** $125.44\ yd^2$

---

13 En el examen de GED la fórmula aparece como $A = 4s$

14 En el examen de GED la fórmula aparece como $A = s^2$

4.5 Pentágono regular

Un pentágono regular es un polígono de cinco lados iguales. Sus características más importantes son:

- **Lados**:
  Un pentágono regular tiene cinco lados iguales.
- **Vértices**:
  Tiene cinco vértices, que son los puntos donde se unen los lados.
- **Ángulos**
  La suma de los ángulos interiores del pentágono $(n = 5)$ es :

$$(5 - 2) \times 180 = 540$$

  Cada ángulo interior tiene un valor de:

$$\frac{540}{5} = 108$$

- **Diagonales**
  Un pentágono regular tiene cinco diagonales.
- **Centro**
  Es el punto equidistante de todos los vértices y de todos los lados.
- **Apotema**
  Es el segmento que une el centro del pentágono con el punto medio de cualquiera de sus lados. Es el radio de la circunferencia inscrita.
- **Radio**
  Es el segmento que une su centro con cualquier vértice. Es el radio de la circunferencia circunscrita.
- **Ángulos centrales**
  El ángulo central es el ángulo formado por dos radios consecutivos que unen el centro del polígono con dos vértices adyacentes. Cada uno de estos ángulos miden $\frac{360}{5} = 72^\circ$.

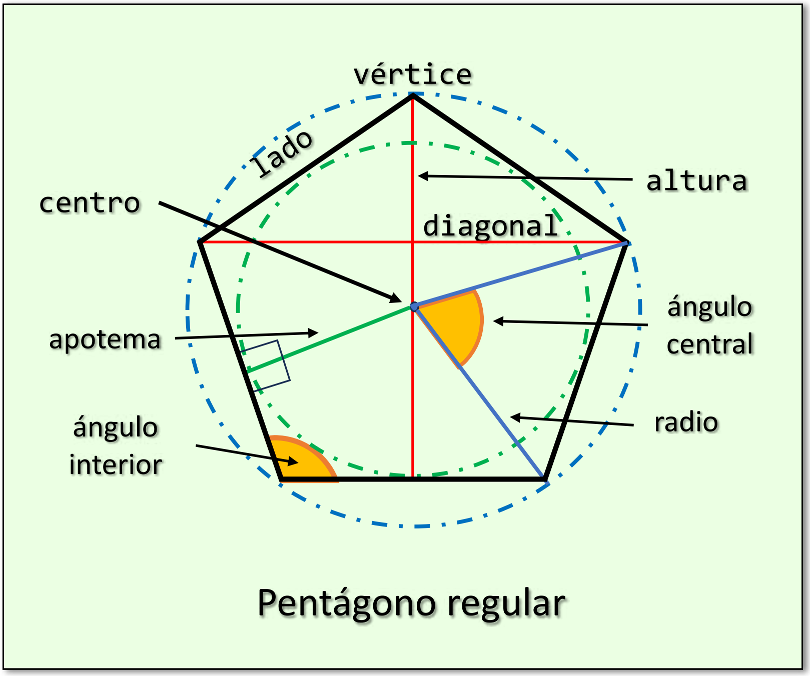


Figura 4.9. Elementos del pentágono regular.

Relación del pentágono con el número áureo

El pentágono regular tiene una relación intrínseca con el número áureo.

El cociente entre la diagonal y el lado de un pentágono regular es constante e igual al número áureo (φ).

El número áureo[15], es un **número irracional** (1.6180339887...) que se representa con la letra griega phi (φ). Aparece en numerosas construcciones geométricas, en obras de arte y en la naturaleza. La secuencia de Fibonacci se observa en patrones de crecimiento de plantas y la espiral de las conchas marinas . También se encuentra en la estructura de algunos animales y en la proporción de partes del cuerpo humano

15 También conocido como la *razón dorada* o la *proporción divina*,

Propiedades métricas del pentágono regular

Perímetro

Al tener cinco lados, el cálculo del perímetro se calcula multiplicando la longitud de un lado por cinco: $P = 5l$

Área

El área del pentágono, cómo polígono regular, se calcula mediante la fórmula

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

Donde:

A representa el área.

P representa el perímetro.

a representa la apotema.

Existen otras formas de cálculo del área del pentágono regular, pero involucran conocimientos trigonométricos que están fuera del alcance de este libro.

> ***Ejemplo: El área de un pentágono regular es de*** $50\ dm^2$ ***y su perímetro es de*** $25\ dm$***. ¿Cuál es el valor de su apotema?***
>
> *Tenemos como datos:*
> $A = 50\ dm^2$, $P = 25\ m$*, y nos piden el valor del apotema (*a*)*
> *La fórmula para el cálculo del área de un polígono regular es* $A = \frac{P \times a}{2}$*, debemos depejar* a
>
> *Despejando* a *nos queda:* $a = \frac{2 \times A}{P}$*. Sustituyendo* $a = \frac{2 \times 50}{25} = 4$
>
> *El valor del apotema es de* $4\ dm$

4.6 Hexágono regular

Un hexágono regular es un polígono de seis lados iguales con las siguientes particularidades.

- **Lados**:
  Un pentágono regular tiene seis lados iguales.
- **Vértices**:
  Tiene seis vértices, que son los puntos donde se unen los lados.
- **Ángulos**
  La suma de los ángulos interiores del pentágono $(n = 6)$ es :

$$\boxed{(6-2)\times 180 = 720}$$

  Cada ángulo interior tiene un valor de:

$$\boxed{\frac{720}{5} = 120}$$

- **Diagonales**
  Tiene nueve diagonales.
- **Centro**
  Es el punto interior que está a la misma distancia de todos los vértices y de todos los lados.
- **Apotema**
  Es el segmento que une el centro del hexágono con el punto medio de cualquiera de sus lados. Es el radio de la circunferencia inscrita.
- **Radio**
  Es el segmento que une el centro del hexágono con cualquiera de sus vértices.Es el radio de la circunferencia circunscrita y **tiene la misma longitud que los lados**.
- **Angulos centrales**
  Cada uno de los ángulos centrales mide 60 grados, por eso, un hexágono regular puede dividirse en seis triángulos equiláteros idénticos.

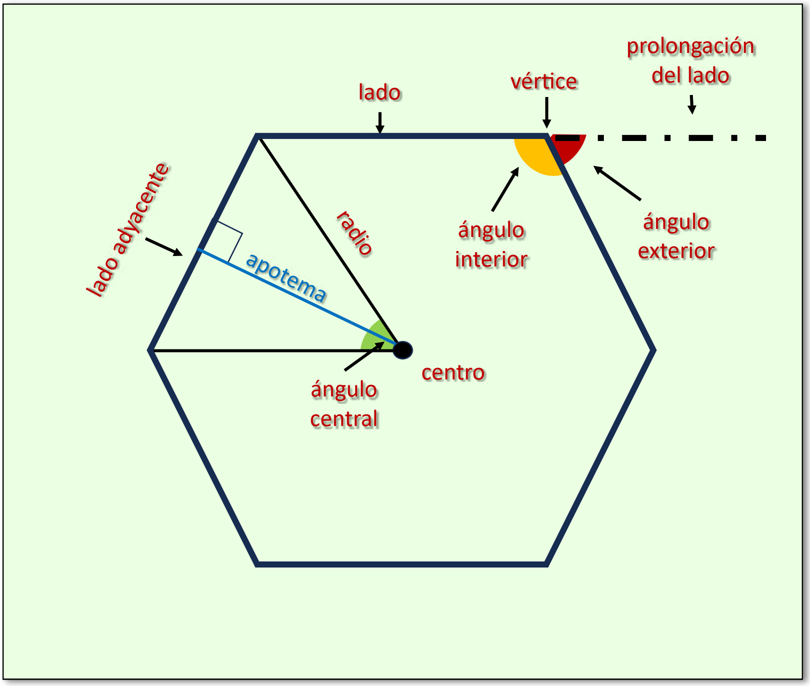


Figura 4.10. Elementos del hexágono regular.

Medidas del hexágono regular

Perímetro

Al tener seis lados, el cálculo del perímetro se calcula multiplicando la longitud de un lado por seis: $P = 6l$

Área por la fórmula general

El área del pentágono, cómo polígono regular, se calcula mediante la fórmula

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

Donde: A representa el área, P representa el perímetro y a representa la apotema.

La capacidad de descomponer el hexágono en triángulos equiláteros permite fórmulas específicas de cálculo del área más allá de la fórmula general de los polígonos regulares

Área conociendo el valor del lado (l)

$$\text{Área} = \frac{3\sqrt{3}}{2}l^2$$

Donde l es la longitud de un lado del hexágono.

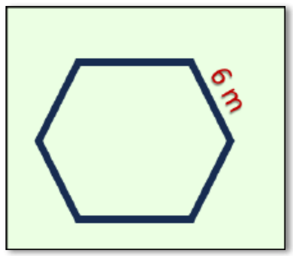
Área conociendo el valor de la apotema (a):

$$\text{Área} = 2\sqrt{3} \times a^2$$

Donde a el el valor de la apotema.

Elegir la fórmula adecuada dependerá de qué datos se tengan disponibles (longitud del lado, apotema, etc.).

Ejemplo:
Calcule el área del hexágono regular que se muestra en la imagen. Redondee el resultado a la décima más cercana



Nos dan como dato que el hexágono tiene $6\ m$ *de lado. Eso nos permite utilizar la fórmula del área en función del lado* $\mathrm{A} = \frac{3\sqrt{3}}{2}l^2$

Sustituyendo los valores tenemos: $\mathrm{A} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 6^2$. *Calculando* $\mathrm{A} = \frac{3\sqrt{3}\times 36}{2} = 93.5$

El área del hexágono regular de lado $6\ m$ *es de* $93.5\ m^2$

4.7 Otros polígonos regulares

Estudiamos el triángulo equilátero, el cuadrado, el pentágono y el hexágono, los cuales son polígonos regulares muy conocidos y utilizados, pero existen muchísimos más. Veamos algunos.

Heptágono

Tienen 7 lados. Menos común en la vida cotidiana que el hexágono.
Aparece en algunas monedas.
Ha tenido connotaciones místicas y simbólicas en algunas culturas

Decágono

Tienen 10 lados.
Aparece en monedas y algunos diseños arquitectónicos y decorativos.
Tiene relación con el número aureo.

Octadecágono

Tienen 18 lados.
Presente en diseños decorativos y en los mandalas[16].
Es muy útil cuando se busca crear figuras que sean lo más parecidas a una circunferencia.

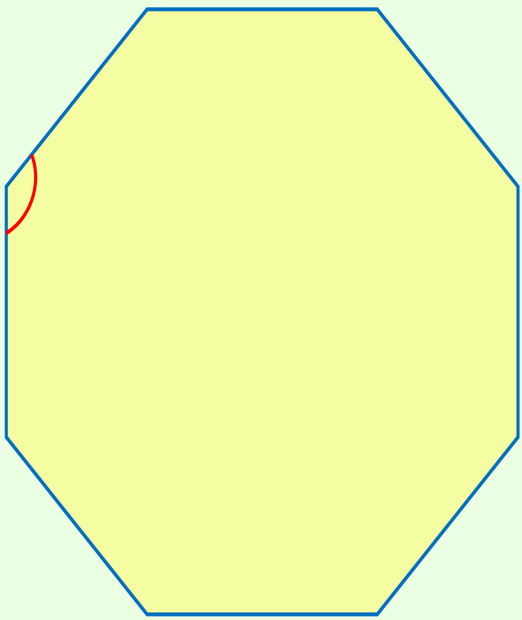
---

16 Un mandala es un diseño geométrico y simétrico que representa el cosmos o a las deidades. La palabra mandala proviene del sánscrito y significa "círculo".

Polígonos a nuestro alrededor

4.8 Comprobación - Ángulos de Polígonos

Comprobación
Ángulos
Polígonos Regulares



4.9 Comprobación - Polígonos regulares

Comprobación
Polígonos Regulares

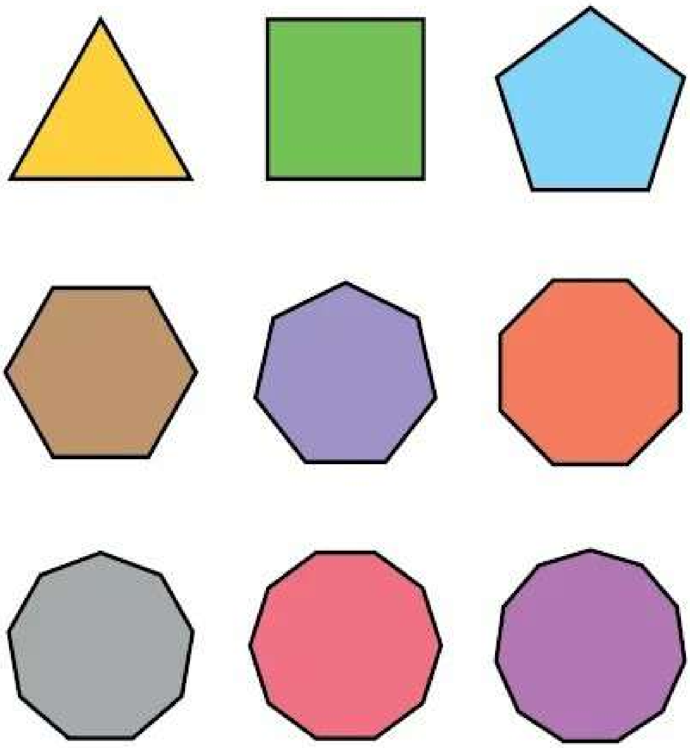


Imagen: Front view of a street with buildings
and houses whose fronts are triangles, quadrilaterals and circles... Lexica Aperture v3.5

Capítulo V

Cuadriláteros

Imagen: Front view of a street with buildings and houses whose fronts are triangles, quadrilaterals and circles... [Lexica Aperture v3.5]

5.1 Características de los cuadriláteros

Los cuadriláteros son figuras geométricas planas que tienen cuatro lados, cuatro vértices y cuatro ángulos interiores que suman 360°. Son un caso especial de los polígonos, y su estudio es fundamental en geometría debido a su amplia aplicación en matemáticas, ingeniería, diseño y arquitectura.

Clasificación de los cuadriláteros[17]

1. **Cuadriláteros simples**:
   No tienen lados que se crucen. Se subdividen en:
   - **Convexos:**
     todos los ángulos interiores miden menos de 180°. Ambas diagonales de un cuadrilátero convexo se encuentran completamente dentro de la figura. Ejemplo: los paralelogramos
   - **Cóncavos:**
     tiene al menos un ángulo interior que mide más de 180°, y al menos una de sus diagonales se encuentra parcialmente fuera de la figura. Ejemplo: el dardo.
2. **Cuadriláteros complejos:**
   Tienen lados que se cruzan, formando una figura como un lazo. Ejemplo: los cuadriláteros cruzados.

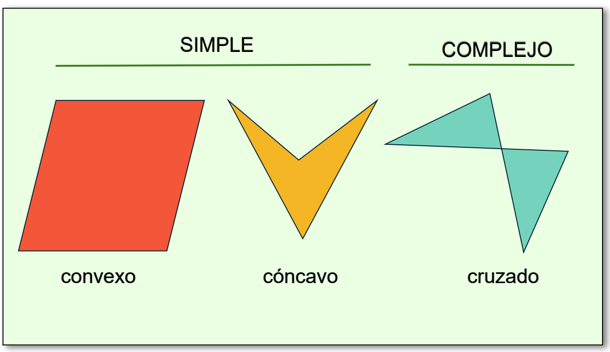


Figura 5.1. Clasificación de los cuadriláteros.

[17] En este libro estudiaremos solamente los cuadriláteros convexos

5.2 Paralelogramos

El paralelogramo es una figura geométrica común en matemáticas y aparece en muchos contextos prácticos, como diseño arquitectónico, ingeniería y arte.

Un paralelogramo es un cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos y de igual longitud. Esta simple característica da lugar a una serie de propiedades importantes.

Figura 5.2. Formación del paralelogramo. Dos pares de paralelas se cortan creando una superficie de cuatro lados paralelos. Sus diagonales se cortan en el punto medio.

- Los lados opuestos son paralelos entre sí, es decir, nunca se cruzan.
- Los pares de lados opuestos tienen la misma medida.
- La suma de los ángulos consecutivos (que comparten un lado) es siempre 180°.
- Las diagonales se bisecan: cortándose en el punto medio.
- Tiene un eje de simetría en el punto de intersección de las diagonales.

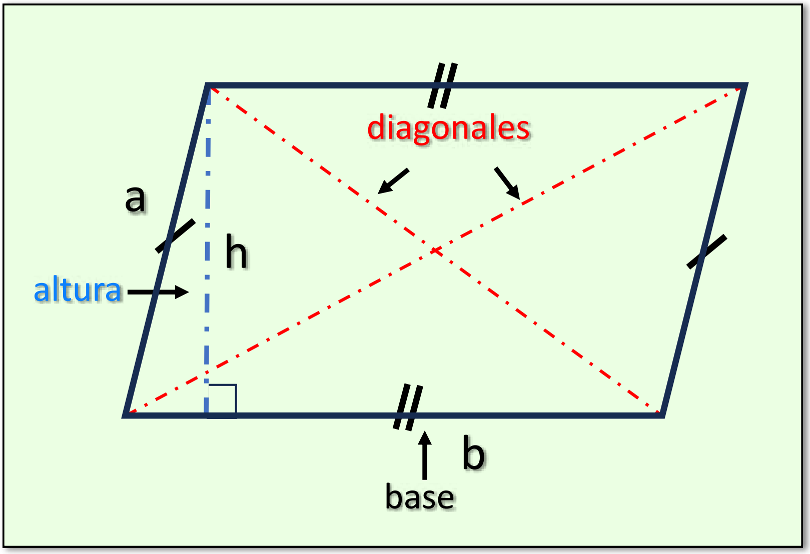


Figura 5.3. Elementos del paralelogramo.

Perímetro:

El perímetro es el contorno de la figura, es la suma de todos los lados. Los paralelogramos tienen sus lados opuestos iguales, por lo que, si llamamos a un lado (a) y al otro (b) tendríamos:

$$P = 2a + 2b = 2(a + b)$$

Área:

El área es la superficie que encierra el perímetro. La altura (h) de un paralelogramo es el segmento de recta que va perpendicularmente desde un vértice al lado opuesto, llamado base (b), formando un ángulo de 90°.

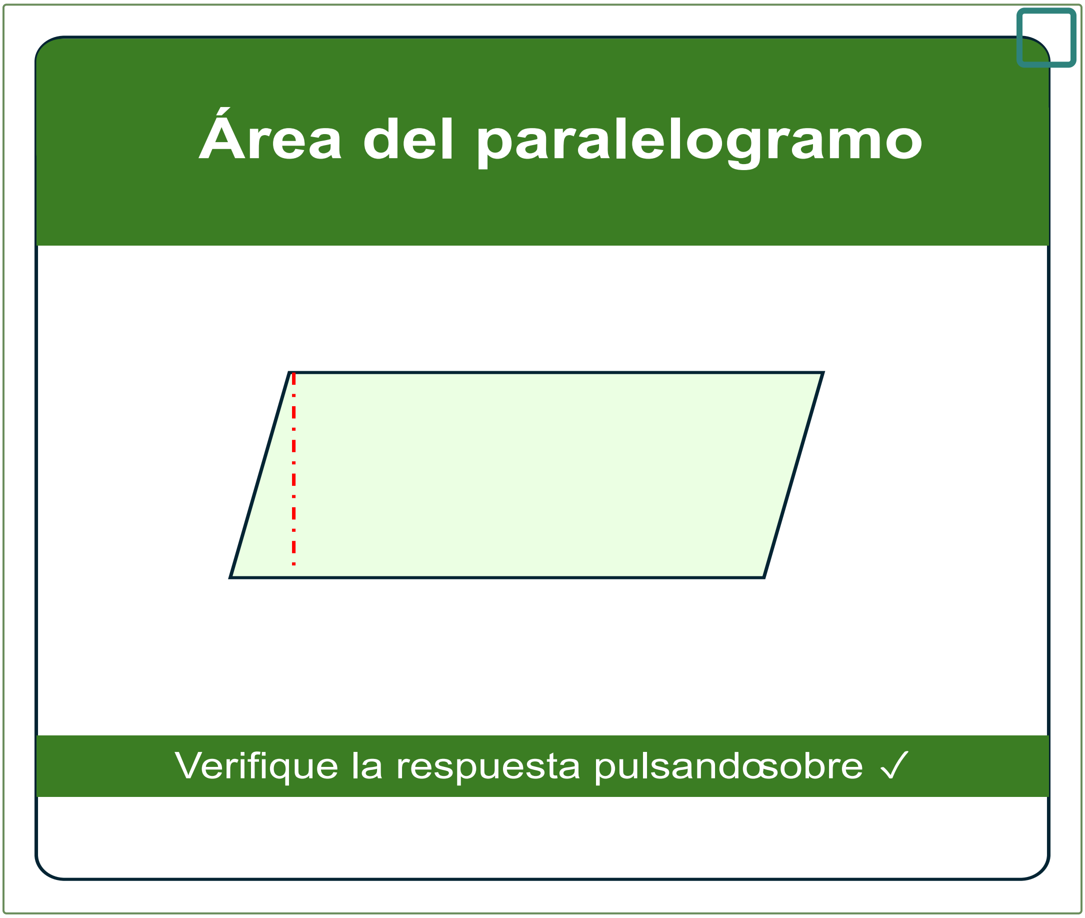
El área se calcula mediante la fórmula

$$A = b \times h$$

Dentro del conjunto de paralelogramos, encontramos subtipos específicos que tienen características adicionales y que estudiarenos a continación:

- **Rectángulo:**
- **Rombo:**
- **Cuadrado:** Ya estudiado en el capítulo 4
- **Romboide:**

5.2.1 Ejercicios - Área del paralelogramo



5.2.2 Rectángulos

Un rectángulo es un paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos (90°).

Características principales:

- La característica más distintiva del rectángulo es que todos sus ángulos interiores miden exactamente 90°.
- Los lados opuestos del rectángulo son paralelos entre sí y tienen la misma longitud.
- Las diagonales de un rectángulo tienen la misma longitud
- Como todo cuadrilátero, la suma de los ángulos interiores es 360°.
- Tiene dos ejes de simetría (vertical y horizontal). También es simétrico con respecto al punto donde se cruzan las diagonales (su centro).

Un cuadrado es un caso especial de rectángulo en el que todos los lados son iguales. Por lo tanto, todos los cuadrados son rectángulos, **pero no todos los rectángulos son cuadrados.**

Perímetro:

Es la suma de todos los lados. El rectánglo tienes sus lados opuestos iguales. Asumiendo que un lado es (a) y el otro (b), su perímetro se calcula por la fórmula [18] :

$$P = 2a + 2b = 2(a + b)$$

Área:

El área es la superficie que encierra el perímetro. Se calcula multiplicando mediante la fórmula:

$$A = b \times h$$

[18] En Estados Unidos, **y en el examen de GED**, la fórmula del perímetro es expresada como $P = 2l + 2w$ y el área como $A = lw$ dado que largo es **length** y (l) y ancho es **width** (w)

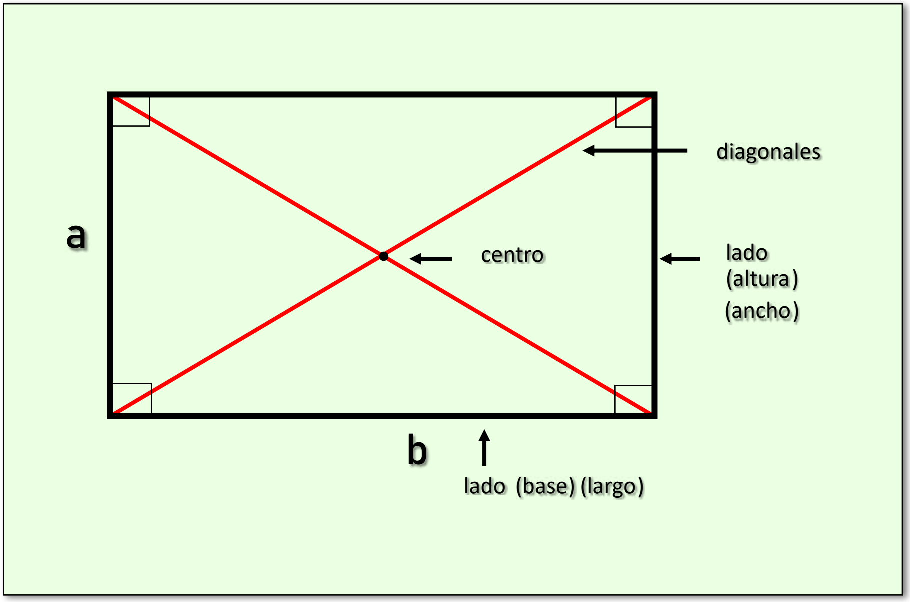


Figura 5.4. Elementos de un Rectángulo

Ejemplo de uso de la fórmula del área de un rectángulo:

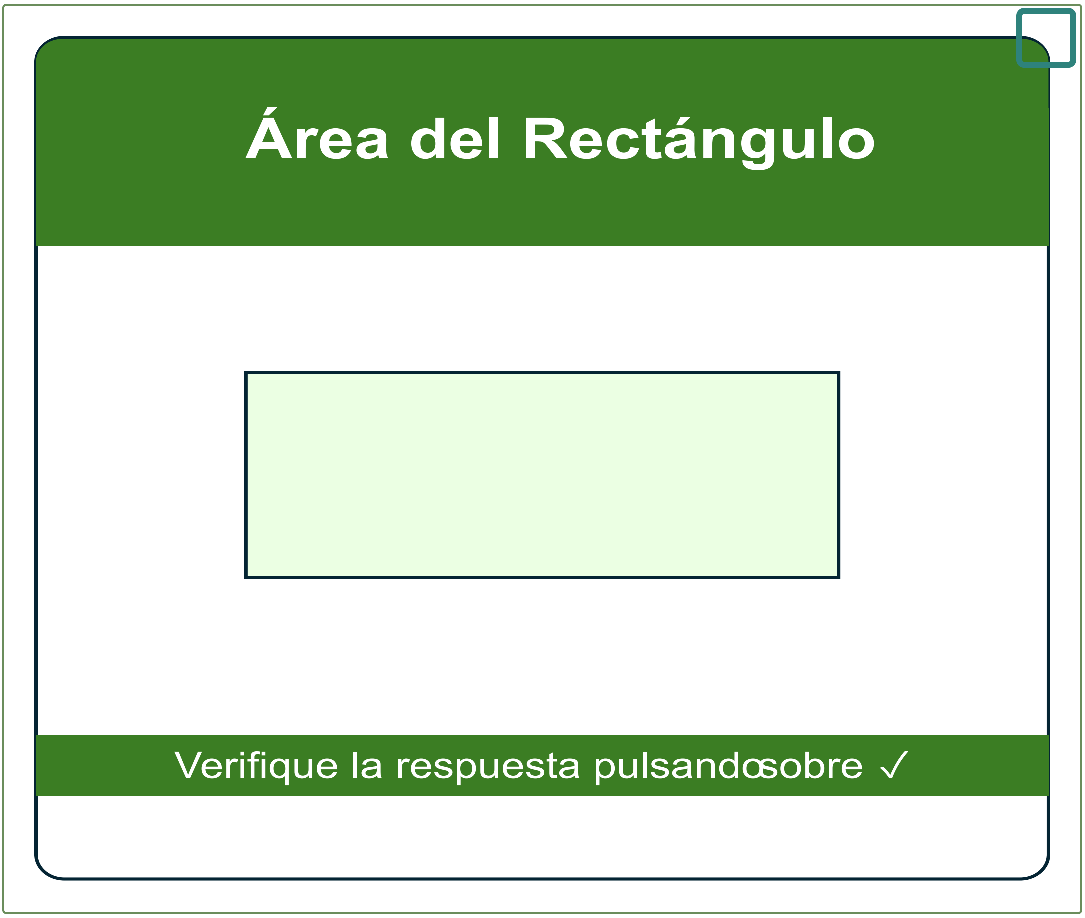
Cecilia desea empapelar una pared rectangular que tiene un área de 15 m^2. El alto de la pared es de 3 m. ¿Cuánto mide la base?

Datos:
Área (A) =15 m, alto (h) =3 m. Nos piden la base (b)

$A = b \times h$ *despejando* h *tenemos* $h = \frac{A}{b}$
Sustituyendo los valores dados tenemos $h = \frac{15}{3} = 5$

La base de la habitación mide $5m$

5.2.3 Ejercicios - Área del rectángulo



El cálculo del área del rectángulo es muy utilizada en la vida real, por ejemplo:

- Para saber cuántos azulejos, baldosas, pintura o madera se necesita para cubrir una pared o un piso.
- Para diseñar habitaciones, oficinas o edificios
- El área de una imagen o pantalla rectangular se usa para determinar su tamaño y resolución.

5.2.4 Romboide

Un romboide es un cuadrilátero que pertenece a la familia de los paralelogramos. En esta figura, los lados opuestos son paralelos y de longitud igual, **pero los ángulos no son rectos** (es decir, no miden 90°). Parece un rectángulo que lo han "empujado" quedando inclinado.

Características principales:

- Los lados opuestos son paralelos y tienen la misma longitud. Los lados adyacentes pueden ser de longitudes diferentes.
- Los ángulos opuestos son iguales. Los ángulos consecutivos (adyacentes) son suplementarios, es decir, la suma de dos ángulos consecutivos es 180°
- Las diagonales del romboide no son perpendiculares entre sí. Las diagonales no se bisecan mutuamente en partes iguales (a menos que el romboide sea un rombo).
- El romboide no tiene ejes de simetría,

Perímetro:

Es la suma de todos los lados. El romboide tiene sus lados opuestos iguales. Siendo un lado (a) y el otro la altura (b), su perímetro se calcula por la fórmula

$$P = 2a + 2b = 2(a + b)$$

Área:

El área es la superficie que encierra el perímetro. Se calcula multiplicando mediante la fórmula:

$$A = b \times h$$

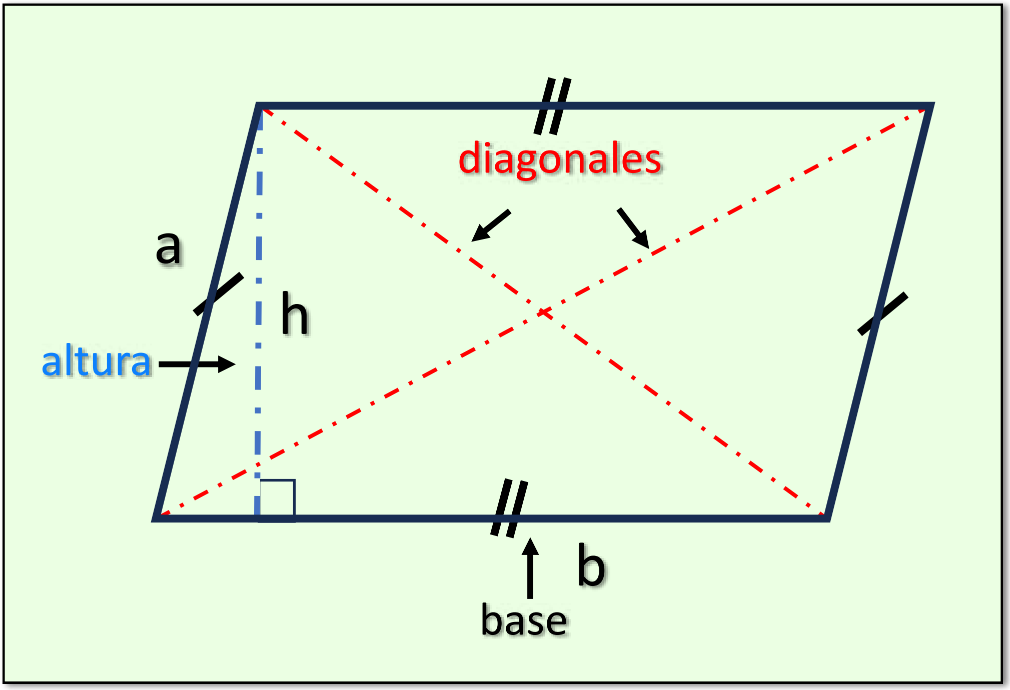


Figura 5.5. Romboide y sus elementos

Ejemplo de cálculo del área de un romboide:

Un parque de la ciudad tiene forma de romboide, con base de 60 m y altura de 30 m ¿Calcule el área?

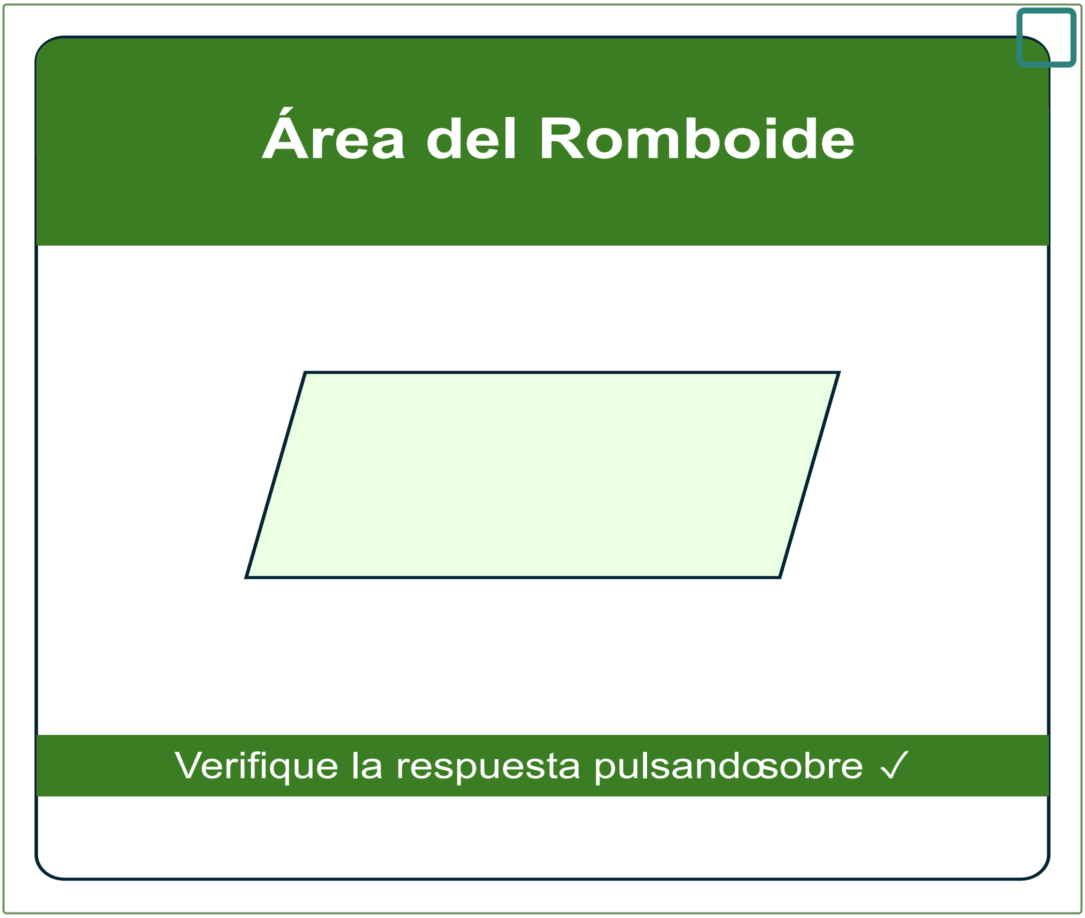
Nos dan como datos: la base (120 m) y la altura (100 m). Debemos calcular el área

$A = b \times h$

Sustituyendo los valores: $A = 60 \times 30 = 180$

El área del parque es de $180m^2$

5.2.5 Ejercicios - Área del romboide



Como has apreciado, el romboide es un paralelogramo con lados opuestos paralelos e iguales, **pero sin ángulos rectos**. Aunque comparte propiedades con el rectángulo y como veremos a continuación, con el rombo, su falta de perpendicularidad en las diagonales y la ausencia de ángulos rectos lo distinguen.

Es una figura útil en geometría y diseño para representar formas inclinadas y equilibradas.

5.2.6 Rombo

El rombo[19] es un cuadrilátero paralelogramo de lados iguales. Algunos cortes de diamantes tienen una forma alargada o facetados que recuerdan a la geometría de un rombo.

Características principales:

- Todos los lados de un rombo tienen la misma longitud y los lados opuestos paralelos.
- Los ángulos opuestos de un rombo tienen la misma medida. A diferencia del cuadrado, **sus ángulos no son rectos**.
- Las diagonales de un rombo se cortan formando ángulos rectos. Las diagonales bisecan sus ángulos.
- Posee dos ejes de simetría.

Perímetro:

El perímetro de un rombo se calcula multiplicando la longitud de un lado por cuatro:

$$P = 4l$$

Área:

El área de un rombo se puede calcular multiplicando la longitud de las diagonales mayor (D) y menor (d) y dividiendo el resultado por dos:

$$\acute{A}rea = \frac{(D \times d)}{2}$$

19 En griego antiguo, "rhómbos" se refería a un objeto que podía girar o dar vueltas, como un trompo o una peonza. También se usaba para describir una forma que giraba o daba vueltas. Con el tiempo, "*rhómbos*" se aplicó a la forma geométrica que conocemos hoy como rombo. Es probable que esta asociación se debiera a la idea de que un rombo puede imaginarse como un cuadrado que ha sido "girado" o "inclinado".

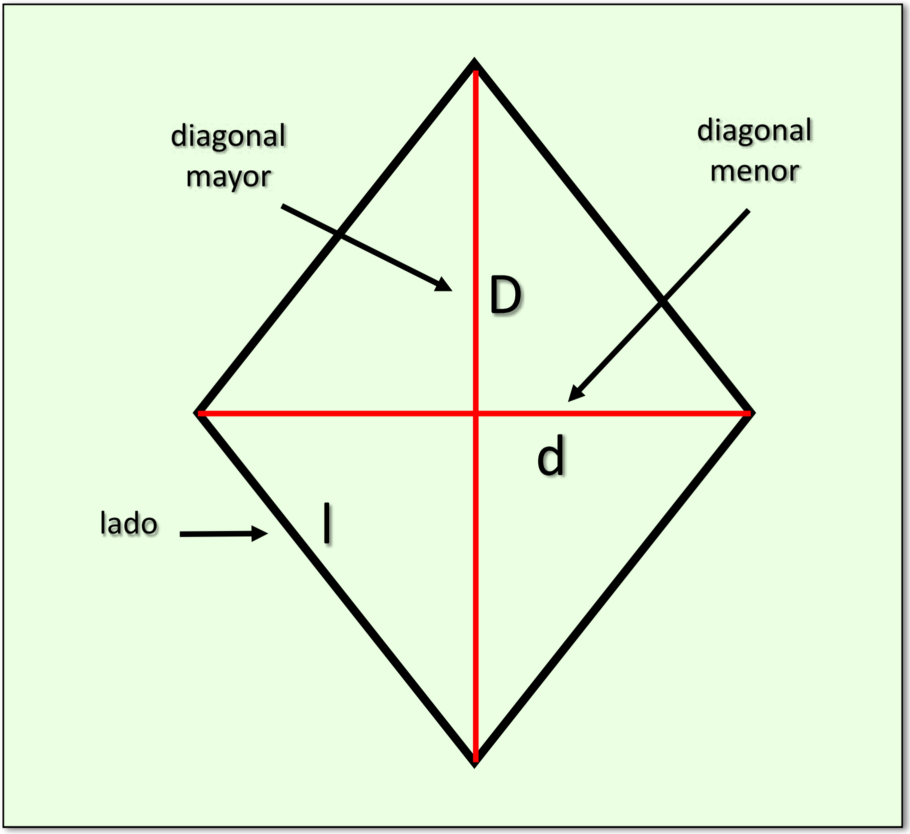


Figura 5.6. Rombo y sus elementos

Ejemplo de uso de la fórmula del área de un rombo:

El área de un rombo es de $45.7m^2$, y su diagonal menor mide $8.4m$. ¿Cuánto mide la diagonal mayor?

Nos dan como datos: el Área ($45.7m^2$) y la diagonal menor ($8.4m$). Debemos calcular la diagonal mayor.

$A = \frac{(D \times d)}{2}$ *depejando D tenemos:*
$D = \frac{(A \times 2)}{d}$, *sustituyendo* $D = \frac{(45.7 \times 2)}{8.4} = 10.9m$

5.3 Deltoide

Un deltoide es un cuadrilátero que tiene la forma de un cometa. Es un cuadrilátero convexo (es decir, sus ángulos interiores son menores de 180°) y se caracteriza por tener dos pares de lados adyacentes congruentes (iguales en longitud), pero los lados opuestos no son necesariamente iguales ni paralelos.

Características principales

- Tiene dos pares de lados adyacentes iguales
- Las diagonales son perpendiculares entre sí (forman un ángulo de 90°). Una de las diagonales (la diagonal mayor) biseca a la otra (la corta en dos partes iguales).
- Tiene un par de ángulos opuestos iguales (los que están entre los lados desiguales). Los otros dos ángulos son diferentes.
- Posee un eje de simetría, que es la diagonal mayor. Este eje divide al deltoide en dos partes iguales.

Perímetro:

El perímetro de un rombo se calcula multiplicando la longitud de un lado por cuatro:

$$P = 4l$$

Área

El área del deltoide se calcula igual que la del rombo, multiplicando la longitud de las diagonales mayor (D) y menor (d) y dividiendo el resultado por dos:

$$\acute{A}rea = \frac{(D \times d)}{2}$$

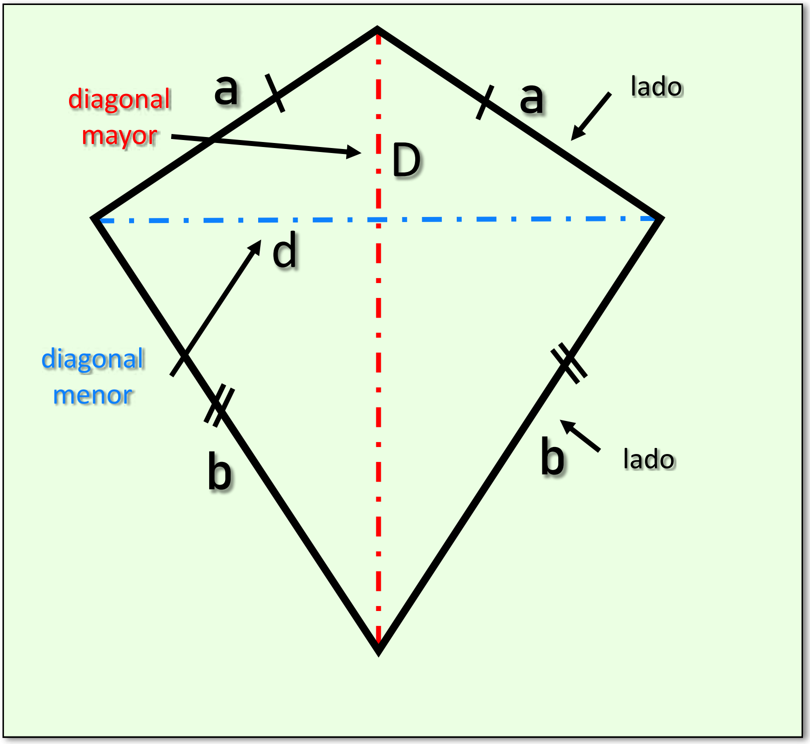


Figura 5.7. Deltoide y sus elementos

Ejemplo de cálculo del área de un deltoide:

Iván está construyendo un pequeño papalote en forma de deltoide para el hermanito. Cortó las varillas con 8cm y 6 cm de largo. ¿Qué área tiene el papalote?

Nos dan como datos: la diagonal mayor (8 cm) y la diagonal menor (6 cm). Debemos calcular el área $A = \frac{(D \times d)}{2}$

Sustituyendo $A = \frac{(8 \times 6)}{2} = 24$

5.3.1 Tabla de diferencias entre rombo y deltoide

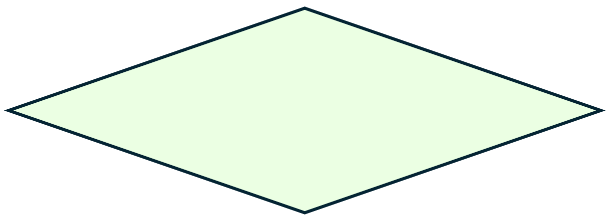
Aspecto	Rombo	Deltoide (o Cometa)
Lados	Todos los lados son iguales.	Dos pares de lados adyacentes son iguales, pero no todos los lados tienen la misma longitud.
Diagonales	Las diagonales son perpendiculares **y se bisecan mutuamente** (se cortan a la mitad).	Las diagonales son perpendiculares, pero **solo una es bisecada**.
Simetría	Tiene **dos ejes de simetría** (uno por cada diagonal).	Tiene **un eje de simetría** (a lo largo de la diagonal mayor).
Forma	Tiene una forma más regular, con lados y ángulos congruentes o iguales.	Tiene una forma más irregular, con lados de diferentes longitudes.
Clasificación	Es un **paralelogramo**, porque tiene lados opuestos paralelos.	No es un paralelogramo, porque no tiene lados opuestos paralelos.

Tanto el rombo como el deltoides tienen la misma fórmula para calcular el área. Esto se debe a que ambas figuras pueden dividirse en cuatro triángulos al trazar sus diagonales, y estas diagonales se cruzan formado ángulos rectos. La fórmula del área se deriva de la suma de los cuatro triángulos formados por las diagonales.

Aunque la fórmula es la misma, es importante notar que **la geometría interna de cada figura es diferente**, especialmente en la relación entre las diagonales. Analiza la siguiente tabla para que lo compruebes.

5.3.2 Ejercicios - Área del rombo y deltoide

Área del Rombo



Verifique la respuesta pulsando sobre ✓

5.4 Trapecios

Un trapecio es un cuadrilátero. Su característica principal es que tiene al menos un par de lados opuestos que son paralelos . Estos lados paralelos reciben el nombre de bases, y los otros dos lados se llaman lados no paralelos o lados oblicuos.

Características del trapecio

- Dos de sus lados son paralelos y se denominan **bases**.
- La suma de los cuatro **ángulos interiores** siempre es igual a 360°.
- La **altura** es la distancia perpendicular entre las bases paralelas.
- La **línea media** es el segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos. Es paralela a las bases y su longitud es igual al promedio de las longitudes de las bases.

$$Línea\ media = \frac{Base\ mayor\ +\ base\ menor}{2}$$

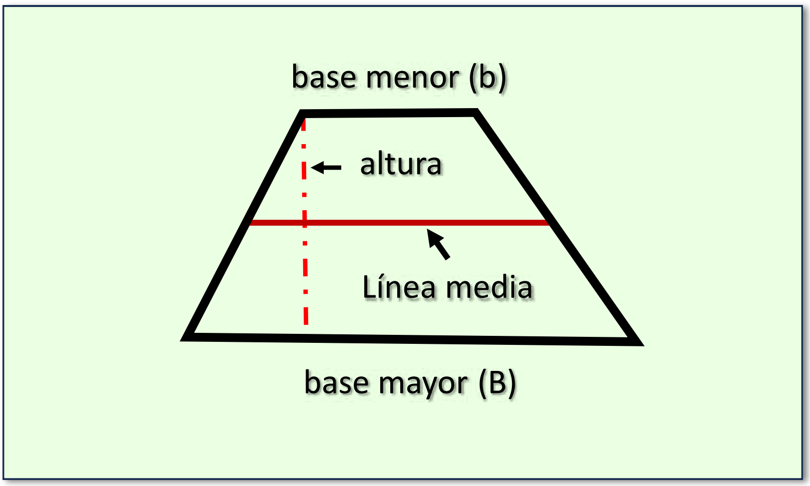
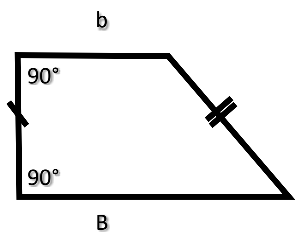
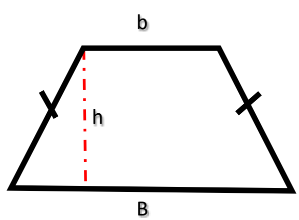
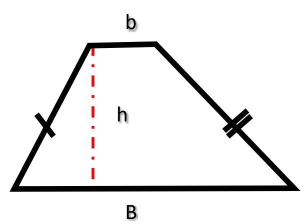


Figura 5.8. Trapecio y sus elementos

Tipos de trapecios

Los trapecios se clasifican en función de sus ángulos y lados, pudiendo ser trapecios rectángulos, trapecios isósceles y trapecios escalenos.

Trapecio rectángulo	Trapecio isósceles	Trapecio escaleno
Tiene dos ángulos rectos (90°). Uno de los lados oblicuos es perpendicular a las bases.	Los lados no paralelos son de igual longitud. Los ángulos adyacentes a cada base son iguales. Tiene simetría con respecto a una línea perpendicular a las bases.	No tiene lados iguales, excepto las bases paralelas. No tiene simetría.
		

Trapezoides

Un trapezoide, en Estados Unidos de América, es un cuadrilátero que no tiene ningún par de lados opuestos paralelos, a diferencia de un trapecio que sí tiene un par de lados paralelos. No es objeto de estudio en este libro.

5.4.1 Propiedades métricas del trapecio

Perímetro:

El perímetro de un trapecio se calcula sumando la longitud de cada lado:

$$P = a + b + B + c$$

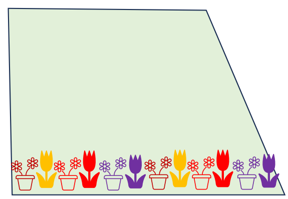
Área:

El área del trapecio se calcula a partir de la media de sus bases $\frac{(B+b)}{2}$ multiplicada por la altura (h)

$$A = \frac{(B+b)}{2} \times h$$

Ejemplo de cálculo de área de un trapecio

Ana quiere construir un jardín en forma de trapecio. El lado más largo mide 12 metros, y el lado más corto mide 8 metros. Un tercer lado es perpendicular a los otros dos lados y mide 5 metros. ¿Cuál será el área del jardín??



Datos:
Base mayor (B) = 12 metros
Base menor (b) = 8 metros
Altura (h) = 5 metros (el lado perpendicular a las dos bases)

La fórmula para el cálculo del área de trapecio es $A = \frac{(B+b)}{2} \times h$
Sustituyendo: $A = \frac{(12+8)}{2} \times 5 = 10 \times 5 = 50$

El área del jardín será de 50 metros cuadrados.

5.4.2 Ejercicios - Área del trapecio

En la vida diaria, el trapecio se utiliza en puentes, estructuras arquitectónicas, bases de presas o represas, etc.

Por ejemplo, en las presas la forma trapezoidal de la base permite una distribución más uniforme de la presión del agua sobre el terreno. La base más ancha aumenta el área de contacto, lo que reduce la presión por unidad de área y evita el hundimiento. La base ancha también aumenta la resistencia al deslizamiento de la presa sobre el terreno.


EL AHORCADO
Vocabulario de Geometría
Q W E R T Y U I O P
A S D F G H J K L Ñ
Z X C V B N M

Cuadriláteros en nuestro entorno

5.5 Comprobación - Cuadriláteros

Comprobación Cuadriláteros

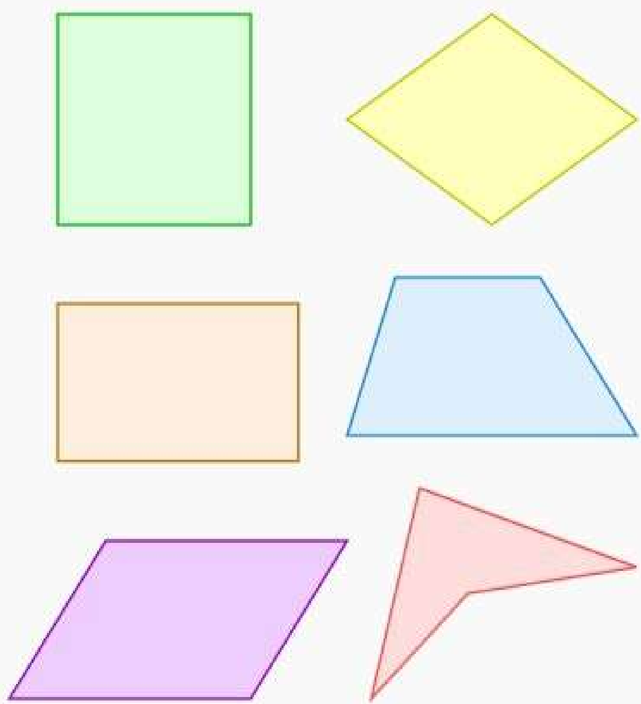
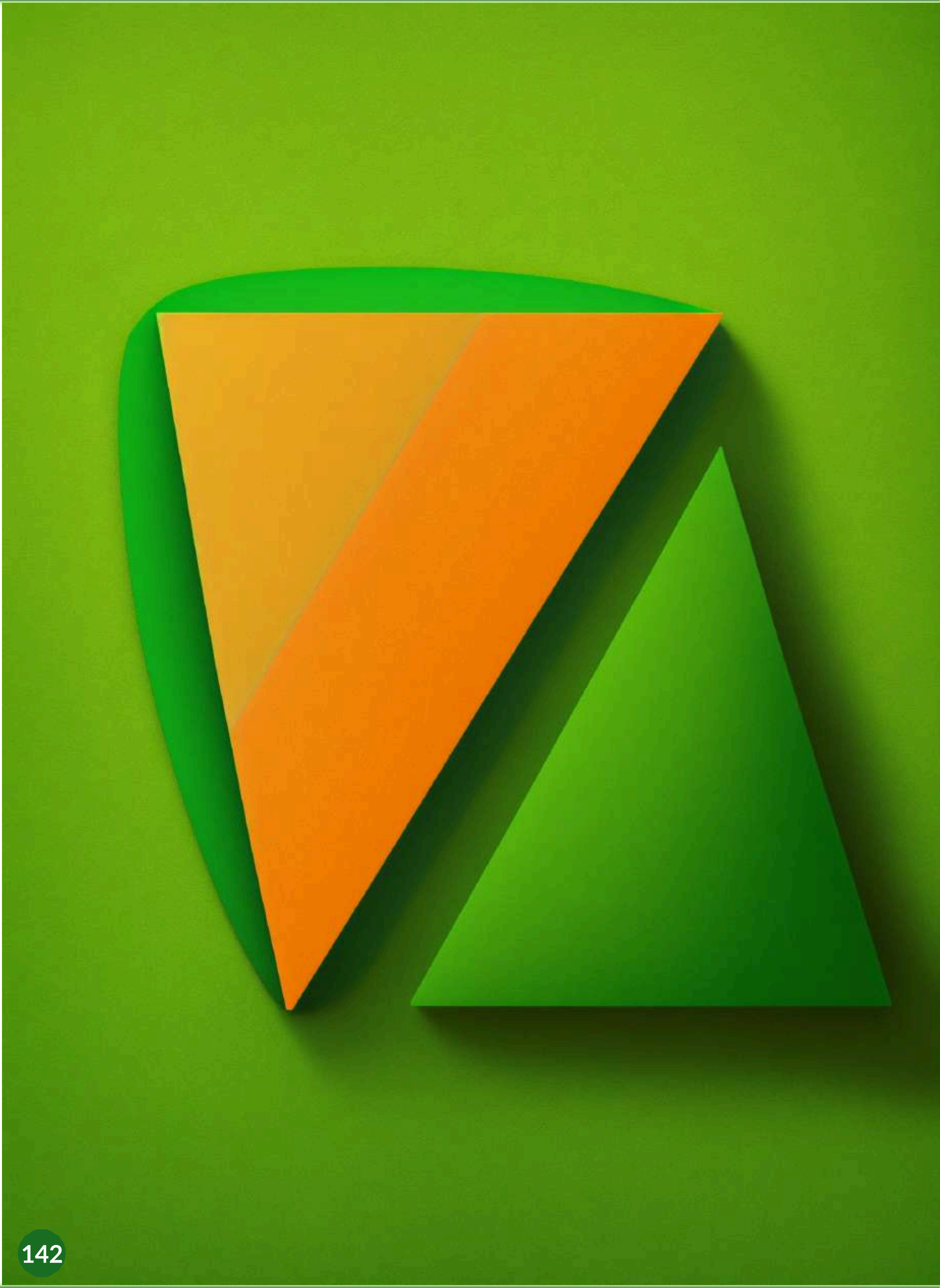


Imagen: A pine forest shaped like 3D triangles, the sun and clouds built with geometric figures. Lexica Aperture v5

Capítulo VI

Triángulos



6.1 Los triángulos

En el Capítulo 4 estudiamos que el triángulo es un polígono de tres lados y tres ángulos, siendo la figura geométrica plana más simple que se puede construir con líneas rectas y que permite analizar y comprender propiedades fundamentales, como ángulos, congruencia y semejanza.

Los triángulos son omnipresentes y tienen una importancia enorme en diversos campos:

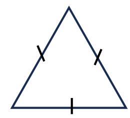
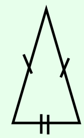
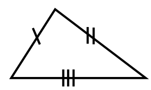
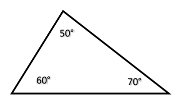
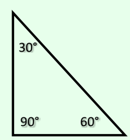
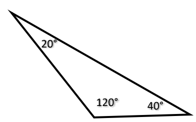
- **Matemáticas:**
  Son la base de la trigonometría, una rama fundamental de las matemáticas que se utiliza para calcular distancias y ángulos.
- **Física e ingeniería:**
  La forma triangular proporciona una gran estabilidad estructural, por lo que se utiliza en la construcción de puentes, edificios y otras estructuras. La triangulación es una técnica utilizada en topografía y navegación para determinar posiciones y distancias.
- **Diseño y arquitectura:**
  Los triángulos se utilizan en diseños arquitectónicos y artísticos por su atractivo estético y su capacidad para crear dinamismo y equilibrio.

Los triángulos tienen **clasificaciones** en función de la medida de sus lados y la medida de sus ángulos, así como **líneas notables**, que son segmentos especiales que ayudan a estudiar sus propiedades geométricas y resolver problemas relacionados con ellos.

Los trianguos también tienen **propiedades métricas**, como el perímetro y el área, que son fundamentales para entender su tamaño, forma y proporciones

⇐ **Imagen**: Stylish sophistication chic background abstract luxury triangles. Lexica Aperture v3.5

6.1.1 Clasificación los triángulos

Nombre del Triángulo	Clasificación	Descripción	Imagen
Clasificación por la medida de sus lados			
Equilátero	Lados	Tres lados iguales	
Isósceles	Lados	Dos lados iguales	
Escaleno	Lados	Tres lados desiguales	
Clasificación por la medida de sus ángulos			
Acutángulo	Ángulos	Tres ángulos agudos (menores de 90°)	
Rectángulo	Ángulos	Un ángulo recto (90°)	
Obtusángulo	Ángulos	Un ángulo obtuso (mayor de 90°)	

6.1.2 Líneas notables del triángulo:

Cuando estudiamos el polígono regular triángulo equilátero en el Capítulo 4, vimos que los triángulos tienen líneas con propiedades especiales que generan puntos importantes dentro de la figura denominadas líneas líneas notables.

Estas líneas notables son la **altura**, la **bisectriz**, la **mediana**, y la **mediatriz**

A diferencia del triángulo equilátero, donde todas coinciden, estas líneas **se ubican de manera diferente en cada tipo de triángulo**. Estudiemos cada una de ellas, analizando su comportamiento según el tipo de triángulo.

Altura

La altura de un triángulo es un concepto fundamental que define la distancia perpendicular desde un vértice hasta el lado opuesto, conocido como base.

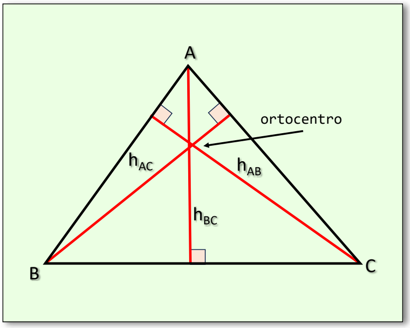
- La altura se traza desde un vértice del triángulo hasta el lado opuesto (o su prolongación) formando un ángulo de 90 grados, es decir: es perpendicular a la base.
- Cada triángulo tiene tres alturas, una por cada uno de sus vértices y lados opuestos.
- Las tres alturas de un triángulo siempre se intersectan en un punto llamado **ortocentro**. La ubicación del ortocentro varía según el tipo de triángulo.
- La altura es esencial para calcular el área de un triángulo.

La posición de la altura varía en dependencia del tipo de triángulo

Altura en el triángulo acutángulo

Todas las alturas se encuentran dentro del triángulo.

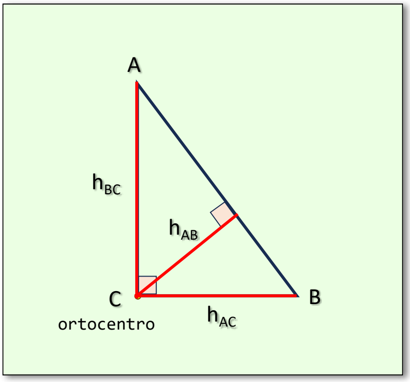
El **ortocentro** se localiza dentro del triángulo.



Altura en el triángulo rectángulo:

Dos de las alturas coinciden con los catetos del triángulo.

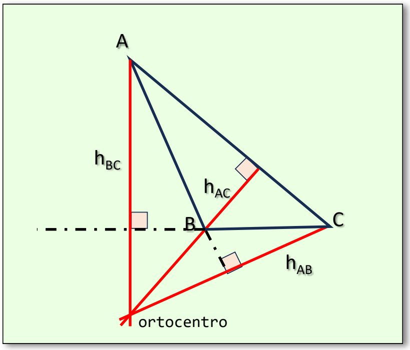
El **ortocentro** se encuentra en el vértice del ángulo recto.



Altura en el triángulo obtusángulo

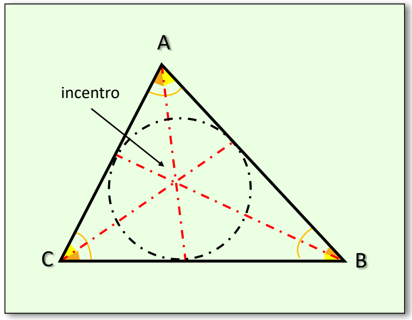
Dos de las alturas se encuentran fuera del triángulo.

El **ortocentro** se localiza fuera del triángulo.



Bisectriz

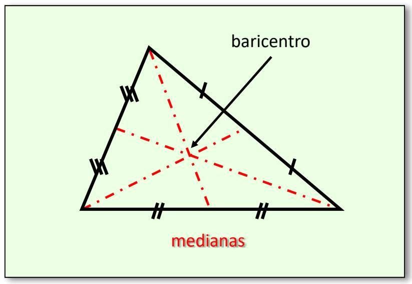
La bisectriz es el segmento que divide un ángulo interno del triángulo en dos ángulos iguales. El punto de intersección de las tres bisectrices se llama **incentro**, que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo. Es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los lados del ángulo.



El incentro siempre se encuentra dentro del triángulo, independientemente de si el triángulo es acutángulo, rectángulo u obtusángulo.

Mediana

La mediana es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. El punto de intersección de las tres medianas se llama **baricentro**



El baricentro siempre se encuentra dentro del triángulo, sin importar el tipo de triángulo. El baricentro también es conocido como el centro de gravedad del triángulo.

No debe confundirse la bisectriz con la mediana. La bisectriz se relaciona con la división de ángulos, mientras que la mediana se relaciona con la división de lados. Ambas son líneas notables en un triángulo, pero tienen propiedades y aplicaciones distintas.

Mediatriz

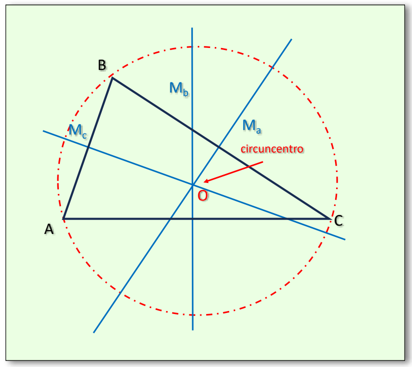
La mediatriz es la línea perpendicular a un lado del triángulo que pasa por su punto medio.

El punto donde se intersecan las 3 mediatrices se le llama **circuncentro** y es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

La ubicación del circuncentro varía según el tipo de triángulo

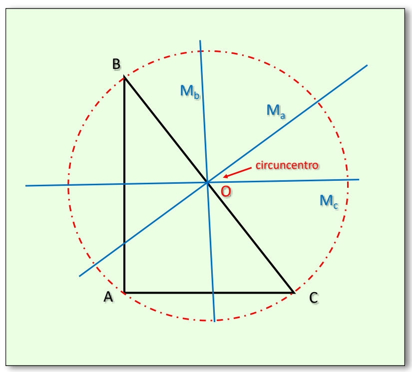
Mediatriz en el triángulo acutángulo:

En un triángulo acutángulo, el **circuncentro** está dentro del triángulo.



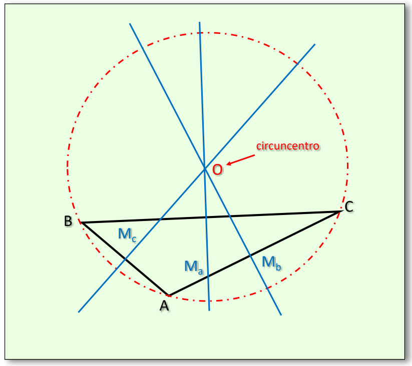
Mediatriz en el triángulo recto:

En un triángulo rectángulo, el **circuncentro** se encuentra en el punto medio de la hipotenusa.



Mediatriz en el triángulo obtusángulo:

En un triángulo obtusángulo, el **circuncentro** está fuera del triángulo.



6.1.3 Propiedades métricas de los triángulos

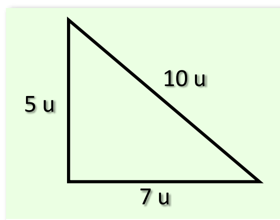
Las propiedades métricas de los triángulos relacionadas con el perímetro y el área son fundamentales para entender su tamaño, forma y proporciones. A continuación detallamos cada concepto:

Perímetro

El perímetro de un triángulo es la suma de las longitudes de sus tres lados y se expresa en las mismas unidades que los lados. Si los lados del triángulo son a, b y c, el perímetro se calcula como:[20]

$$P = a + b + c$$

Calcule el perímetro del triángulo mostrado en la figura.



Datos:
$a = 5u, b = 7u, c = 10u$
$P = a + b + c$
$P = 5u + 7u + 10u = 22u$

***El perímetro del triángulo de la figura es de** $22u$*

[20] En Estados Unidos **y en el examen de GED** la fórmula es $P = s_1 + s_2 + s_3$

Área

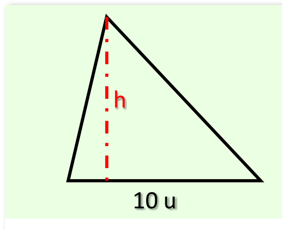
El área de un triángulo es la medida de la superficie encerrada por sus lados. y se expresa en unidades cuadradas.

Fórmula básica

Cuando se conoce la longitud de la base (b) y la altura (h) correspondiente, el área se calcula como:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Ejemplo: El área de la figura mostrada es de $100u^2$***, si la base es de*** $10u$***. ¿Cuánto mide la altura?.***



Datos:
$A = 100u^2, b = 10u, h =$
$A = \frac{b \times h}{2}$
Despejando h tenemos:
$h = \frac{2 \times A}{b}$
Sustituyendo $h = \frac{2 \times 100u^2}{10u} = 20u$

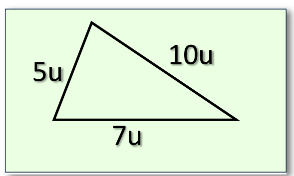
La altura del triángulo de la figura es de $20u$

Fórmula de Herón

Cuando se conocen los tres lados y no se conoce la altura, se puede calcular el semiperímetro (s) y aplicar la fórmula de Herón.

$$A = \sqrt{[s \times (s - a) \times (s - b) \times (s - c)]}$$

Ejemplo: Calcule el área de la figura mostrada



Datos:
$a = 5u, b = 7u, c = 10u$

Calculando el semiperímetro

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+7+10}{2} = \frac{22}{2} = 11$

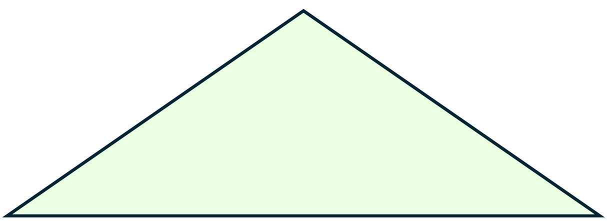
Sustituyendo en la fórmula de Herón

$A = \sqrt{[11 \times (11-5) \times (11-7) \times (11-10)]} = \sqrt{264} = 16.2u^2$

El área del triángulo de la figura es de $16.2u^2$

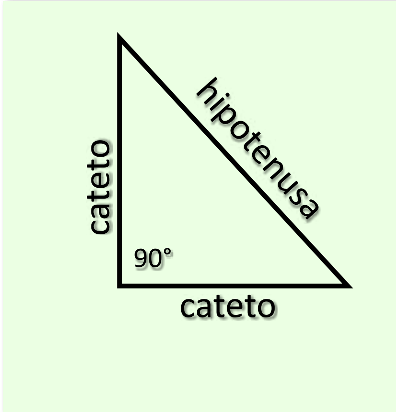
6.1.4 Ejercicios - Área del triángulos

Ejercicios de Triángulos



Verifique la respuesta pulsandosobre ✓

6.2 Triángulos rectángulos



Dentro de los triángulos, el triángulo rectángulo se caracteriza por tener un ángulo de 90°. El lado mayor del triángulo rectángulo se denomina hipotenusa, y es el lado que se opone al ángulo recto. Los otros dos lados reciben el nombre de catetos.

Ese ángulo recto es lo que hace único al triángulo rectángulo, el cual lo define y permite establecer una estructura fundamental en geometría, permitiendo la entrada a conceptos matemáticos esenciales.

Uno de ellos es el **Teorema de Pitágoras**, que establece una relación precisa entre los lados de un triángulo rectángulo. Esta relación no solo es clave para resolver problemas geométricos, sino que también tiene aplicaciones prácticas en arquitectura, ingeniería y física.

Además, los triángulos rectángulos son el fundamento de las **relaciones trigonométricas**: seno, coseno y tangente, que conectan los ángulos agudos de un triángulo rectángulo con las proporciones entre sus lados, las cuales se utilizando para resolver triángulos y modelar fenómenos en disciplinas como astronomía, navegación y análisis de señales.

Los triángulos rectángulos tiene una peculiaridad, **sus ángulos agudos son complementarios**, la suma de estos dos ángulos es siempre 90°. Esto implica que, al conocer uno de los ángulos agudos, el otro puede determinarse directamente, una propiedad que simplifica cálculos y análisis.

6.2.1 Clasificación de los triángulos rectángulos

Los triángulos rectángulos se clasifican principalmente según la longitud de sus lados. Dentro de esta clasificación, encontramos dos tipos principales:

- **Triángulo rectángulo isósceles:**
  Este tipo de triángulo rectángulo tiene dos catetos de igual longitud. Como consecuencia, los dos ángulos agudos miden 45 grados cada uno.

- **Triángulo rectángulo escaleno:**
  En este caso, todos los lados del triángulo rectángulo tienen longitudes diferentes.
  Como consecuencia, los dos angulos agudos tendrán diferentes medidas.

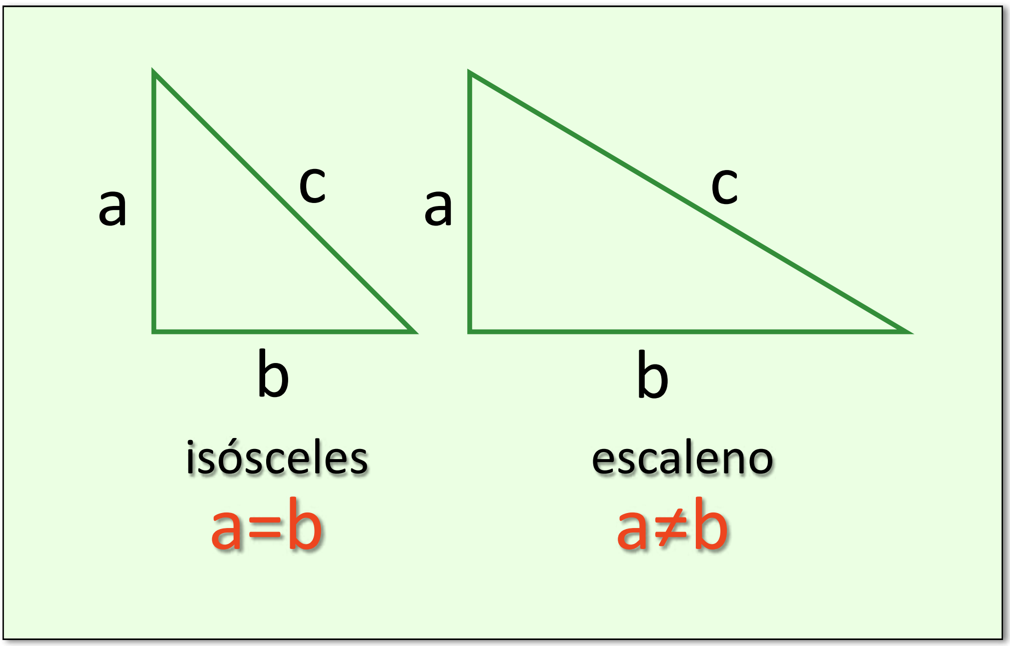
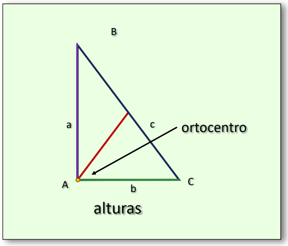


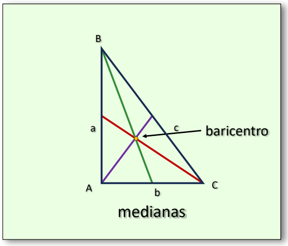
Figura 6.1. Los dos tipos de triángulos rectángulos: isósceles y escaleno

6.2.2 Líneas y puntos notables en los triángulos rectángulos

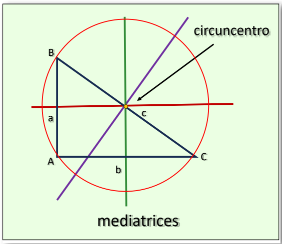
- **Altura:**
  Es la distancia perpendicular desde un vértice hasta el lado opuesto. En un triángulo rectángulo, dos de las alturas **coinciden con los catetos**.
  El **ortocentro**, punto donde se cruzan las alturas, en el triángulo rectángulo coincide con el vértice del ángulo recto.



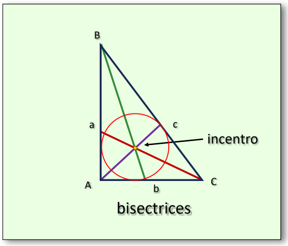
- **Mediana:**
  Es el segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. La mediana trazada desde el vértice del ángulo recto tiene una longitud que es la mitad de la longitud de la hipotenusa.
  El **baricentro**, punto donde se cruzan las medianas, siempre se encuentra dentro del triángulo, como en cualquier otro triángulo.



- **Mediatriz**
  Es la línea perpendicular a un lado del triángulo que pasa por su punto medio.
  El **circuncentro**, es el punto de intersección de las mediatrices y se encuentra en el punto medio de la hipotenusa.



- **Bisectriz:**
  Es el segmento que divide un ángulo interno del triángulo en dos ángulos iguales.
  El **incentro** es el punto donde se cruzan las bisectrices y siempre se encuentra dentro del triángulo.



6.3 Teorema de Pitágoras

El Teorema de Pitágoras es uno de los principios matemáticos más famosos y fundamentales. Evidencias históricas indican que las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo ya eran conocidas en civilizaciones anteriores a Pitágoras, como la babilónica y la egipcia. Por ejemplo, la tablilla babilónica *Plimpton 322,* datada alrededor del 1800 a.C., muestra conocimientos de ternas pitagóricas .

Pitágoras y su escuela[21] demostraron formalmente el teorema, otorgándole un lugar central en la matemática griega, por eso se conoce el teorema con su nombre. El teorema es esencial para la geometría euclidiana, permitiendo calcular distancias y relaciones entre lados de triángulos rectángulos.

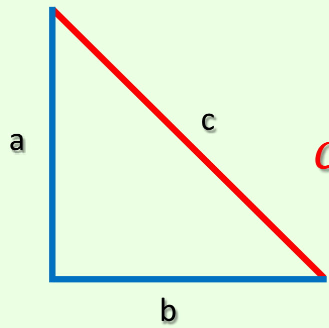
Figura 6.2. Recreación de la Escuela Pitagórica realizaca con la IA Leonardo Kino XL

Tiene innumerables aplicaciones. En la construcción y arquitectura para calcular distancias, ángulos y dimensiones; en la navegación y topografía para determinar posiciones y distancias en mapas y terrenos. Se utiliza en física e ingeniería para cálculos de vectores, fuerzas y movimientos.

---

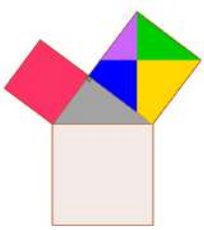
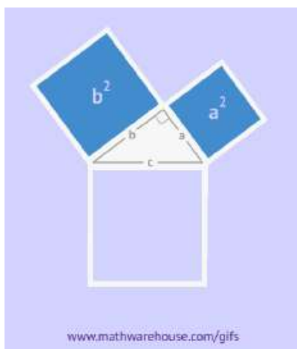
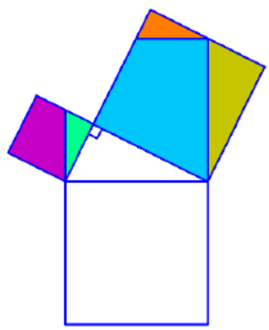
21 La Escuela Pitagórica no era simplemente una institución educativa, sino **una comunidad con aspectos filosóficos y casi religiosos**. El conocimiento se transmitía de manera selectiva, y se valoraba profundamente el rigor matemático y filosófico. Los pitagóricos otorgaban una gran importancia a la demostración matemática. La comunidad pitagórica era conocida por su secretismo. Se cree que las admisiones incluían pruebas rigurosas, tanto de conocimiento como de carácter. Por este hecho es muy probable que las demostraciones de teoremas fueran parte de esas pruebas. Hay una novela del 2015,*"El asesinato de Pitágoras"* , de Marcos Chicot, que recrea todo lo concerniente a esta escuela.

> ***TEOREMA***
> ***En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos***



$$c^2 = a^2 + b^2$$

El Teorema de Pitágoras es notable no solo por su importancia, sino también por la gran variedad de formas en que se puede demostrar. No existe un número definitivo de demostraciones, pero se estima que hay cientos. En los siguientes tres animados, se puede apreciar el teorema en tres diferentes formas de demostración gráfica.

		
El cuadrado de la hipotenusa	Wikimedia	Matemáticas Cercanas

6.3.1 Aplicación del Teorema: Largo de la escalera

Una escalera está apoyada contra una pared vertical. El pie de la escalera se encuentra a 3 metros de la base de la pared y la parte superior de la escalera llega hasta los 4 metros de altura. ¿Cuál es el largo de la escalera?

Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

▶ ***Datos y esquema***

▶ ***Cálculo***

▶ ***Verificación y unidades:***

6.3.2 Aplicacion del teorema: Ancho del río

Un bote intenta cruzar un río navegando directamente hacia un punto situado al este, en la orilla opuesta. Sin embargo, la corriente del río lo arrastra hacia el sur. Después de cruzar el río, el bote se encuentra a 70 metros al sur del punto al que apuntaba, y ha recorrido una distancia total de 250 metros.
¿Cuál es el ancho del río?

Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

▸ ***Datos y esquema***

▸ ***Cálculo***

▸ ***Verificación y unidades:***

6.3.3 Aplicación del Teorema: Longitud de la rampa

Se está construyendo una rampa para discapacitados para acceder a una entrada que está a $1.2\ pies$ de altura sobre el nivel del suelo. Para cumplir con las normas de accesibilidad, la rampa debe tener una pendiente máxima del 8%, lo que significa que por cada pie de altura, la rampa debe extenderse $12.5\ pies$ en horizontal, en este caso será de $15\ pies$. ¿Cuál será la longitud de la rampa?

Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

▶ ***Datos y esquema***

▶ ***Cálculo***

▶ ***Verificación y unidades:***[22]

6.3.4 Un presidente y el teorema de Pitágoras

Posiblemente lo que menos imaginas es que un presidente de los Estados Unidos de América contribuyera a las Matemáticas con una ingeniosa demostración de uno de los teoremas más conocidos a través de la historia. Este es el caso de James A. Garfield vigésimo presidente de los Estados Unidos y su demostración del teorema de Pitágoras[23].

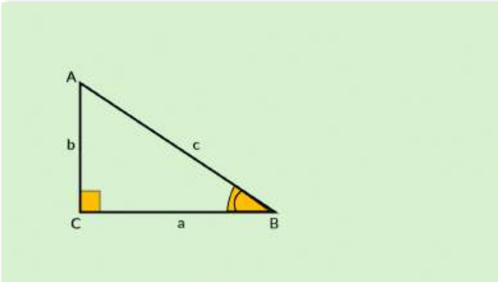


Figura 6.3. Diagrama animado para explicar la prueba del teorema de Pitágoras realizada por el presidente James A. Garfield en 1876.

En la figura, ABC es un triángulo rectángulo con un ángulo recto en C. Las longitudes de los lados del triángulo son a, b y c. El teorema de Pitágoras afirma que $c^2 = a^2 + b^2$

Para demostrar el teorema, Garfield dibujó una línea perpendicular, a través de B, a AB y en esta línea eligió un punto D tal que $BD = BA$. Entonces, desde D trazó otra perpendicular DE sobre la línea extendida CB. En la figura se puede ver fácilmente que los triángulos ABC y BDE son congruentes, ya que tanto AC como DE son perpendiculares a CE, los cuales son, además, paralelos y por lo que el cuadrilátero $ACED$ es un **trapecio**. El teorema se demuestra calculando el área de este trapecio de dos maneras diferentes.

(I) $\mathrm{A}_{\mathrm{ACED}} = \frac{(AC+DE)}{2} \times CE = \frac{(a+b)}{2} \times (a+b)$

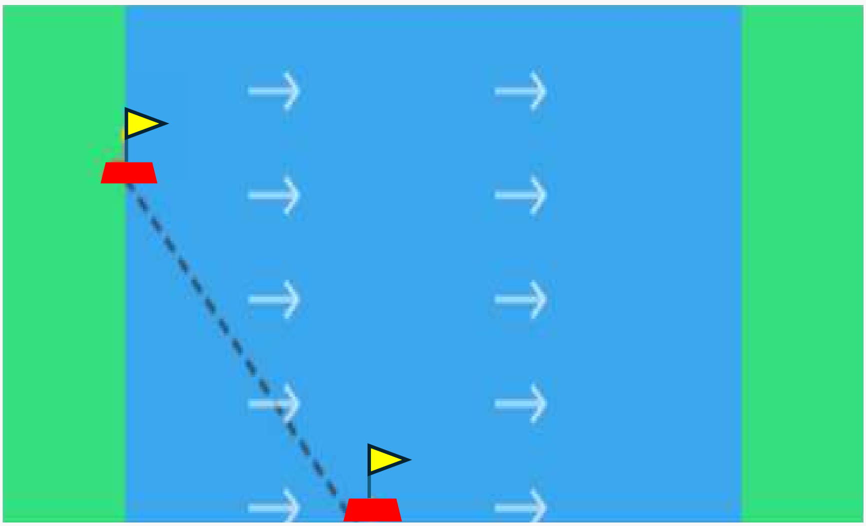
(II) $\mathrm{A}_{\mathrm{ACED}} = A \triangle ACB + A \triangle ABD + A \triangle BDE = \frac{(a \times b)}{2} + \frac{(c \times c)}{2} + \frac{(a \times b)}{2}$

De lo que se obtiene: $= (a+b) \times \frac{(a+b)}{2} = \frac{(a \times b)}{2} + \frac{(c \times c)}{2} + \frac{(a \times b)}{2}$
Al simplificar la expresión resulta: $c^2 = a^2 + b^2$

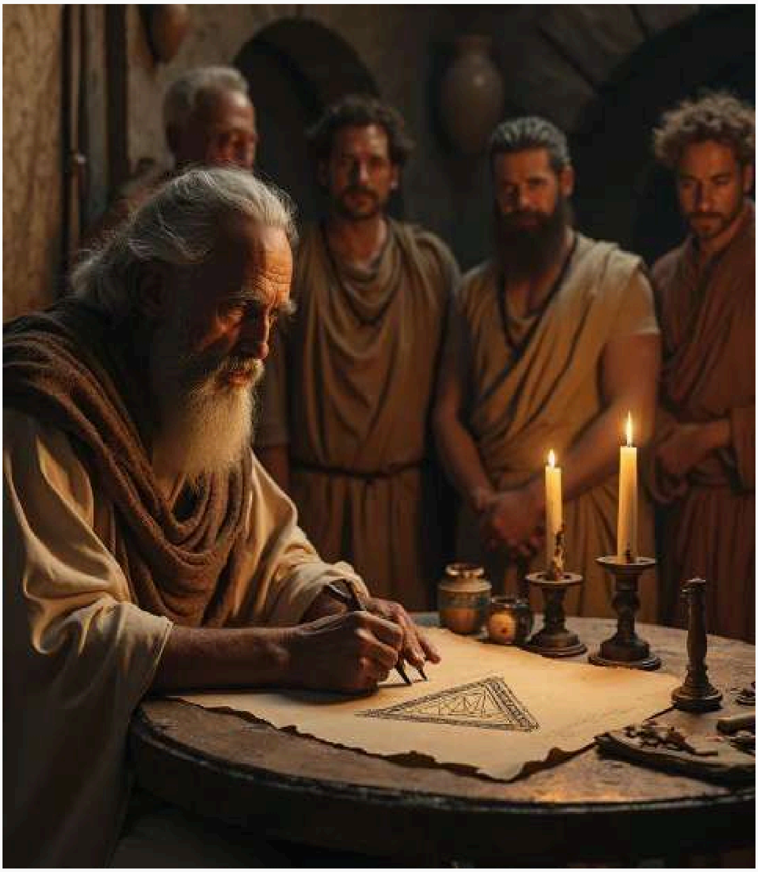
23 Esta demostración apareció impresa en el *New-England Journal of Education* (vol. 3, n.º 14, 1 de abril de 1876). La prueba aparece como la prueba número 231 en La proposición pitagórica, un compendio de 370 pruebas diferentes del teorema de Pitágoras. Fuente: Wikipedia

6.3.5 Ejercicios de aplicación - Teorema de Pitágoras

Ejercicios Aplicación
Teorema de Pitágoras

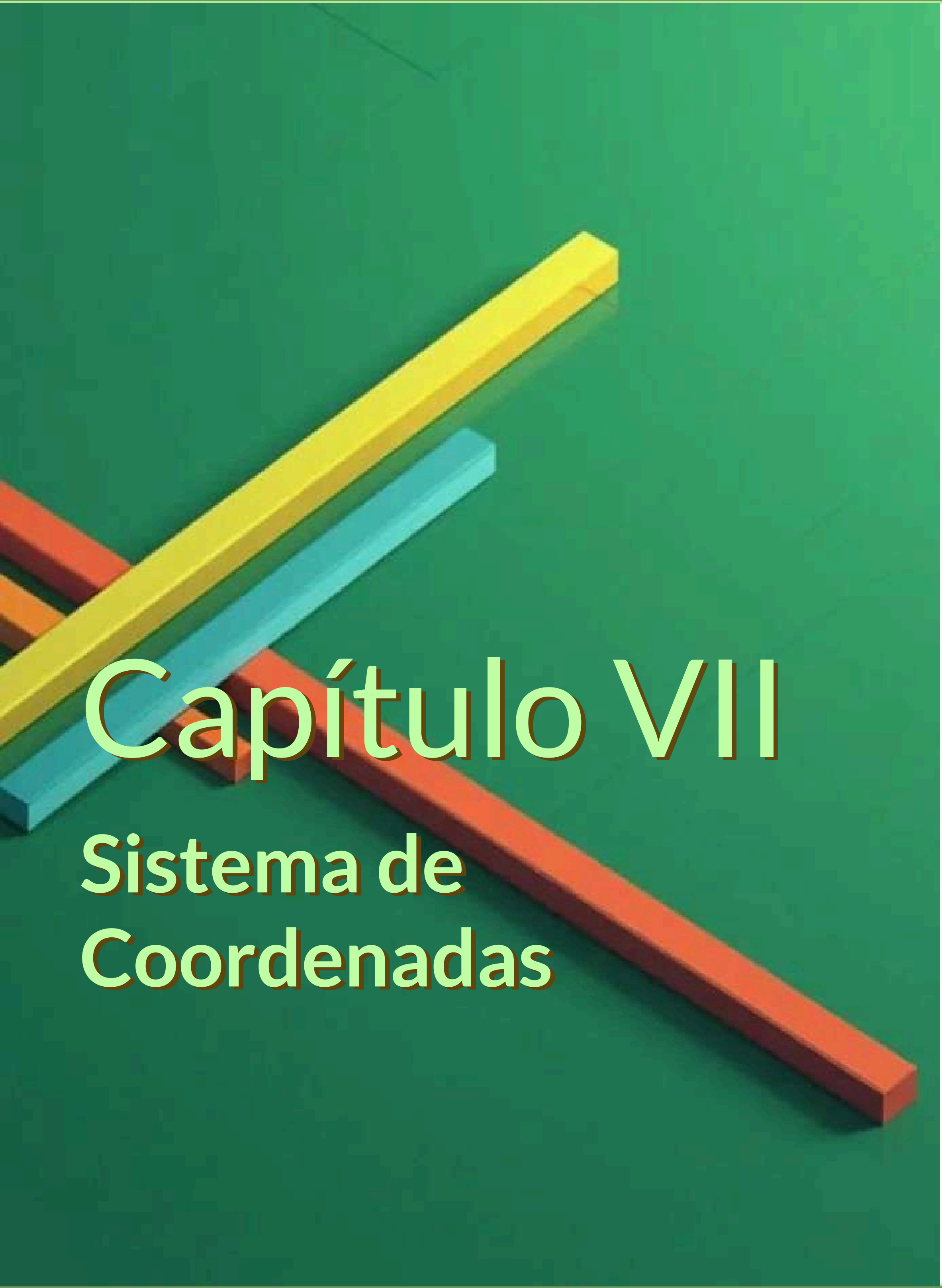


Ejercicios Aplicación Teorema de Pitágoras



Triángulo a muestro alrededor

Imagen: At one point two straight lines intersect perpendicularly on a gradient background in green tones [Lexica Aperture v5]



Capítulo VII

Sistema de Coordenadas

Imagen: Rene Descartes [Lexica Aperture v5]

7.1 Sistema de Coordenadas Cartesianas

Un sistema de coordenadas cartesianas es un método utilizado en matemáticas para representar puntos en un plano mediante dos ejes perpendiculares. Fue ideado por **René Descartes** y se emplea ampliamente en geometría, álgebra y otras áreas de las matemáticas y la ciencia.

Este sistema sirve para localizar puntos en un espacio bidimensional (en el plano) o tridimensional (en el espacio), describiendo su posición mediante un conjunto de números denominados **coordenadas**. Esto permite representar gráficamente relaciones matemáticas y analizar propiedades geométricas.

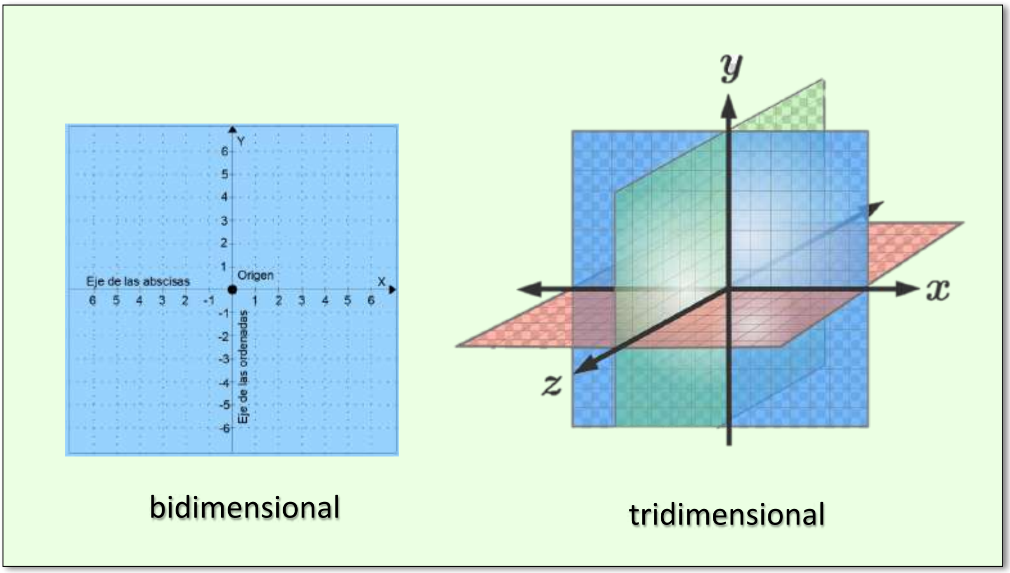


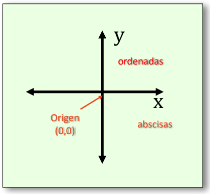
Figura 7.1. Sistema Cartesinao bidimensional y tridimensional

Es importante destacar que el sistema cartesiano como lo conocemos hoy en día **es una síntesis de ideas desarrolladas a lo largo de siglos**. René Descartes, con su obra "La Geometría" (1637), formalizó el sistema que utilizamos actualmente.

Elementos del sistema

El sistema consta de dos ejes perpendiculares que se cruzan en un punto denominado **origen**.

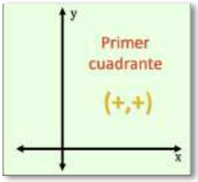
- **Eje** x: Es el eje horizontal y se llama el eje de las abscisas.
- **Eje** y: Es el eje vertical y se llama el eje de las ordenadas.
- El punto donde ambos ejes se intersectan es el **origen**, y su coordenada es el par ordenado $(0, 0)$.



División del plano en cuadrantes

Los ejes dividen el plano en cuatro cuadrantes, que son las regiones delimitadas por los ejes. Se numeran en sentido antihorario comenzando desde la región superior derecha:

- **Primer cuadrante (I):**
  Los puntos en esta región tienen coordenadas positivas:
  $$x > 0, y > 0$$

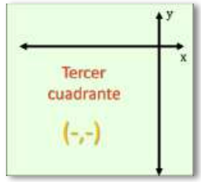


- **Segundo cuadrante (II):**
  Los puntos tienen abscisa negativa y ordenada positiva:
  $$x < 0, y > 0$$

Tercer cuadrante (III):

Los puntos tienen ambas coordenadas negativas:

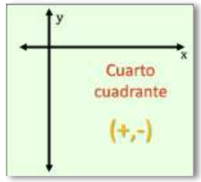
$$x < 0, y < 0$$



Cuarto cuadrante (IV):

Los puntos tienen abscisa positiva y ordenada negativa:

$$x > 0, y < 0$$



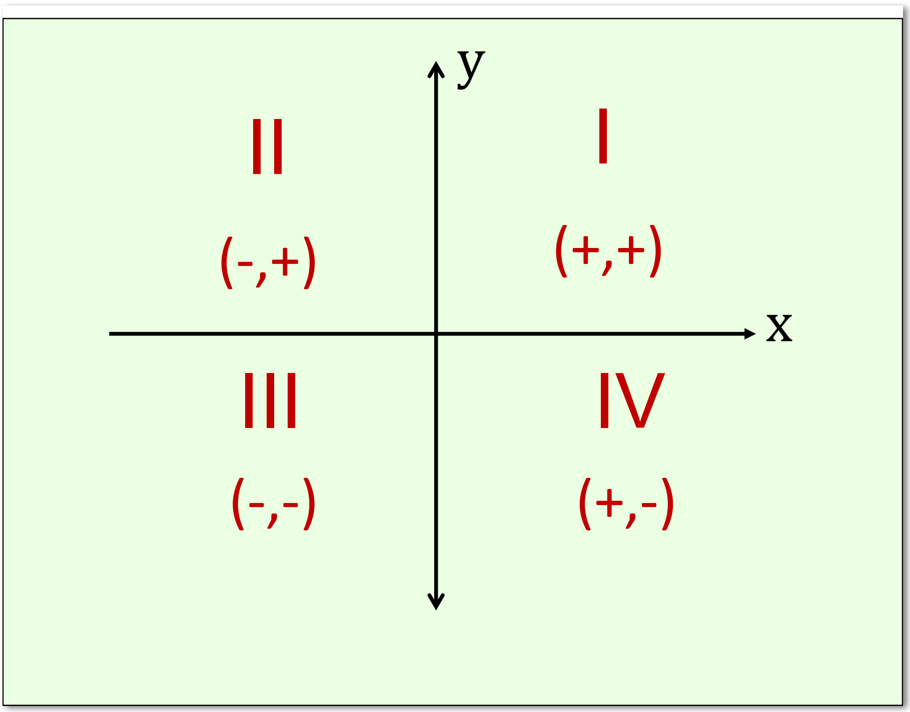


Figura 7.2. Los cuatro cuadrantes del plano cartesino

7.2 Representación de puntos en el plano

En el sistema de coordenadas cartesianas, cada punto del plano se identifica mediante un par ordenado (x, y), donde:

x	y
Es la abscisa, representa la distancia horizontal desde el origen. Si $x > 0$, el punto está a la derecha del origen; si $x < 0$, el punto está a la izquierda.	Es la ordenada, representa la distancia vertical desde el origen. Si $y > 0$, el punto está por encima del origen; si $y < 0$, el punto está por debajo

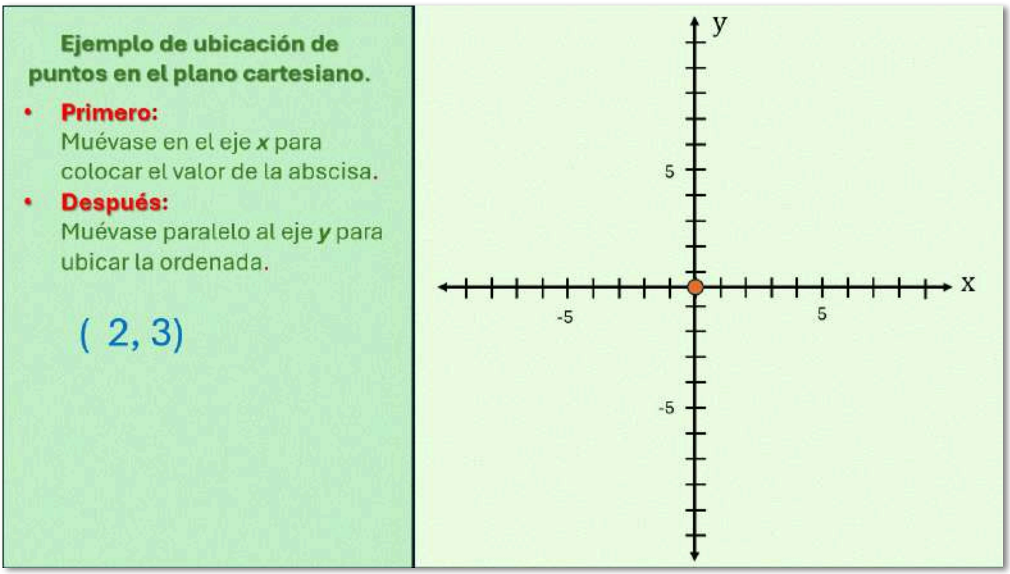
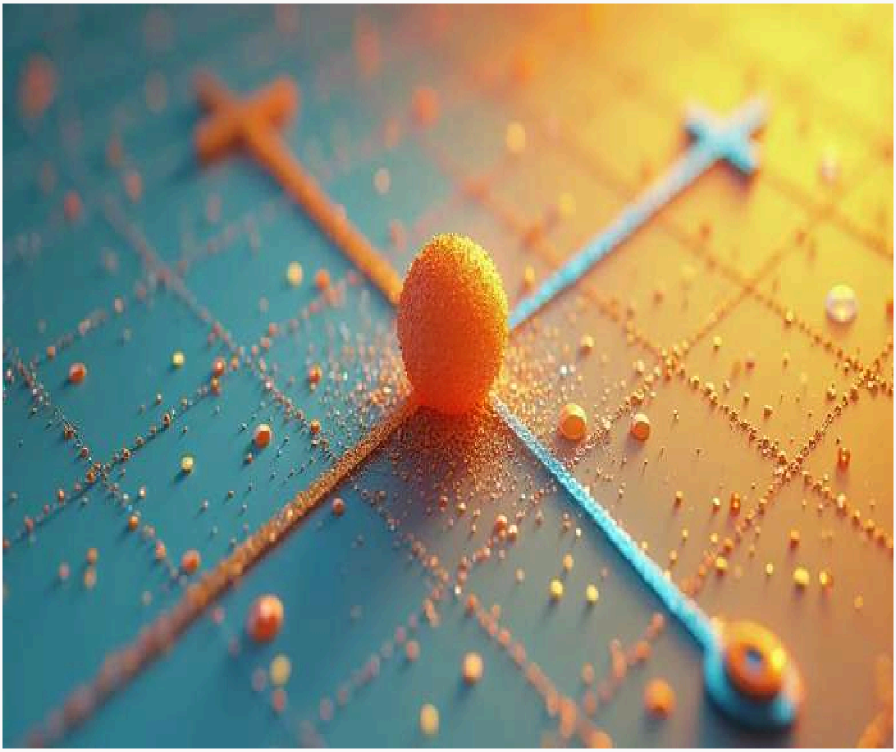


Figura 7.3. Ubicación de puntos en el plano cartesinao

En el siguiente interactivo puede practicar lo aprendido.

7.2.1 Interactivo - Plano cartesiano

Interactivo
Plano Cartesiano



7.3 Sistema de coordenadas en un mapa

El sistema de coordenadas en un mapa, como el que utiliza la CTA (Chicago Transit Authority) en sus mapas de transporte, es una adaptación práctica del sistema de coordenadas cartesianas, pero con algunas diferencias clave que lo hacen más útil para la navegación y ubicación en mapas.

En este enfoque, se utilizan dos tipos de marcadores para las coordenadas:

- **Eje horizontal:**
  Representado con letras (por ejemplo, A, B, C, etc.).
- **Eje vertical:**
  Representado con números (por ejemplo, 1, 2, 3, etc.).

En lugar de puntos en un plano cartesiano que usan pares ordenados (x, y), los puntos en el mapa se identifican mediante una **combinación de letra y número**, como $B3$ o $D7$.

El objetivo principal de este sistema es permitir que las personas encuentren ubicaciones específicas en un mapa de manera intuitiva y rápida. Es particularmente útil en mapas grandes, como los que representan sistemas de transporte público (por ejemplo, estaciones de tren, puntos de interés, etc.), donde cada sección del mapa puede ser referenciada mediante una cuadrícula.

7.3.1 Interactivo - Coordenadas en un mapa

En el interactivo de la derecha puedes practicarlo. Si buscas la estación en la intersección de la letra H y el número 2, verás que coincide con la estación ***Polk*** de la línea rosada (*Pink Line*).

Este sistema reduce la complejidad de navegar grandes áreas, como la ciudad de Chicago, Nueva York, Londres,Madrid, etc.

Interactivo
Mapa - Chicago Loop

7.4 Distancia entre dos puntos:

La distancia entre dos puntos es la recta imaginaria que los une en el espacio, **marcando el menor trayecto entre ambos**. Por ejemplo, si usas una regla para encontrar la distancia entre dos puntos, la distancia será el valor absoluto de la diferencia entre ambos números mostrados en la regla.

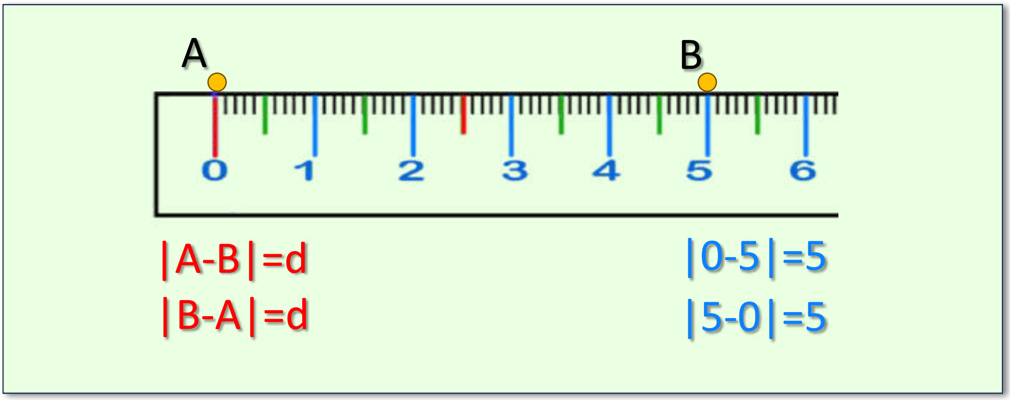


Figura 7.4. Ejemplo de medición de la distancia entre dos puntos

Dado que el plano cartesiano se utiliza como un sistema de referencia para ubicar puntos en un plano, a través de la ubicación de las coordenadas de dos puntos, se puede calcular la distancia entre ellos.

7.4.1 Ambos puntos están alineados en el mismo eje

Si ambos puntos están sobre uno de los ejes, o en una paralela a ellos, la distancia se calcula, en dependencia del eje en que se encuentran, de la siguiente forma.

En el eje x:

el valor absoluto de la diferencia de sus abscisas $(x_2 - x_1)$

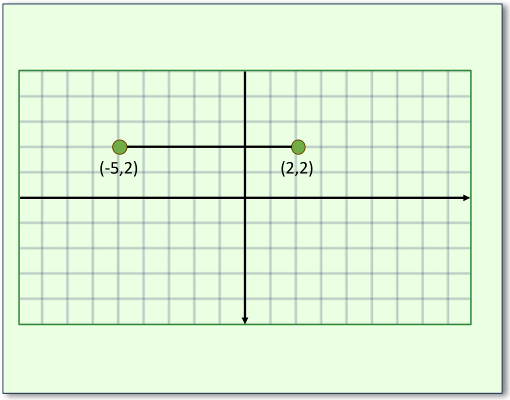


Figura 7.5. Ejemplo de medición de la distancia entre dos puntos que se encuentran en la misma línea horizontal paralela al eje x.

En el eje y:

el valor absoluto de la diferencia de sus ordenadas $(y_2 - y_1)$

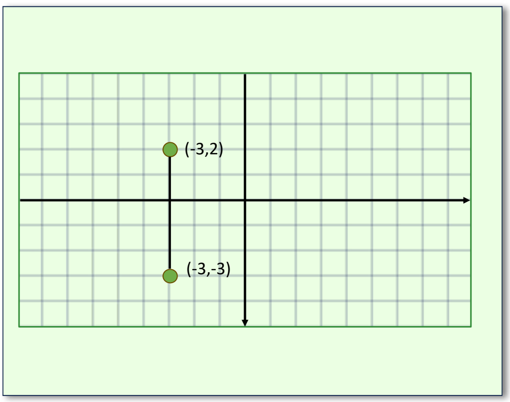


Figura 7.6. Ejemplo de medición de la distancia entre dos puntos que se encuentran en la misma línea vertical paralela al eje y

7.4.2 Los puntos no están alineados en el mismo eje

Cuando los puntos no están alineados sobre un eje se calcula utilizando la fórmula de la distancia, que se deriva del teorema de Pitágoras.

Fórmula de la distancia

Dados dos puntos en el plano cartesiano, $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, la distancia entre ellos se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Donde:
$d(A, B)$ representa la distancia entre los puntos A y B.
(x_1, y_1) son las coordenadas del punto A.
(x_2, y_2) son las coordenadas del punto B.

> ***Ejemplo de cálculo de la distancia***
> ***Calcule la distancia entre los puntos*** $(4, -4)$ ***y*** $(0, 2)$
>
> *Solución paso a paso:*
>
> 1. *Identificar las coordenadas:* $A(4, -4)$ *y* $B(0, 2)$
> 2. *Calcular la diferencia en* x*: 0 - 4 = -4*
> 3. *Calcular la diferencia en* y*: 2 - (-4) = 6*
> 4. *Elevar al cuadrado:* $(-4)^2 = 16$
> 5. *Elevar al cuadrado:* $(6)^2 = 36$
> 6. *Sumar: 16 + 36 = 52*
> 7. *Calcular la raíz cuadrada:* $\sqrt{52} = 7.21$
>
> ***La distancia entre*** A ***y*** B ***es ≈*** 7.21 ***unidades.***

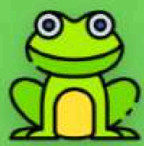
7.4.3 Interactivo - Distancia entre dos puntos

Interactivo
Distancia entre dos puntos

7.4.4 Interactivo - Distancias ciudades en Illinois

Interactivo
Distancias ciudades en Illinois

¡Hola!, este es el Juego de la Rana!



Ayuda a nuestra amiga rana a cruzar el río respondiendo correctamente a las preguntas de los **temas estudiados**.

Por cada respuesta correcta, la rana dará un salto adelante acercándose a la meta.

Si te equivocas, la rana resbalará y volverá al inicio del río.

¡Consigue 5 respuestas correctas para ayudarla a llegar al otro lado!

¡COMENZAR!

7.5 Punto medio de un segmento:

El punto medio de un segmento es el punto que se encuentra exactamente a la mitad de dicho segmento. En el plano cartesiano, se calcula promediando las coordenadas de los puntos extremos del segmento.

Fórmula del punto medio

Dados dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, el punto medio $M(x_m, y_m)$ del segmento $\overline{AB}$ se calcula con las siguientes fórmulas:

$$x_m = \frac{(x_1 + x_2)}{2} \qquad y_m = \frac{(y_1 + y_2)}{2}$$

En otras palabras, la coordenada x del punto medio es el promedio de las coordenadas x de los puntos extremos, y la coordenada y del punto medio es el promedio de las coordenadas y de los puntos extremos.

> ***Ejemplo:***
> ***Calcule las coordenadas del punto medio entre los puntos*** $(-3, 1)$ ***y*** $(4, -4)$
>
> *Solución paso a paso:*
>
> 1. *Identificar las coordenadas:* $(-3, 1)$ *y* $(4, -4)$
> 2. *Calcular la coordenada* x *del punto medio: (-3 + 4) ÷ 2 = 0.5*
> 3. *Calcular la coordenada y del punto medio: (1 + (-4)) ÷ 2 = -1.5*
>
> ***El punto medio*** M ***es*** $(0.5, -1.5)$.

7.5.1 Interactivo Punto medio de un segmento

Interactivo
Punto medio de un segmento

7.6 Comprobación - Sistema Cartesiano

Comprobación
Sistema Cartesiano

Coordenadas a muestro alrededor

Imagen: A mountain landscape with a village on top of the mountain, everything is created from round figures in the third dimension Lexica Aperture v5

Capítulo VIII

Círculo

8.1 Círculo

El círculo es una figura geométrica plana y cerrada que se define como el conjunto de todos los puntos que están a la misma distancia de un punto central llamado centro. La línea que bordea el círculo se llama circunferencia.[24]

8.1.1 Elementos del círculo:

- **Centro:** Es el punto central del círculo, equidistante de todos los puntos de la circunferencia.
- **Radio (r):** Es el segmento que une el centro del círculo con cualquier punto de la circunferencia. Todos los radios de un círculo tienen la misma longitud.
- **Diámetro (d):** Es un segmento que pasa por el centro del círculo y une dos puntos opuestos de la circunferencia. Es el doble del radio: $d = 2r$.
- **Cuerda:** Es un segmento que une dos puntos de la circunferencia, pero no necesariamente pasa por el centro.
- **Secante:** Es una línea recta que corta la circunferencia en dos puntos.
- **Tangente:** Es una línea recta que toca la circunferencia en un solo punto, llamado punto de tangencia.

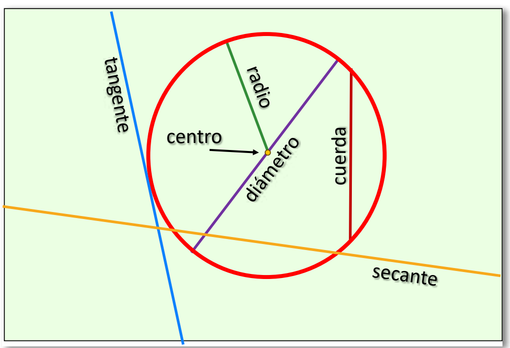


Figura 8.1. Ejemplo de medición de la distancia entre dos puntos

[24] Es muy importante diferenciar entre círculo (la superficie) y circunferencia (el borde).

8.1.2 Circunferencia

La circunferencia es una curva plana que encierra al círculo. Todos sus puntos están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro. Esa distancia constante se llama radio. En otras palabras, todos los puntos que forman la circunferencia están a la misma distancia del centro.

La circunferencia es solamente el borde del círculo.

8.1.3 Propiedades métricas del círculo

Perímetro

El perímetro es la circunferencia y se calcula mediante la fórmula:

$$P_c = 2\pi r$$

donde:

r es el radio

π (pi) es una constante matemática aproximada a 3.1416.[25].

Área

El área es el círculo propiamente dicho (la superficie encerrada por la circunferencia) y se calcula mediante la fórmula:

$$A_c = \pi r^2$$

donde:

r es el radio

π (pi) es una constante matemática aproximada a 3.1416.

[25] π es un número irracional con infinitos decimales. **En el examen de GED se utiliza siempre** $\pi = 3.14$

Ejemplo de cálculo del perímetro

Se desea colocar una cinta alrededor de una caja de bombones redonda. Calcule la medida de la cinta, si la caja tiene un radio igual a 8 cm

Al ser la caja redonda y la cinta ir por el borde, debemos calcular el perímetro de la misma aplicando la fórmula:

$$P_c = 2\pi r$$

Datos:
radio: 8 cm
π = 3.14
Sustituyendo y calculando: $P_c = 2 \times 3.14 \times 8 = 50.24\ cm$

Se necesita una cinta de 50.24 cm para el borde de la caja.

Ejemplo de cálculo del área:

Una tipográfica hizo una etiqueta para una lata de conservas. La etiqueta tiene un area de $38.465\ cm^2$***. ¿Qué medida debe tener el radio de la tapa de la lata donde va a ser colocada?***

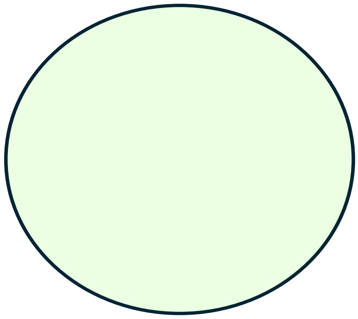
Nos están dando el área y piden el valor del radio. Debemos despejarlo en la ecuación $A_c = \pi r^2$

Despejando el radio obtenemos $r^2 = \frac{A_c}{\pi}$*, como el radio es una medida lineal, debemos extraer la raíz cuadrada, quedando:* $r = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}}$.
Sustituyendo y calculando:
$r = \sqrt{\frac{38.465}{3.14}} = \sqrt{12.25} = 3.5$

El radio de la tapa de la lata debe ser de $3.5\ cm$

8.1.4 Ejercicios - Área y perímetro del círculo

Área y perímetro del Círculo



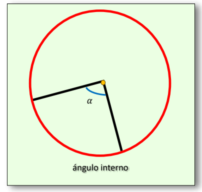
Verifique la respuesta pulsando sobre ✓

8.2 Otros elementos del círculo

Además de las propiedades métricas, en el estudio del círculo se analizan otros elementos.

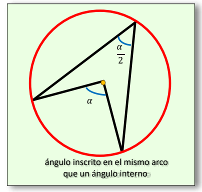
Ángulo central:

Es el ángulo formado por dos radios. Por ser radios, el vértice está en el centro del círculo.



Ángulo inscrito:

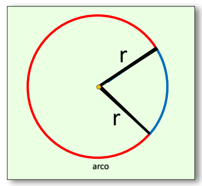
Es el ángulo formado por dos cuerdas con su vértice en un punto de la circunferencia.



Su medida es la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco.

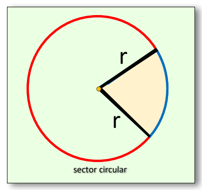
Arco:

Es cualquier porción de la circunferencia. Se mide en grados o en longitud (usando la fórmula de la longitud de la circunferencia).



Sector circular:

Un sector circular es la región del círculo delimitada por dos radios y el arco entre ellos.



Su área se calcula con la fórmula:

$$A_{sector} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

Donde θ es el ángulo central del sector (en grados).

8.3 Indiana y la cuadratura del círculo

La cuadratura del círculo (también, cuadrar el círculo) es uno de los tres problemas clásicos de la matemática antigua:

> ***Construir un cuadrado que tenga exactamente la misma área que un círculo dado, utilizando únicamente una regla y un compás ideales, es decir, sin marcas.***

El problema está en el número "pi" (π). Para calcular el área de un círculo, usamos π, el cual no es un número algebraico, es un número "trascendente". Es decir, **no es un número que podamos obtener resolviendo una ecuación sencilla**. Debido a esta caracteristica no hay forma de construir ese cuadrado perfecto usando solo la regla y el compás.[26]

En el siglo XIX, había tantas personas convencidas de que habían resuelto la cuadratura del círculo que surgió el término “circle squarers” (cuadradores del círculo) para referirse, en forma burlona, a esos matemáticos aficionados.

Una ley para cuadrar el círculo

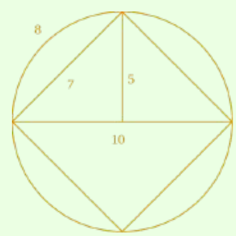
Uno de los casos más sonados fue el del matemático aficionado Edward J. Goodwin,. quien en 1897 convenció al estado de Indiana de que había resuelto el problema.

En 1894, convenció a una revista científica de que publicase su teorema. ¿Cuál era el problema? Para realizar su demostración, Goodwin tomaba el valor del número pi como 3.2, en vez de su aproximación a 3.14.

[26] A menudo se usa en frases como "es tan difícil como cuadrar el círculo", para referirse a tareas imposibles.

El artículo del Sr. Goodwin apareció en el **American Mathematical Monthly** de 1894, en la sección de "*Queries and Information*" y publicado "**by request of the autor**", es decir, bajo su propia responsabilidad y a falta de otra cosa mejor. El Proyecto de Ley pasó primero a la Comisión de Canales, luego a la de Pantanos para volver a la Comisión de Educación, que dio un informe favorable.[27]

El modelo circular de Goodwin, a la derecha, según se describe en la sección 2 del proyecto de ley, tiene un diámetro de 10 y una circunferencia declarada de "32" (no 31,4159~); la cuerda de 90° tiene una longitud declarada de "7" (no 7,0710~).[28]



El modelo circular de Goodwin, según se describe en la sección 2 del proyecto de ley

Las ansias de Goodwin por hacerse rico lo llevaron a patentar su idea: si alguien quería utilizar la cuadratura del círculo, y por ende, el valor del número pi de 3.2, debería pagarle.

En 1897, la Asamblea General de Indiana propuso la llamada **Ley número 246**, conocida popularmente como **Ley indiana sobre pi**, en la cual se establecía como verídica la teoría errónea de Goodwin de cuadrar el círculo, así como el valor del número pi de 3.2.

El Proyecto pasó al Senado, para su aprobación.

Toda esta polémica llegó a oídos del matemático de la Universidad de Purdue, Clarence A. Waldo. quien horrorizado ante los hechos, acudió rápidamente al Senado de Indiana, pidiendo la derogación de la propuesta. A diferencia de la Asamblea General, el Senado sí fue consciente de la aberración científica que habían realizado sus compatriotas, y anularon por completo el proyecto.

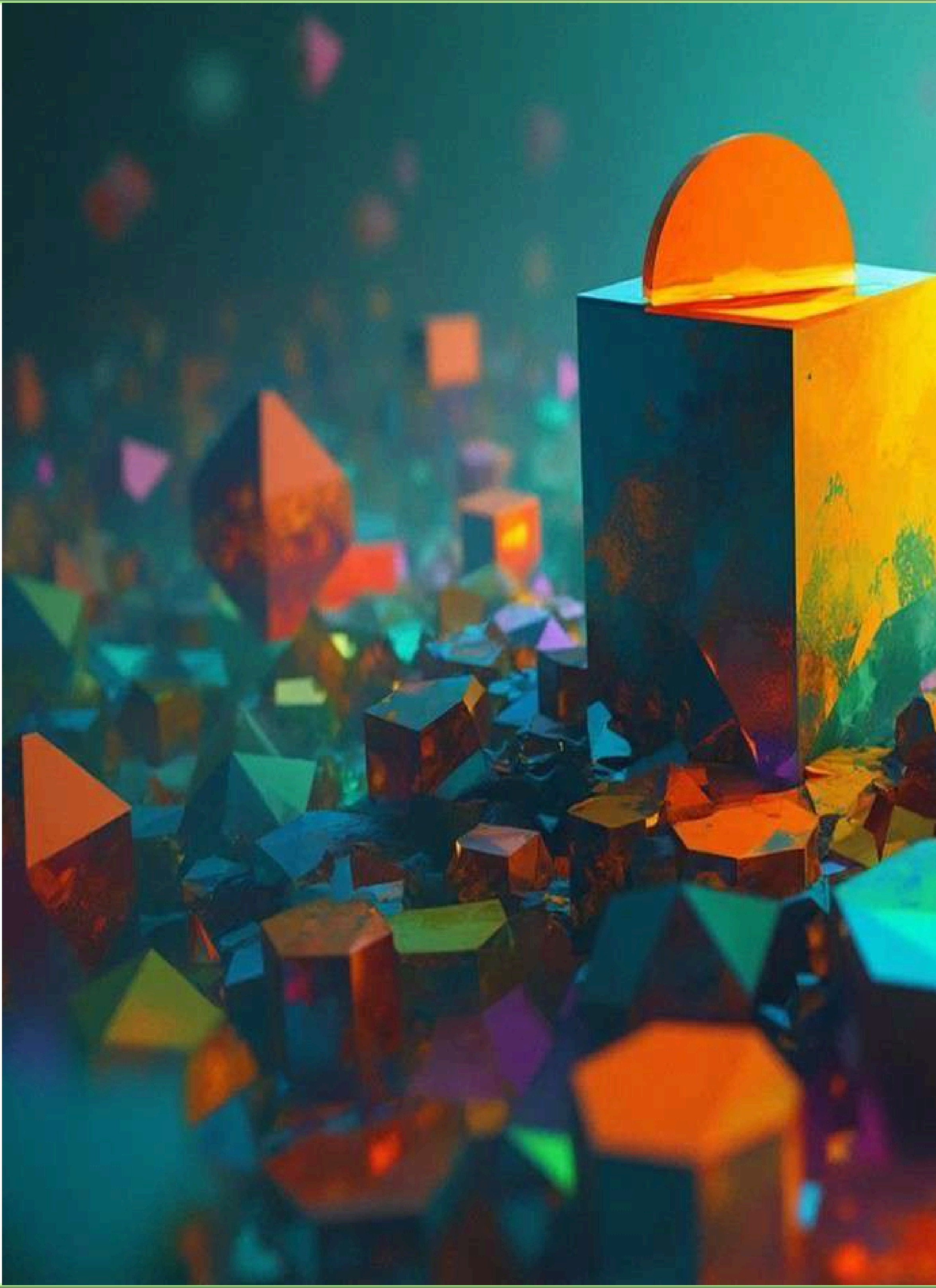
27 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de España - España. Vol. 105, Nº. 2, pp 241-258, 2012

28 Fuente: Wikipedia

8.4 Comprobación - Círculo

Comprobación
Círculo

Círculos a muestro alrededor



Capítulo IX

Figuras compuestas

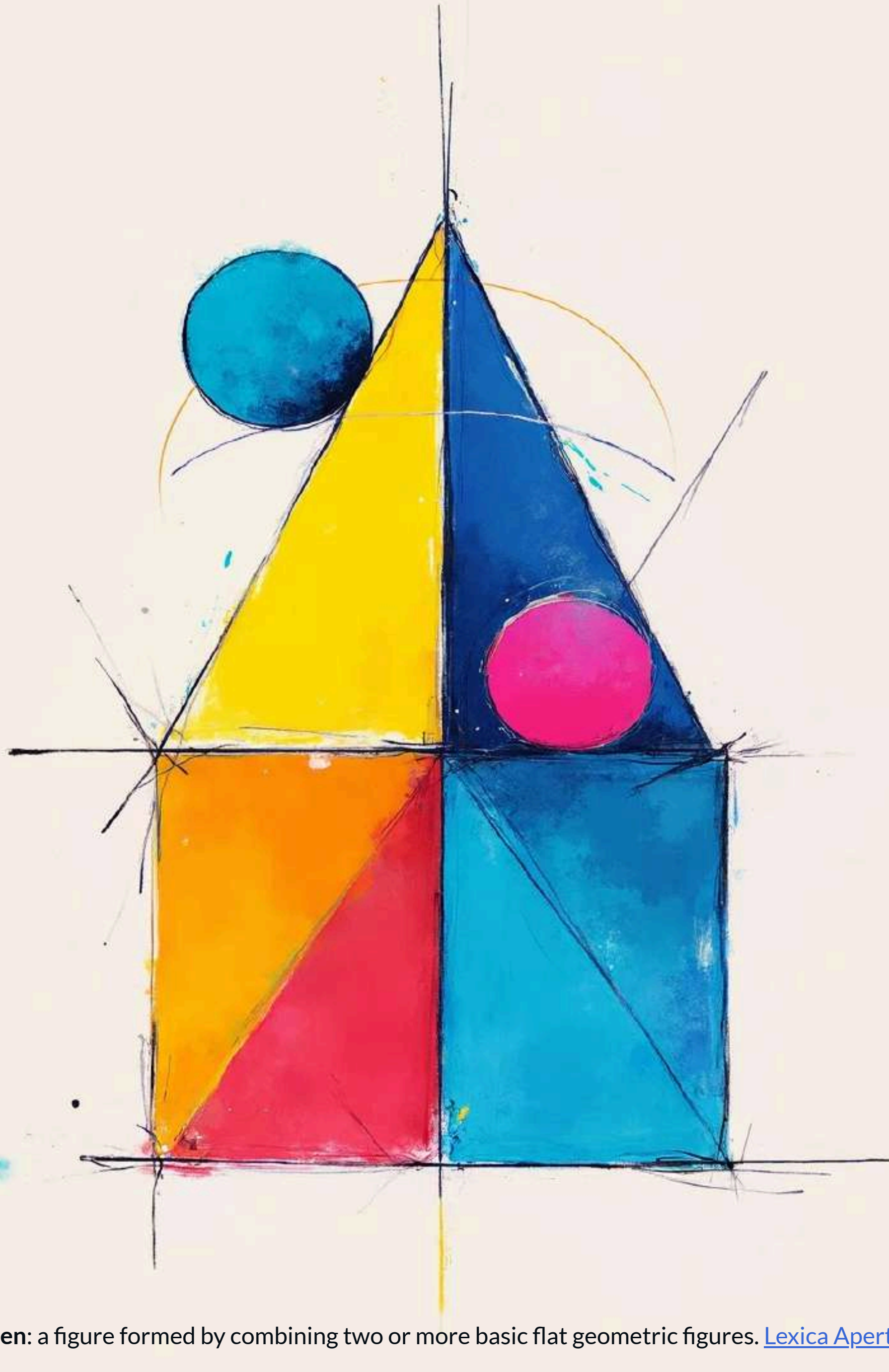


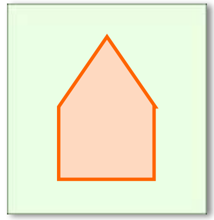
Imagen: a figure formed by combining two or more basic flat geometric figures. Lexica Aperture v5

9.1 Las figuras planas compuestas

Una figura geométrica plana compuesta es, básicamente, una figura que se forma al combinar dos o más figuras geométricas planas básicas. Puede ser de las siguientes formas

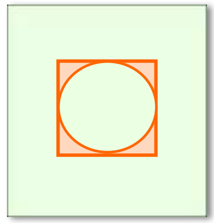
Unión de figuras:

Cuando se combinan figuras para formar una forma más grande.
Por ejemplo: un rectángulo con un triángulo encima.



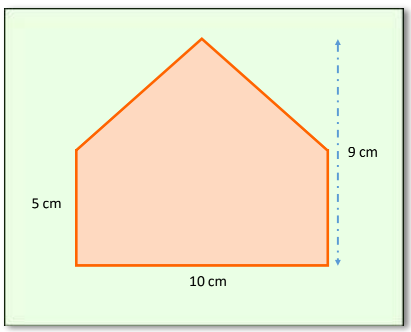
Sustracción de figuras:

Cuando se retira una figura de otra, creando un "hueco" o una forma resultante más compleja.
Por ejemplo, un cuadrado con un círculo recortado en su centro.



Pasos en el cálculo de áreas de figuras compuestas:

Calcule el área de la siguiente figura

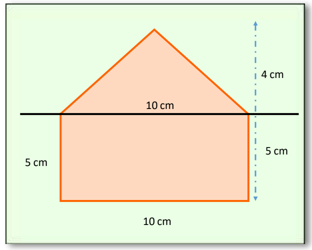


Veamos, paso a paso, como debemos analizar el problema para lograr encontrar el ára de la figura dada.

Descomposición de la figura:

El primer paso crucial es identificar las figuras geométricas básicas que componen la figura compuesta (triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos, etc.). Traza líneas auxiliares si es necesario para separar claramente las figuras individuales

Aplicándolo al ejemplo

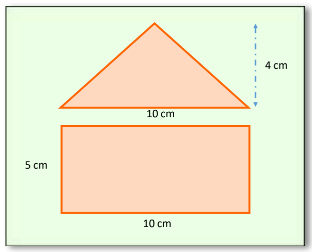


Identificamos un rectángulo en la parte inferior y un triángulo en la parte superior.
Dibujamos una linea divisoria para diferenciar ambas figuras.
La altura total de la figura es de 9 cm, luego la altura del triángulo será la diferencia entre la altura total y el lado del rectángulo.

Cálculo de áreas individuales:

Aplica las fórmulas de área correspondientes a cada figura geométrica identificada. Asegúrate de tener todas las medidas necesarias (lados, bases, alturas, radios, etc.).

Aplicándolo al ejemplo



Rectángulo:
Base = 10 cm, Altura = 5 cm.

$$A = b \times h = 10cm \times 5cm = 50cm^2$$

Triángulo:
Recordemos que la altura total de la figura es de 9 cm, luego la altura del triángulo será la diferencia entre la altura total y el lado del rectángulo.
Base = 10cm, Altura = 9cm - 5cm = 4 cm.

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{10 \times 4}{2} = 20cm^2$$

.

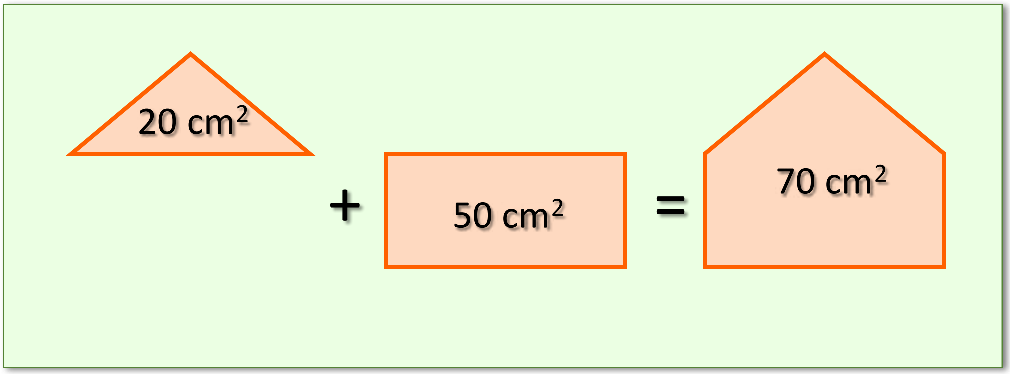
Suma o resta de áreas:

Si la figura compuesta se forma por la unión de figuras, suma las áreas individuales. Si la figura compuesta tiene "huecos" o áreas sustraídas, resta las áreas correspondientes.

Aplicándolo al ejemplo

La figura está compuesta por la unión de un triángulo y un rectángulo, debemos sumar las áreas.

Área total = Área del rectángulo + Área del triángulo
$A = 50cm^2 + 20cm^2 = 70cm^2$.



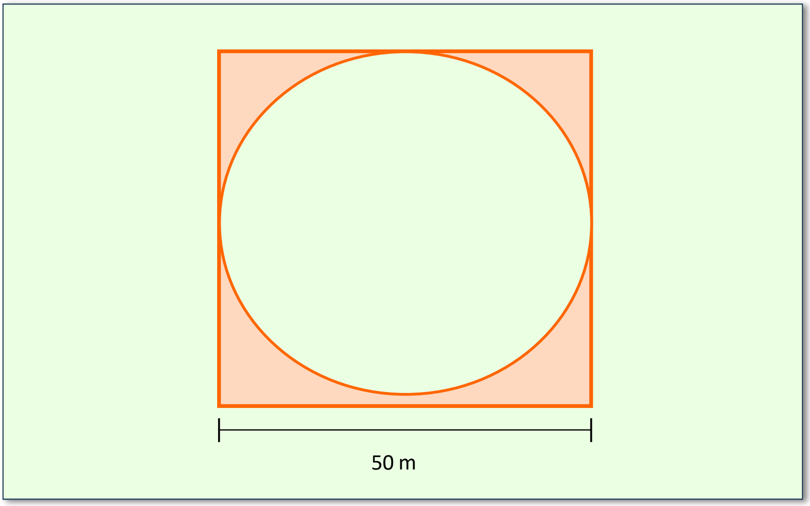
Verificación y unidades:

Revisa cuidadosamente los cálculos para evitar errores. Expresa el área total con las unidades de medida correctas (metros cuadrados, centímetros cuadrados, etc.).

Aplicándolo al ejemplo

Revisamos los cálculos y confirmamos que la suma es correcta: 70.
Las unidades de medidas son cuadradas: cm^2.
La respuesta es correcta: 70 cm^2.

9.1.1 Figura compuesta círculo y cuadrado



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

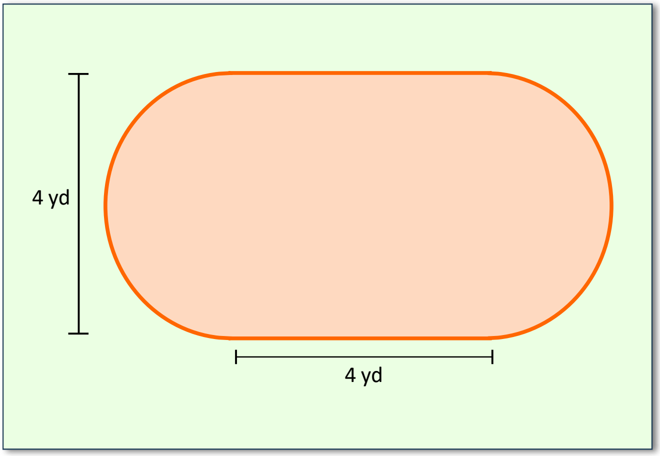
- ***Descomposición:***

- ***Cálculo de áreas individuales***

- ***Resta de áreas:***

- ***Verificación y unidades:***

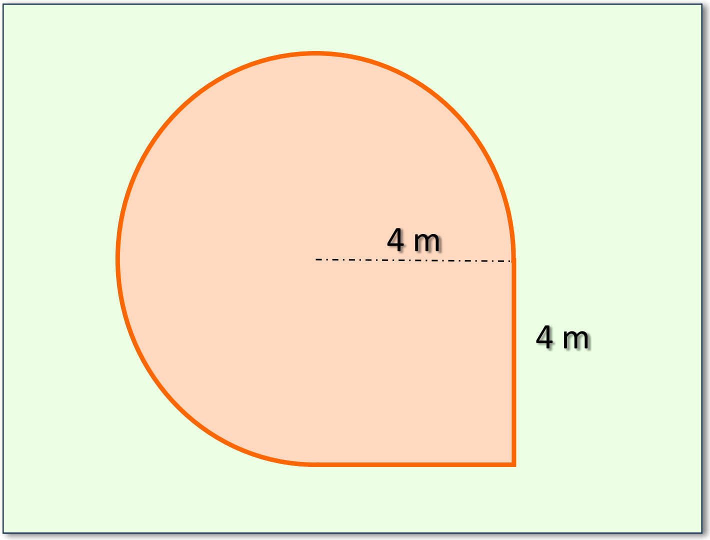
9.1.2 Figura compuesta círculos y cuadrado



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

- ***Descomposición:***
- ***Cálculo de áreas individuales***
- ***Suma de áreas:***
- ***Verificación y unidades:***

9.1.3 Figura compuesta círculo y cuadrado



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

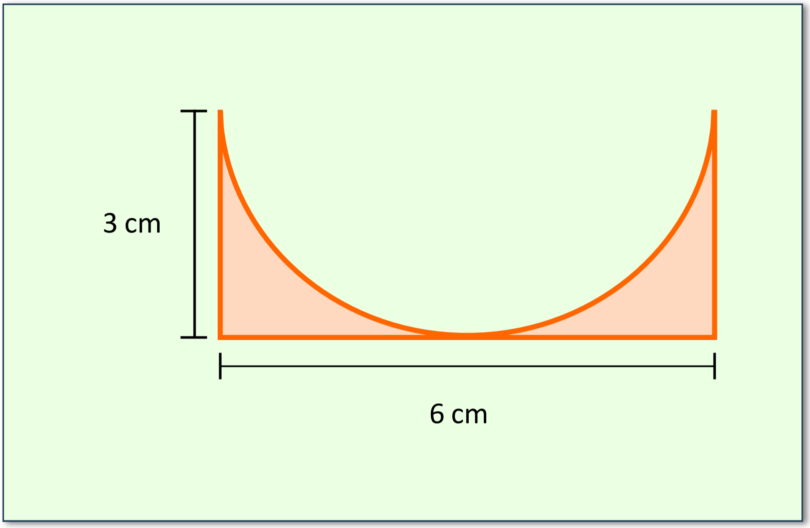
▶ ***Descomposición:***

▶ ***Cálculo de áreas individuales***

▶ ***Suma de áreas:***

▶ ***Verificación y unidades:***

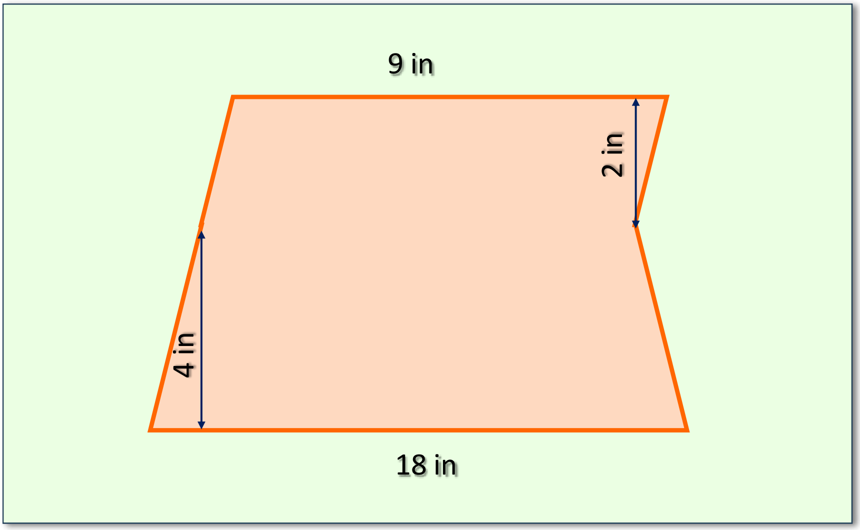
9.1.4 Figura compuesta con círculo y rectángulo



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

- ***Descomposición:***
- ***Cálculo de áreas individuales***
- ***Resta de áreas:***
- ***Verificación y unidades:***

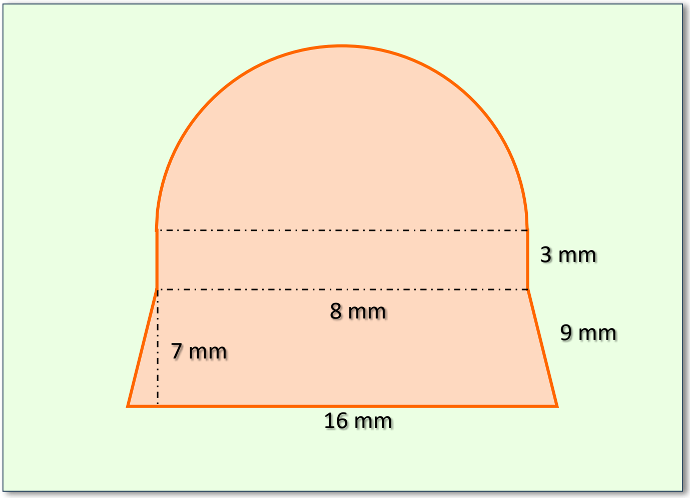
9.1.5 Figura compuesta por trapecio y paralelogramo



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

- ***Descomposición:***
- ***Cálculo de áreas individuales***
- ***Suma de áreas:***
- ***Verificación y unidades:***

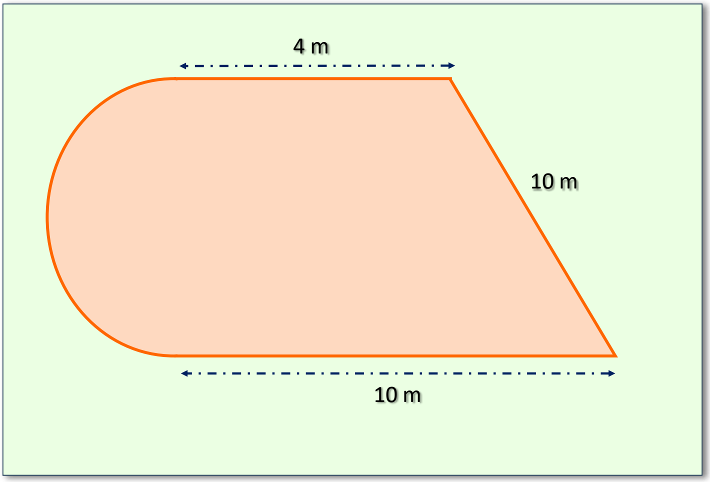
9.1.6 Figura compuesta círculo, rectángulo y trapecio



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

- ***Descomposición:***
- ***Cálculo de áreas individuales***
- ***Suma de áreas:***
- ***Verificación y unidades:***

9.1.7 Figura compuesta círculo, cuadrado y triángulo



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

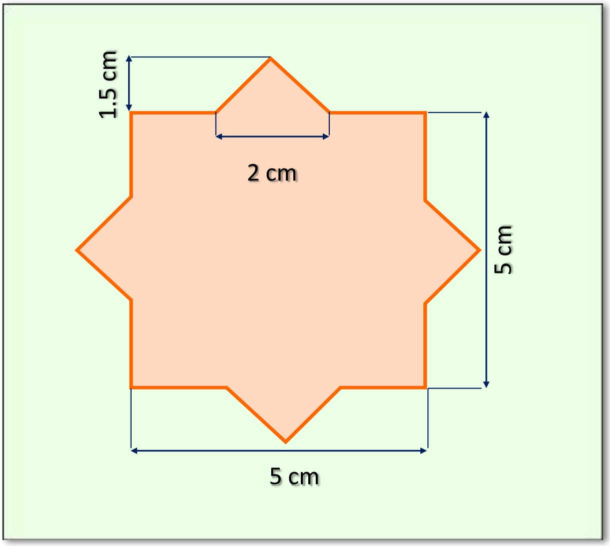
▶ ***Descomposición:***

▶ ***Cálculo de áreas individuales***

▶ ***Suma de áreas:***

▶ ***Verificación y unidades:***

9.1.8 Área de una estrella de ocho puntas



Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

- ***Descomposición:***
- ***Cálculo de áreas individuales***
- ***Suma de áreas:***
- ***Verificación y unidades:***

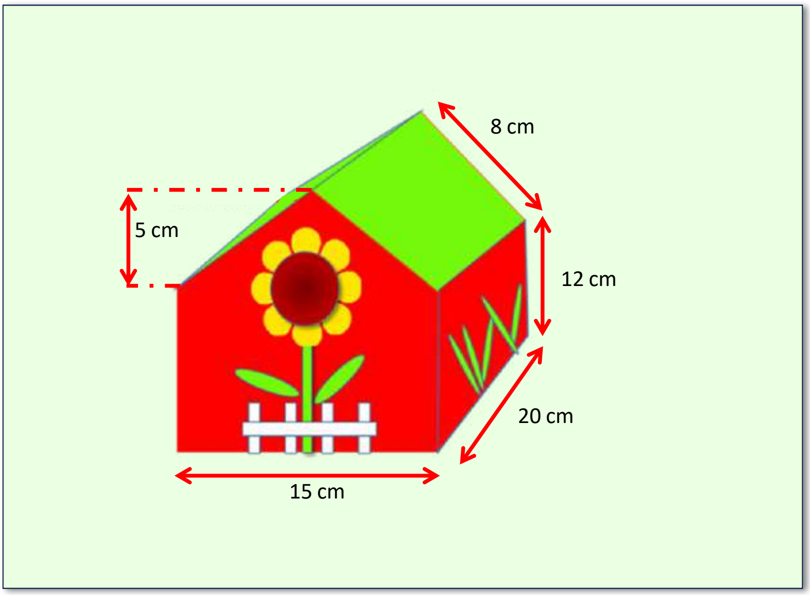
9.1.9 Área de la superficie de una pajarera

En Chicago, el Lincoln Park es un espacio verde vital. Enfrenta el desafío de conservar su población de aves nativas. La urbanización y la falta de lugares de anidación adecuados han estado afectando a especies como petirrojos, carboneros y gorriones.

Un grupo de voluntarios, coordinados por la asociación "Amigos del Parque Lincoln", decidió abordar este problema construyendo pajareras.

Para financiar el proyecto, construyeron también pajareras decorativas que tuvieron gran aceptación en la población como la que se muestra en la imagen.

Calcule el área de la superficie de la pajarera teniendo en cuenta las medidas expresadas en la misma. El centro de la flor es el orificio de entrada a la pajarera.



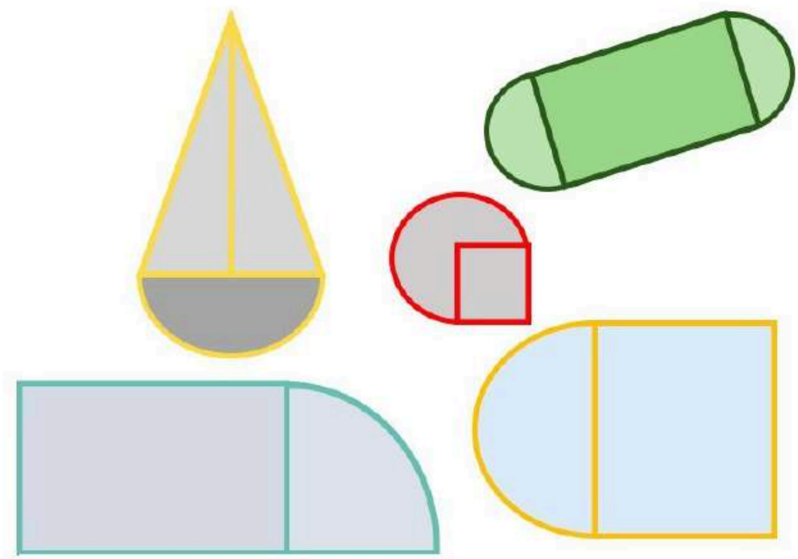
Realice el ejercicio en su cuaderno y compárelo pulsando ▶

- ***Descomposición:***
- ***Cálculo de áreas individuales***
- ***Suma de áreas:***
- ***Verificación y unidades:***

9.1.10 Ejercicios - Áreas figuras compuestas

Ejercicios

Áreasfigurascompuestas



Rompecabezas

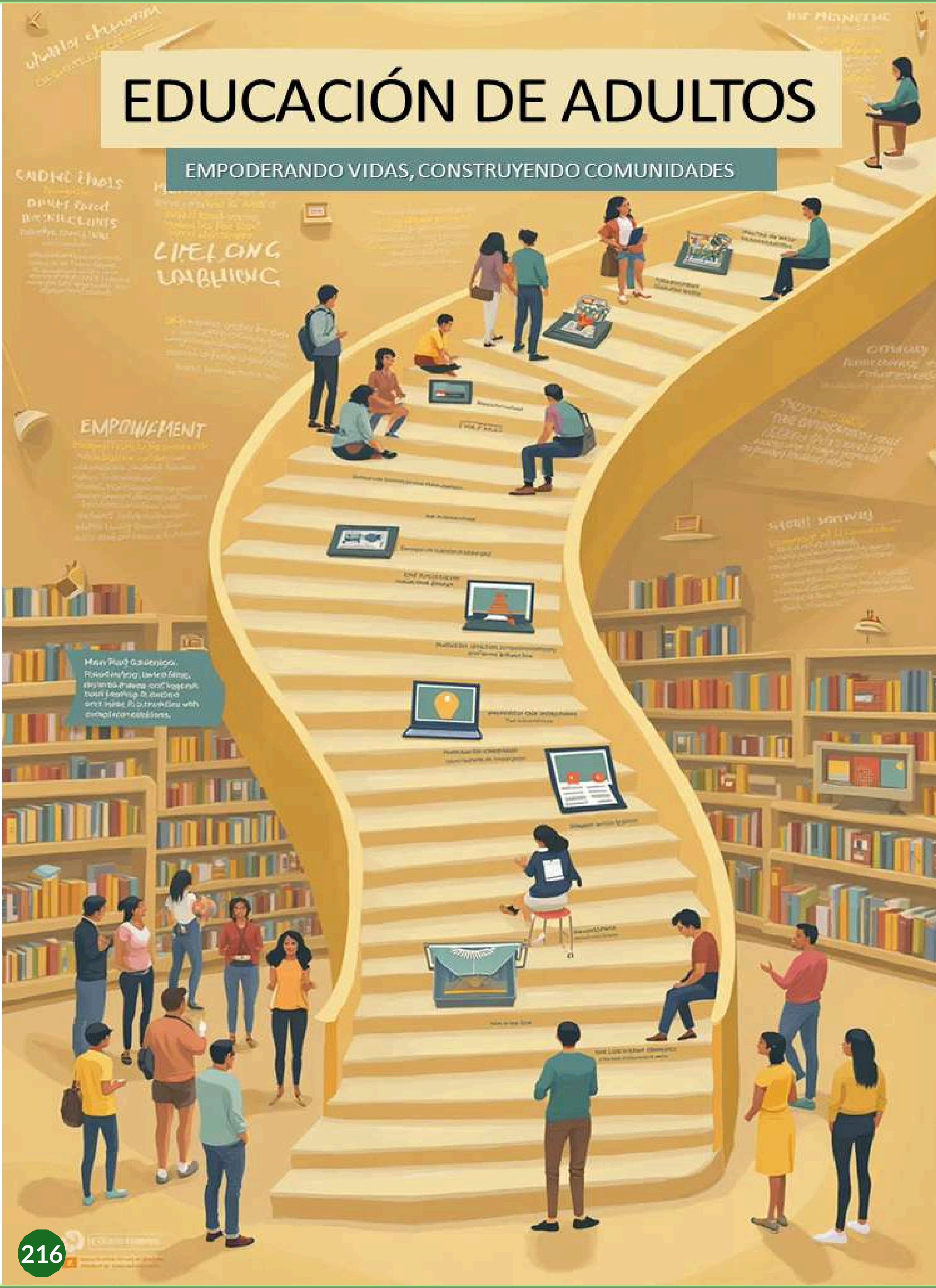
Imagen: Adult education in the United States. Lexica Aperture v5

Capítulo X

Referencias

EDUCACIÓN DE ADULTOS

EMPODERANDO VIDAS, CONSTRUYENDO COMUNIDADES



10.1 National Reporting System -NRS

El National Reporting System[29] (NRS por sus siglas en inglés) para la Educación de Adultos es un sistema utilizado en los Estados Unidos para medir los resultados de los programas de educación para adultos. Se basa en los Descriptores del Nivel de Funcionamiento Educativo, que describen lo que los estudiantes adultos **deberían saber y poder hacer** en diferentes etapas de su educación

Niveles de Funcionamiento Educativo:

El NRS divide la educación de adultos en seis niveles de funcionamiento educativo, cada uno con un título y definido por equivalencias aproximadas de nivel de grado. En matemáticas, estos niveles son:

Nivel 1: Alfabetización ABE Inicial (Niveles Grado 0-1)
Nivel 2: Educación Básica Inicial (Niveles Grado 2-3)
Nivel 3: Educación Básica Intermedia Baja (Niveles Grado 4-5)
Nivel 4: Educación Básica Intermedia Media (Niveles Grado 6-7)
Nivel 5: Educación Intermedia Alta (Niveles Grado 7-8)
Nivel 6: Educación Secundaria para Adultos (Niveles Grado 9-12)

Estas equivalencias de nivel de grado son específicas para matemáticas y difieren para artes del lenguaje.

Estándares de Contenido:

Para cada nivel del NRS, existen **estándares de contenido** que describen lo que los estudiantes deberían **saber y poder hacer** en áreas temáticas específicas, como las matemáticas. Estos estándares proporcionan un **lenguaje común** para los profesionales de la educación de adultos al hablar de los diferentes niveles.

Alineación con los Estándares CCR:

Los descriptores de nivel del NRS utilizan los Estándares de Preparación para la Universidad y la Carrera (CCR) para la Educación de Adultos como base, centrándose en conceptos matemáticos críticos para los estudiantes adultos. Esto asegura que la educación de adultos prepare a los estudiantes para la educación postsecundaria y la fuerza laboral.

Imagen: Empoderamiento a través de la educación.. Lexica Aperture v5

[29] Sistema Nacional de Reportes

Propósitos y Beneficios:

Rendición de Cuentas: El NRS permite la recopilación de datos sobre el progreso de los estudiantes.

Lenguaje Común: Proporciona un vocabulario compartido entre los programas de educación para adultos y en diferentes estados.

Guía para Instructores: Los estándares ofrecen orientación para nuevos instructores sobre qué enseñar e incluir en sus planes de lecciones.

Desarrollo Curricular: Los estándares sirven como un excelente marco y punto de partida para el desarrollo del currículo. Los programas con currículos existentes deben asegurarse de que estén alineados con los estándares.

Desarrollo Profesional: Los estándares se pueden utilizar para garantizar una instrucción de calidad a través de actividades de desarrollo profesional.

Cómo Trabajar con los Niveles y Estándares del NRS:

Dominios y Clústeres: Dentro de los estándares de contenido de cada nivel del NRS, los estándares relacionados se agrupan en dominios (grupos) y clústeres (resúmenes de estándares relacionados).

Códigos de Estándar: Cada estándar tiene un código que indica el nivel del NRS, el dominio y el número de estándar específico (por ejemplo, "1.MD.4" para el Nivel 1 del NRS, Medición y Datos, estándar #4).

Trabajo Principal del Nivel (MWOTL): Algunos estándares están marcados con "MWOTL", lo que indica que deberían ser el **foco del tiempo de instrucción** dentro de ese nivel del NRS. Otros estándares apoyan estos trabajos principales.

Ejemplos: El documento de estándares a menudo incluye ejemplos de tareas, problemas o actividades para ayudar a los instructores a comprender y demostrar el estándar en el aula.

Aprendizaje Individualizado: Es importante recordar que los niveles del NRS no pueden reflejar completamente la variedad de habilidades y necesidades de los estudiantes adultos, y se deben realizar adaptaciones apropiadas para garantizar la máxima participación.

10.2 NRS Nivel 1

En **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** se abordan completamente los matices de cada estándar. Los detalles se aprecian directamente en los ejercicios específicos dentro de cada capítulo.

- **1.CC (Conteo y cardinalidad):**
  El concepto de conteo se usa implícitamente al identificar el número de lados y vértices de los polígonos discutidos en el **Capítulo 4**: Polígonos y **Capítulo 5**: Cuadriláteros.
- **1.OA (Operaciones y pensamiento algebraico):**
  Mientras que **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** se centra en la geometría, la suma básica se usa para calcular el perímetro de las formas en el **Capítulo 4**: Polígonos, el **Capítulo 5**: Cuadriláteros y el **Capítulo 6**: Triángulos, que tiene una conexión flexible con las operaciones básicas. Sin embargo, los conceptos básicos de 1.OA (cómo encontrar el número que hace 10 o sumar/restar con fluidez dentro de 5) no son un enfoque principal
- **1.NBT (Número y operaciones en base diez):**
  La comprensión del valor posicional y las operaciones dentro de 100 no se abordan directamente en el enfoque geométrico del libro.
- **1.MD (Medición y datos):**
  Capítulo 2: Elementos Básicos de Geometría introduce el concepto fundamental de una línea que tiene longitud.
  En el **Capítulo 4**: Polígonos se analiza el perímetro de los polígonos regulares y el área. Se hacen mediciones con una regla virtual.
  Capítulo 5: Cuadriláteros también cubre el perímetro y el área de diferentes tipos de cuadriláteros.
  Capítulo 6: Triángulos incluye el cálculo del perímetro y el área de los triángulos.
  Capítulo 7: Sistema de Coordenadas se realizan mediciones de distancia y punto medio.
  Capítulo 8: Círculo discute conceptos relacionados con la medición como la circunferencia (longitud alrededor) y el área.
  Estos capítulos se conectan con la idea de medir longitudes, un concepto fundamental para 1.MD

- **1.G (Geometría):**

  Capítulo 2: Elementos Básicos de Geometría sienta las bases al definir entidades geométricas básicas como puntos, líneas, planos y ángulos, que son fundamentales para comprender las formas.

  El **capítulo 4**: Polígonos se centra en identificar y comprender los atributos de varios polígonos regulares como triángulos, cuadrados, pentágonos y hexágonos.

  Capítulo 5: Cuadriláteros se centra en identificar y comprender los atributos de diferentes tipos de cuadriláteros como paralelogramos, rectángulos, rombos y trapecios.

  Capítulo 6: Triángulos discute la clasificación y propiedades de los diferentes tipos de triángulos.

  Capítulo 7: Sistema de Coordenadas discute la ubicación de puntos y la distancia entre ellos

  Capítulo 9: Las Figuras Planas Compuestas implica reconocer y componer formas.

MWOTL Standards en NRS Nivel 1 relacionados

- **1.MD.5: Expresa la longitud de un objeto como un número entero de unidades de longitud.**

  El cálculo del perímetro en varios capítulos de **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** se relaciona con este concepto, ya que el perímetro es la longitud total alrededor de una figura, medida en unidades de longitud.

- Los otros estándares MWOTL para NRS Nivel 1 (1.NBT.2, 1.NBT.4, 1.NBT.5, 1.NBT.6) se centran en el sentido numérico y las operaciones dentro de base diez y no son el enfoque principal de **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** centrada en la geometría

10.3 NRS Nivel 2

- **2.OA.1 (Operaciones y pensamiento algebraico):** **Capítulo 4**: Polígonos, **Capítulo 5**: Cuadriláteros, **Capítulo 6**: Triángulos y **Capítulo 8**: Círculo implican el cálculo de perímetro y área. Estos cálculos a menudo requieren suma y, a veces, multiplicación, lo que se alinea con el concepto general de operaciones dentro de 2.OA. Específicamente, 2.OA.1 (Use la suma y la resta dentro de 100 para resolver problemas verbales de uno y dos pasos que involucran situaciones de sumar, quitar, juntar, separar y comparar, con incógnitas en todas las posiciones) se aplica en problemas verbales relacionados con el perímetro o área de las figuras geométricas comentadas. La discusión de lados iguales en polígonos regulares en el **Capítulo 4** tiene una conexión vaga con la idea de grupos iguales, un concepto fundamental para la multiplicación introducido en grados posteriores (aunque no es directamente un estándar de Nivel 2).
- **2.OA.2 (Sumar y restar con fluidez hasta 20 usando estrategias mentales. Conocer de memoria todas las sumas de dos números de un dígito)** podría ser relevante en los cálculos de perímetro más simples.
- **2.NBT (Número y operaciones en base diez)**: La medición de longitudes, áreas y perímetros discutida en el **Capítulo 4**: Polígonos, **Capítulo 5**: Cuadriláteros, **Capítulo 6**: Triángulos y **Capítulo 8**: Círculo, implica implícitamente comprender el valor posicional y trabajar con números dentro de 1000 (ya que las mediciones pueden extenderse a este rango).
- **2.NBT.2 (Contar dentro de 1000; saltar el conteo de 5, 10 y 100)** no se aplica explícitamente, pero podría ser relevante cuando se discuten patrones en las mediciones o la escala de figuras geométricas

- **2.NBT.3 (Leer y escribir números hasta 1000 usando números en base diez, nombres de números y formas expandidas)** es indirectamente relevante a medida que los alumnos trabajan con mediciones numéricas relacionadas con formas geométricas.
- **2.NBT.4 (Comparar dos números de tres dígitos según los significados de las centenas, decenas y unos, utilizando los símbolos >, = y < para registrar los resultados de las comparaciones)** se puede utilizar si se comparan las medidas (por ejemplo, áreas o perímetros) de diferentes figuras geométricas. El cálculo real del perímetro y el área involucra 2.NBT.5 (Sumar hasta cuatro números de dos dígitos usando estrategias basadas en el valor posicional y las propiedades de las operaciones) y 2.NBT.6 (Sumar y restar hasta 1000, usando modelos concretos o dibujos y estrategias basadas en el valor posicional, las propiedades de las operaciones y/o la relación entre la suma y la resta).
- **2.NF (Números y Operaciones - Fracciones)**: Con base en la Descripción General del Nivel 2 de NRS1, las fracciones no son un enfoque principal en este nivel. El 2.NF estándar no aparece en la descripción general del nivel 2 de NRS. Por lo tanto, **"Geometría Plana: Lo que debes saber"**, que tiene como objetivo cubrir la geometría fundamental, no aplica en gran medida los estándares de fracción de nivel 2 de NRS.
- **2.MD (Medición y datos)**: Este dominio es significativamente aplicable a **"Geometría Plana: Lo que debes saber"**:

  Capítulo 2: Elementos Básicos de Geometría introduce el concepto de longitud. **Capítulo 4**: Polígonos **Capítulo 5**: Cuadriláteros, **Capítulo 6**: Triángulos y **Capítulo 8**: Círculo implican la medición y cálculo de longitudes (perímetro/circunferencia) y áreas. **Capítulo 7**: Sistema de coordenadas incluye las mediciones de distancia y punto medio.

- **2.MD.1 (Mida la longitud de un objeto seleccionando y utilizando las herramientas adecuadas, como reglas, varas de medir, varas de medir y cintas métricas)** Se aplica en el **Capítulo 4** siendo una habilidad fundamental para comprender el perímetro y las dimensiones.
- **2.MD.14 (Medir áreas contando cuadrados unitarios)** se relaciona con el concepto de área introducido en estos capítulos.
- **2.G (Geometría):** El **capítulo 4**: Polígonos se centra en identificar y describir los atributos de diferentes polígonos, como el número de lados y vértices. **Capítulo 5**: Cuadriláteros clasifica y describe específicamente varios tipos de cuadriláteros en función de sus atributos (por ejemplo, lados paralelos, ángulos iguales). **Capítulo 6**: Triángulos clasifica los triángulos en función de sus lados y ángulos. **Capítulo 9:** Figuras Planas Compuestas implica reconocer y componer formas.
- **2.G.1 (Reconocer y dibujar formas que tengan atributos especificados, como un número determinado de ángulos o un número determinado de caras iguales. Identificar triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos y cubos)** se aborda directamente en el contenido de estos capítulos.
- **2.G.3 (Divida círculos y rectángulos en dos, tres o cuatro partes iguales, describa las partes usando las palabras mitades, tercios, mitad de, un tercio de, etc., y describa el todo como dos mitades, tres tercios, cuatro cuartos. Reconocer que partes iguales de enteros idénticos no tienen por qué tener la misma forma)** podría tocarse implícitamente si **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** muestra divisiones dentro de las formas, aunque no es un tema central basado en los títulos de los capítulos.

MWOTL Standards en NRS Nivel 2 relacionados

- **2.OA.2 (Sumar y restar con fluidez hasta 20 usando estrategias mentales. Conocer de memoria todas las sumas de dos números de un dígito)** relevante en los cálculos básicos relacionados con figuras geométricas
- **2.NBT.3 (Lea y escriba números hasta 1000 usando números en base diez, nombres de números y forma expandida)** indirectamente relevante cuando se trabaja con mediciones.
- **2.NBT.6 (Sumar y restar hasta 1000, utilizando modelos o dibujos concretos y estrategias basadas en el valor posicional, las propiedades de las operaciones y/o la relación entre la suma y la resta)** Directamente aplicable al cálculo de perímetros y áreas.
- **2.MD.14 (Mida áreas contando cuadrados unitarios)** se relaciona directamente con el concepto de área tratado en varios capítulos
- **2.MD.15 (Relacione el área con las operaciones de multiplicación y suma. a. Encuentre el área de un rectángulo con longitudes de lados de números enteros colocándolo en mosaico, y muestre que el área es la misma que se encontraría multiplicando las longitudes de los lados)** Directamente relevante para los cálculos de área para los rectángulos discutidos en el **Capítulo 5**
- **2.G.3 (Divida círculos y rectángulos en dos, tres o cuatro partes iguales, describa las partes usando las palabras mitades, tercios, mitad de, un tercio de, etc., y describa el todo como dos mitades, tres tercios, cuatro cuartos. Reconocer que partes iguales de totalidades idénticas no tienen por qué tener la misma forma)**, potencialmente relevante cuando se habla de divisiones de formas en el **Capítulo 4**.

10.4 NRS Nivel 3

- **3.OA (Operaciones y Pensamiento Algebraico)**: **Capítulo 4**: Polígonos, **Capítulo 5**: Cuadriláteros, **Capítulo 6**: Triángulos y **Capítulo 8**: Círculo, implican el cálculo de perímetro y área. Estos cálculos requieren el uso de las cuatro operaciones con números enteros, incluida la multiplicación para encontrar la longitud total de los lados o el uso de fórmulas. Esto se alinea con los conceptos generales de 3.OA, particularmente 3.OA.1 (Interpretar productos de números enteros) y 3.OA.2 (Interpretar cocientes de números enteros de números enteros) cuando los problemas involucran. La discusión de las propiedades de los polígonos regulares en el **Capítulo 4**, como lados y ángulos iguales, podría relacionarse implícitamente con la idea de patrones (aunque no explícitamente patrones numéricos o de forma como se describe en 3.OA.6). Los problemas verbales relacionados con las dimensiones, el perímetro o el área de las figuras podrían alinearse con 3.OA.8 (Resolver problemas verbales de dos pasos utilizando las cuatro operaciones), aunque los ejemplos de **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** se centran, principalmente, en el cálculo.
- **3.EE (Expresiones y ecuaciones)**: Las fórmulas utilizadas para calcular el perímetro y el área de varias formas en el **Capítulo 4**: Polígonos, el **Capítulo 5**: Cuadriláteros, el **Capítulo 6**: Triángulos y el **Capítulo 8**: Círculo, pueden verse como expresiones simples. Si bien **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** no involucra explícitamente variables, la estructura de estas fórmulas se relaciona con 3.EE.1 (Escribir e interpretar expresiones numéricas). En los ejercicios que implican encontrar una dimensión faltante dada el área o el perímetro, se toca el concepto de resolver ecuaciones simples 3.EE.2 (Escribir, leer y evaluar expresiones en las que las letras representan números).

- **3.NBT (Número y operaciones en base diez)**: Los cálculos de perímetro y área en el **Capítulo 4**: Polígonos, el **Capítulo 5**: Cuadriláteros, el **Capítulo 6**: Triángulos y el **Capítulo 8**: Círculo involucran números enteros de varios dígitos y decimales (especialmente con la introducción de pi (π) para círculos). Por lo tanto, los aspectos computacionales se relacionan con 3.NBT.4 (Sumar y restar con fluidez números enteros de varios dígitos utilizando el algoritmo estándar), 3.NBT.5 (Multiplicar un número entero de hasta cuatro dígitos por un número entero de un dígito y multiplicar dos números de dos dígitos) y, potencialmente, 3.NBT.6 (Encontrar cocientes de números enteros y restos con dividendos de hasta cuatro dígitos y divisores de un dígito) dado que los problemas involucran divisiones relacionadas con figuras geométricas. **Capítulo 8**: Círculo introduce pi (π) que conduce a números decimales en los cálculos, conectando con 3.NBT.9 (Leer, escribir y comparar decimales a milésimas), 3.NBT.10 (Leer y escribir decimales a milésimas usando números en base diez, nombres de números y forma expandida) y 3.NBT.11 (Comparar dos decimales con milésimas). El redondeo en los ejercicios es una actividad de extensión, conectando a 3.NBT.12 (Usar la comprensión del valor de la posición para redondear decimales a cualquier lugar).
- **3.NS (El Sistema Numérico)**: **Capítulo** 7: Círculo implica cálculos con pi (π) que es un número irracional representado por una aproximación decimal. Si bien el concepto del sistema numérico completo no es un enfoque, trabajar con aproximaciones decimales se relaciona con 3.NS.2 (Sumar, restar, multiplicar y dividir decimales de varios dígitos con fluidez utilizando el algoritmo estándar para cada operación) cuando se realizan cálculos con pi (π).

- **3.NF (Números y Operaciones - Fracciones)**: Las fracciones se utilizan en el contexto de las formas cuando se habla de partes de un todo, como dividir un círculo o un rectángulo (mencionado en relación con el Nivel 2). Si bien no es un tema central en los resúmenes del capítulo, si **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** incluye contenido sobre la división de formas en partes iguales, se relacionaría con la comprensión fundamental de las fracciones en el Nivel 3, particularmente 3.NF.1 (Comprender una fracción como un número en la recta numérica; representar fracciones en un diagrama de recta numérica) y 3.NF.3 (Explicar la equivalencia de fracciones en casos especiales, y comparar fracciones razonando sobre su tamaño).
- **3.RP (Razones y Razonamiento Proporcional)**: El concepto de escala en los mapas, trabajado en **Capítulo 7**: Sistema de Coordenadas, en el contexto de los sistemas de coordenadas en un mapa tiene una conexión con las razones y proporciones, aunque no es el enfoque principal de los capítulos geométricos. Cuando los problemas involucran el escalado de formas o el uso de escalas de mapa, se relaciona con 3.RP.1 (Comprender el concepto de una tasa unitaria a/b asociada con una relación a:b con b ≠ 0, y usar el lenguaje de tasas en el contexto de una relación de razón) y 3.RP.2 (Reconocer y representar relaciones proporcionales entre cantidades).
- **3.MD (Medición y datos)**: Este dominio está muy aplicado en toda "Geometría Plana: Lo que debes saber": **Capítulo 2**: Elementos Básicos de Geometría introduce conceptos fundamentales de medición como la longitud de una línea. **Capítulo 4**: Polígonos (aquí se realizan mediciones con reglas virtuales), **Capítulo 5**: Cuadriláteros, **Capítulo 6**: Triángulos, **Capítulo 7**: Sistema de Coordenadas y **Capítulo 8**: Círculo se centran en la medición de longitudes (lados, perímetro, circunferencia) y el cálculo de áreas.

- **3.MD.1 (Diga y escriba la hora al minuto más cercano y mida los intervalos de tiempo en minutos. Resolver problemas verbales que involucran la suma y resta de intervalos de tiempo en minutos, por ejemplo, representando el problema en un diagrama de recta numérica)** no es directamente relevante para el contenido geométrico. 3.MD.2 (Mida y estime los volúmenes y masas líquidas de los objetos utilizando unidades estándar de gramos (g), kilogramos (kg) y litros (l). Sumar, restar, multiplicar o dividir para resolver problemas verbales de un solo paso que involucran masas o volúmenes que se dan en las mismas unidades, por ejemplo, usando dibujos (como un vaso de precipitados con una escala de medición) para representar el problema) no es directamente relevante. 3.MD.3 (Dibuje un gráfico de imagen a escala y un gráfico de barras a escala para representar un conjunto de datos con varias categorías. Resuelva problemas de uno y dos pasos (cuántos más) y "cuántos menos" utilizando la información presentada en gráficos de barras a escala) no es directamente relevante. 3.MD.4 (Genere datos de medición midiendo longitudes usando reglas marcadas con mitades y cuartos de pulgada. Muestre los datos haciendo un gráfico de líneas, donde la escala horizontal está marcada en unidades apropiadas (números enteros, mitades o cuartos) es relevante cuando los ejercicios involucran mediciones precisas de formas.
- **3.MD.5 (Reconocer el área como un atributo de las figuras planas y comprender los conceptos de medición de área) y 3.MD.6 (Medir áreas contando cuadrados unitarios)** son fundamentales para los cálculos de área en los Capítulos 4-7.
- **3.MD.7 (Relacionar el área con las operaciones de multiplicación y suma)** se aplica directamente en las fórmulas para el área de rectángulos y otros polígonos.

- **3.MD.8 (Resolver problemas matemáticos y del mundo real que involucran perímetros de polígonos, incluyendo encontrar el perímetro dadas las longitudes de los lados, encontrar una longitud de lado desconocida y exhibir rectángulos con el mismo perímetro y diferentes áreas o con la misma área y diferentes perímetros)** es un tema central en el cálculo de perímetros en los capítulos 4-6.
- **3.G (Geometría)**:

  Capítulo 2: Elementos Básicos de Geometría sienta las bases mediante la definición de puntos, líneas, ángulos y planos.

  Capítulo 4: Polígonos se centra en el razonamiento con formas y sus atributos mediante la identificación y descripción de polígonos regulares.

  Capítulo 5: Cuadriláteros continúa clasificando y describiendo varios cuadriláteros en función de sus propiedades.

  Ca**pítulo 6**: Triángulos se centra en la clasificación de triángulos en función de los lados y los ángulos.

  Capítulo 8: Círculo presenta las propiedades de los círculos.

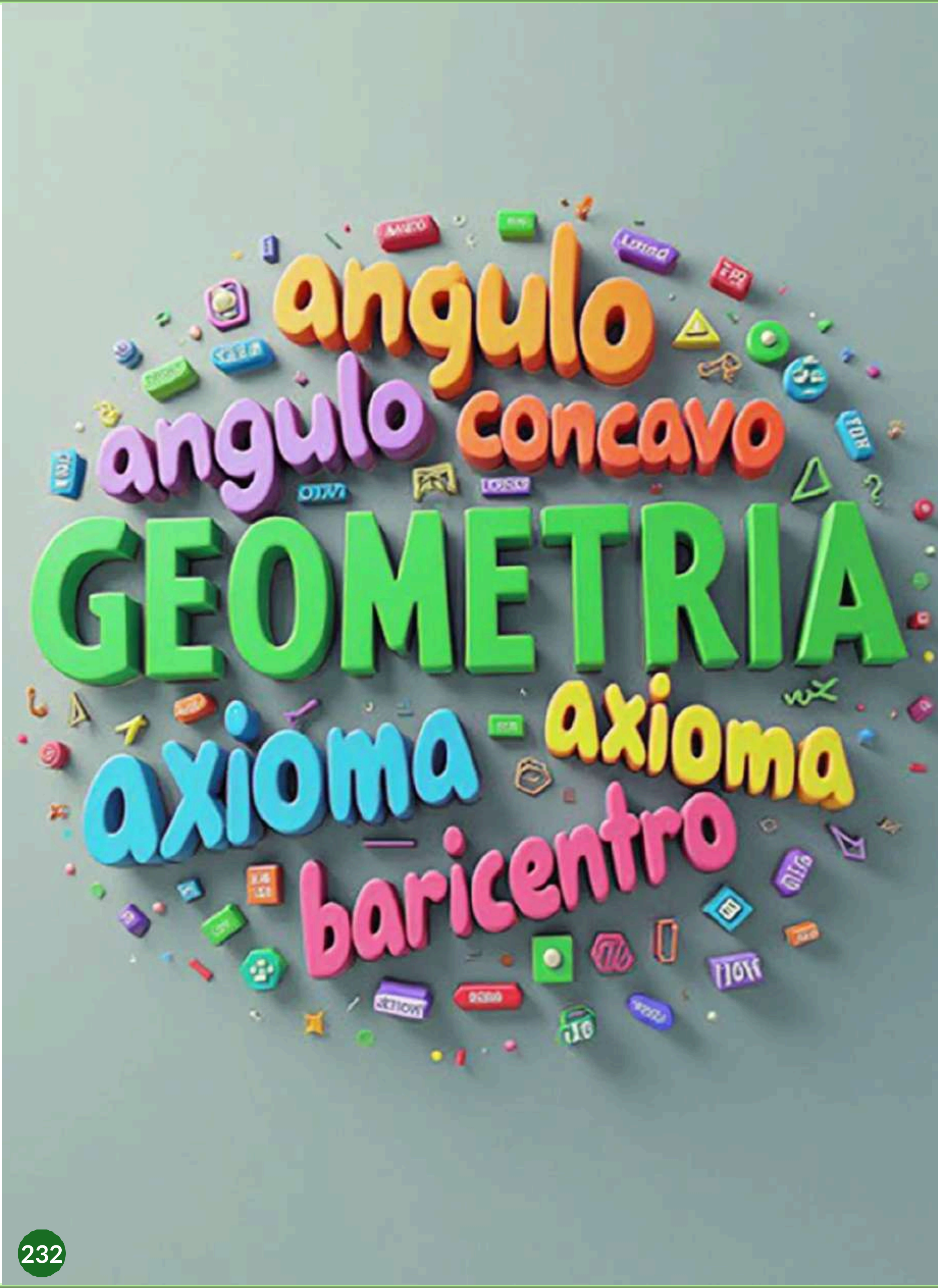
  Capítulo 9: Figuras Planas Compuestas implica componer y descomponer formas y comprender sus relaciones espaciales. Estos capítulos abordan directamente 3.G.1 (Comprender que las formas en diferentes categorías (por ejemplo, rombos, rectángulos y otras) pueden compartir atributos (por ejemplo, tener cuatro lados), y que los atributos compartidos pueden definir una categoría más grande (por ejemplo, cuadriláteros). Reconocer rombos, rectángulos y cuadrados como ejemplos de cuadriláteros, y dibujar ejemplos de cuadriláteros que no pertenezcan a ninguna de estas subcategorías) y 3.G.2 (Dividir formas en partes con áreas iguales. Expresa el área de cada parte como una fracción unitaria del todo) si se discuten divisiones de formas.

- **3.SP (Estadística y probabilidad)**: Con base en los títulos de los capítulos y el enfoque geométrico, la estadística y la probabilidad no se abordan directamente en **"Geometría Plana: Lo que debes saber"** a este nivel. Los conceptos de recopilación, representación e interpretación de datos no son fundamentales para el contenido geométrico. Por lo tanto, los estándares 3.SP.1 (Comprender las preguntas estadísticas y anticipar la variabilidad en los datos relacionados con la pregunta y dar cuenta de ello en las respuestas), 3.SP.2 (Comprender que un conjunto de datos recopilados para responder a una pregunta estadística tiene una distribución que se puede describir por su centro, dispersión y forma general.), 3.SP.3 (Reconocer que una medida de centro para un conjunto de datos numéricos resume todos sus valores con un solo número, mientras que una medida de variación describe cómo varían sus valores con un solo número), y 3.SP.4 (Mostrar datos numéricos en gráficos en una recta numérica, incluidos diagramas de puntos, histogramas y diagramas de caja) no son aplicables.

Normas MWOTL en NRS Nivel 3 relacionadas

- **3.OA.1 (Interpretar una ecuación de multiplicación como una comparación) y 3.OA.2 (Interpretar cocientes de números enteros de números enteros)** es relevante en el contexto de las dimensiones y las relaciones de área/perímetro.
- **3.OA.7 (Multiplicar y dividir con fluidez dentro de 100, utilizando estrategias como la relación entre la multiplicación y la división** (por ejemplo, sabiendo que 8 × 5 = 40, uno sabe 40 ÷ 5 = 8) o propiedades de operaciones. Al final del Grado 3, conocer de memoria todos los productos de dos números de un dígito) es esencial para los cálculos relacionados con figuras geométricas.

- **3.NBT.4 (Suma y resta con fluidez números enteros de varios dígitos utilizando el algoritmo estándar)** es relevante para los cálculos de perímetro.
- **3.NBT.5 (Multiplique un número entero de hasta cuatro dígitos por un número entero de un dígito y multiplique dos números de dos dígitos, utilizando estrategias basadas en el valor posicional y las propiedades de las operaciones)** es relevante para los cálculos de área y perímetro.
- **3.NBT.6 (Encuentre cocientes de números enteros y residuo con dividendos de hasta cuatro dígitos y divisores de un dígito, utilizando estrategias basadas en el valor posicional, las propiedades de las operaciones y/o la relación entre la multiplicación y la división)** es potencialmente relevante cuando los problemas implican encontrar dimensiones.
- **3.MD.7 (Relacionar el área con las operaciones de multiplicación y suma)** es aplicado directamente en las fórmulas de área.
- **3.MD.8 (Resolver problemas matemáticos y del mundo real que involucran perímetros de polígonos)** es un tema central en los capítulos 4-6.
- **3.G.1 (Comprender que las formas en diferentes categorías pueden compartir atributos)** está abordado directamente en los Capítulos 4-6.


angulo
angulo concavo
GEOMETRIA
axioma axioma
baricentro

10.5 Glosario Geométrico - Técnico

Abscisa
La coordenada horizontal (valor de x) en un sistema de coordenadas cartesianas. Indica la posición a la derecha o izquierda del origen.

Altura
En un triángulo, es el segmento perpendicular trazado desde un vértice hasta el lado opuesto (o su prolongación). En figuras como paralelogramos o trapecios, es la distancia perpendicular entre las bases.

Álgebra
Rama de las matemáticas que utiliza letras y símbolos para representar números y cantidades en fórmulas y ecuaciones. Mencionada en relación con la conexión entre geometría y coordenadas.

Ángulo
Abertura formada por dos líneas o semirrectas que se encuentran en un punto común llamado vértice. Se mide en grados o radianes.

Ángulo Agudo
Ángulo que mide menos de 90°.

Ángulo Central
En un polígono regular o círculo, es el ángulo formado por dos radios consecutivos (en polígonos) o dos radios cualesquiera (en círculos), con el vértice en el centro.

Ángulo Completo
Ángulo que mide exactamente 360°, representando una vuelta completa.

Ángulo Cóncavo
Ángulo que mide más de 180° pero menos de 360°.

Ángulo Exterior
En un polígono, es el ángulo formado entre un lado y la prolongación del lado adyacente.

Imagen:A big old opened book with squares, rectangles and rhombuses written on it. Lexica Aperture v5

Ángulo Inscrito
Ángulo formado por dos cuerdas en un círculo con su vértice sobre la circunferencia.

Ángulo Interior
Ángulo formado dentro de una figura geométrica por dos lados adyacentes.

Ángulo Llano
Ángulo que mide exactamente 180°, formando una línea recta.

Ángulo Obtuso
Ángulo que mide más de 90° pero menos de 180°.

Ángulo Recto
Ángulo que mide exactamente 90°.

Ángulos Adyacentes
Ángulos consecutivos cuyos lados no comunes son semirrectas opuestas. Suman 180°.

Ángulos Alternos (Internos/Externos)
Pares de ángulos formados cuando una secante corta dos líneas paralelas. Se encuentran en lados opuestos de la secante. Los alternos internos están *entre* las paralelas, los alternos externos están *fuera* de ellas. Son congruentes (iguales).

Ángulos Complementarios
Dos ángulos cuya suma de medidas es 90°.

Ángulos Congruentes
Ángulos que tienen la misma medida.

Ángulos Conjugados (Internos/Externos)
Pares de ángulos formados cuando una secante corta dos líneas paralelas. Se encuentran en el mismo lado de la secante. Los conjugados internos están *entre* las paralelas, los conjugados externos están *fuera* de ellas. Son suplementarios (suman 180°).

Ángulos Consecutivos
Ángulos que comparten el mismo vértice y un lado en común.

Ángulos Correspondientes
Pares de ángulos formados cuando una secante corta dos líneas paralelas. Se encuentran en la misma posición relativa en cada intersección. Son congruentes (iguales).

Ángulos Opuestos por el Vértice
Par de ángulos formados cuando dos líneas se cruzan. Comparten el vértice y sus lados son semirrectas opuestas. Son congruentes (iguales).

Ángulos Suplementarios
Dos ángulos cuya suma de medidas es 180°.

Apotema
En un polígono regular, es el segmento perpendicular que va desde el centro del polígono hasta el punto medio de uno de sus lados.

Arco
Cualquier porción continua de una circunferencia.

Área
Medida de la superficie encerrada dentro de los límites de una figura bidimensional. Se mide en unidades cuadradas (cm^2, m^2, etc.).

Axioma
Proposición o principio tan claro y evidente que se admite sin necesidad de demostración. Es una verdad fundamental.

Baricentro
Punto de intersección de las tres medianas de un triángulo. Es el centro de gravedad del triángulo.

Base
Lado de una figura geométrica que se usa como referencia, a menudo para calcular la altura o el área (ej. en triángulos, paralelogramos, trapecios).

Bisectriz
Línea o segmento que divide un ángulo en dos ángulos iguales.

Catetos
Los dos lados de un triángulo rectángulo que forman el ángulo recto.

Centro
Punto interior de una figura (como círculo o polígono regular) que es equidistante de todos los puntos del borde (circunferencia) o de todos los vértices/lados.

Centro Geométrico (Centroide)
Punto que representa el centro geométrico o "punto de equilibrio" de una figura. En polígonos regulares, coincide con el centro.

Cero
Número que representa la ausencia de cantidad. Tratado como número por primera vez por matemáticos indios (Brahmagupta).

Círculo
Figura geométrica plana definida como el conjunto de todos los puntos interiores a una circunferencia. Es la superficie.

Circuncentro
Punto de intersección de las tres mediatrices de un triángulo. Es el centro de la circunferencia circunscrita.

Circunferencia
Curva plana y cerrada cuyos puntos son todos equidistantes de un punto fijo llamado centro. Es el borde del círculo.

Circunferencia Circunscrita
Circunferencia que pasa por todos los vértices de un polígono inscrito.

Circunferencia Inscrita
Circunferencia que es tangente a todos los lados de un polígono circunscrito.

Clasificación de Ángulos

Agrupación de ángulos según su medida (agudo, recto, etc.), posición (consecutivos, opuestos, etc.) o suma (complementarios, suplementarios).

Códice

Documento manuscrito antiguo, a menudo plegado, usado por culturas como la Maya o Azteca.

Coordenadas

Conjunto de números (generalmente un par ordenado como (x,y)) que especifican la posición de un punto en un plano o espacio utilizando un sistema de referencia (como el cartesiano).

Congruente

Término geométrico que significa que dos figuras o segmentos tienen exactamente la misma forma y tamaño. En el contexto de ángulos y lados, significa que tienen la misma medida.

Cuadratura del Círculo

Problema geométrico clásico (demostrado imposible) de construir un cuadrado con la misma área que un círculo dado, usando solo regla y compás.

Cuadrante

Cada una de las cuatro regiones en las que los ejes de coordenadas dividen el plano cartesiano.

Cuadrado

Polígono regular de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos (90°). Es un tipo de rectángulo y de rombo.

Cuadrilátero

Polígono que tiene cuatro lados.

Cuerda

Segmento de línea recta cuyos extremos están sobre la circunferencia de un círculo.

Deltoide (Cometa)
Cuadrilátero con dos pares de lados adyacentes iguales. Sus diagonales son perpendiculares.

Diagonal
Segmento de línea que une dos vértices no consecutivos de un polígono.

Diámetro
Cuerda que pasa por el centro de un círculo. Su longitud es el doble del radio.

Dimensión
Medida de la extensión en una dirección particular (longitud, anchura, altura). La geometría plana estudia figuras en dos dimensiones.

Distancia entre dos Puntos
Longitud del segmento de línea recta que une dos puntos. En el plano cartesiano, se calcula usando la fórmula de la distancia (derivada del Teorema de Pitágoras).

Eje X (Eje de las abscisas)
El eje horizontal en un sistema de coordenadas cartesianas.

Eje Y (Eje de las ordenadas)
El eje vertical en un sistema de coordenadas cartesianas.

Elemento (HTML)
Componente básico de una página web, como <div>, <p>, <img>, definido por etiquetas. (Término técnico web).

Empírico
Basado en la observación y la experiencia, en lugar de la teoría o la lógica pura.

Equinoccio
Momento del año en que el día y la noche tienen aproximadamente la misma duración en todo el planeta. Mencionado en el contexto de la astronomía Maya.

Escala
Relación proporcional entre las dimensiones de un objeto real y su representación (ej. en un mapa o dibujo).

Escriba
Persona educada en la antigüedad (ej. Egipto, Babilonia) especializada en escritura, lectura y mantenimiento de registros, incluyendo conocimientos matemáticos.

Figura Plana
Forma geométrica bidimensional (tiene longitud y anchura, pero no profundidad).

Figura Plana Compuesta
Figura formada por la unión o sustracción de dos o más figuras geométricas planas básicas.

Fórmula
Expresión matemática que establece una relación entre diferentes cantidades mediante símbolos y operaciones (ej. fórmula del área).

Geometría
Rama de las matemáticas que estudia las propiedades, medidas y relaciones de puntos, líneas, ángulos, superficies y sólidos.

Geometría Plana
Subdisciplina de la geometría que se enfoca en figuras que pueden dibujarse sobre una superficie plana (bidimensional).

Grado (°)
Unidad de medida de ángulos, basada en la división de un círculo completo en 360 partes iguales (sistema sexagesimal).

Heptágono
Polígono de siete lados.

Hexágono
Polígono de seis lados.

Hipotenusa
El lado más largo de un triángulo rectángulo, opuesto al ángulo recto.

HTML (HyperText Markup Language)
Lenguaje estándar utilizado para crear y estructurar páginas web y sus contenidos. (Término técnico web).

Incentro
Punto de intersección de las tres bisectrices de un triángulo. Es el centro de la circunferencia inscrita.

JavaScript
Lenguaje de programación utilizado para crear contenido dinámico e interactivo en páginas web. (Término técnico web).

KaTeX
Biblioteca de JavaScript utilizada para mostrar notación matemática en páginas web. (Término técnico).

Khet
Antigua unidad de longitud egipcia, equivalente a unos 52.5 metros.

Lado
Segmento de línea recta que forma parte del contorno de un polígono.

Línea
Sucesión continua de puntos. Puede ser recta o curva. Tiene una dimensión (longitud).

Línea Media (de un trapecio)
Segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos de un trapecio. Es paralela a las bases.

Líneas Coincidentes
Dos o más líneas que ocupan exactamente el mismo lugar en el espacio (son la misma línea).

Líneas Notables (de un triángulo)

Segmentos especiales dentro de un triángulo (altura, mediana, mediatriz, bisectriz) con propiedades importantes.

Líneas Paralelas

Dos o más líneas en un plano que nunca se intersectan, manteniendo siempre la misma distancia entre ellas.

Líneas Perpendiculares

Dos líneas que se intersectan formando un ángulo recto (90°).

Líneas Secantes

Dos líneas que se cortan o cruzan en un punto.

Mandala

Diseño geométrico y simétrico, a menudo circular, utilizado en tradiciones espirituales, que representa el cosmos o deidades.

Mediana (de un triángulo)

Segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

Mediatriz

Línea perpendicular a un segmento que pasa por su punto medio. En un triángulo, es perpendicular a un lado en su punto medio.

Meta (etiqueta HTML)

Etiqueta utilizada en HTML para proporcionar metadatos sobre el documento, como la codificación de caracteres o la configuración de la vista en dispositivos móviles. (Término técnico web).

Método Axiomático

Enfoque lógico en matemáticas (especialmente geometría) que parte de un conjunto de verdades básicas aceptadas (axiomas y postulados) para deducir teoremas más complejos.

NRS (National Reporting System)

Sistema utilizado en EE.UU. para medir resultados y establecer estándares en la educación de adultos.

Número Áureo (Phi / φ)
Constante matemática irracional (aprox. 1.618) que aparece en diversas formas geométricas y naturales, relacionada con la proporción y la armonía.

Número Irracional
Número que no puede expresarse como una fracción simple de dos enteros (ej. π, √2, φ). Su expansión decimal es infinita y no periódica.

Número Trascendente
Número que no es raíz de ninguna ecuación polinómica con coeficientes enteros (no es algebraico). Pi (π) es un ejemplo.

Octágono
Polígono de ocho lados.

Ordenada
La coordenada vertical (valor de y) en un sistema de coordenadas cartesianas. Indica la posición arriba o abajo del origen.

Origen
El punto (0,0) donde se cruzan los ejes x e y en un sistema de coordenadas cartesianas.

Ortocentro
Punto de intersección de las tres alturas de un triángulo.

Papiro
Soporte de escritura antiguo, similar al papel, hecho de la planta del mismo nombre, usado prominentemente en Egipto.

Par Ordenado
Par de números (x, y) que representan las coordenadas de un punto en el plano cartesiano.

Paralelogramo
Cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos y de igual longitud.

Pentágono
Polígono de cinco lados.

Perímetro
La longitud total del contorno o borde de una figura plana.

Pi (π)
Constante matemática que representa la relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro. Es un número irracional y trascendente (aprox. 3.14159...).

Plano
Superficie plana bidimensional que se extiende infinitamente en todas las direcciones. No tiene espesor.

Polígono
Figura geométrica plana cerrada formada por tres o más segmentos de línea recta (lados) que se unen en sus extremos (vértices).

Polígono Irregular
Polígono cuyos lados y/o ángulos no son todos iguales.

Polígono Regular
Polígono que tiene todos sus lados de igual longitud y todos sus ángulos interiores de igual medida.

Postulado
Afirmación fundamental específica de un campo matemático (como la geometría) que se acepta como verdadera sin demostración, sirviendo como base para construir el sistema.

Prefijo Numérico
Parte de una palabra (generalmente de origen griego o latino) que indica una cantidad numérica (ej., "penta-" para cinco, "hexa-" para seis).

Promedio
Valor obtenido al sumar un conjunto de números y dividir el resultado entre la cantidad de números en el conjunto. Usado para calcular el punto medio.

Punto

Elemento geométrico fundamental que indica una posición en el espacio. No tiene dimensiones (longitud, anchura o altura).

Punto Medio

Punto que divide un segmento de línea en dos partes exactamente iguales.

Radián

Unidad de medida de ángulos basada en el radio de un círculo. Un radián es el ángulo central cuyo arco tiene la misma longitud que el radio. Un círculo completo tiene 2π radianes.

Radio

Segmento de línea que une el centro de un círculo o polígono regular con un punto de su circunferencia o uno de sus vértices, respectivamente.

Recta

Línea que no tiene curvas ni cambios de dirección y se extiende infinitamente en ambas direcciones.

Rectángulo

Paralelogramo con cuatro ángulos rectos (90°).

Rombo

Paralelogramo con los cuatro lados de igual longitud.

Romboide

Paralelogramo que no es ni un rectángulo ni un rombo (lados adyacentes desiguales y ángulos no rectos).

Secante (a un círculo)

Línea recta que corta una circunferencia en dos puntos distintos.

Secante (entre paralelas)

Línea que corta o intersecta a dos o más líneas (generalmente paralelas).

Sector Circular

Región de un círculo delimitada por dos radios y el arco entre ellos (como una porción de pizza).

Segmento

Porción finita de una línea recta delimitada por dos puntos extremos.

Semirrecta

Parte de una línea recta que comienza en un punto específico (origen) y se extiende infinitamente en una dirección.

Simetría

Propiedad de una figura donde sus partes se corresponden exactamente a través de un punto, línea o plano.

Sistema Axiomático

Ver "Método Axiomático".

Sistema de Coordenadas Cartesianas

Sistema para localizar puntos en un plano (o espacio) usando ejes perpendiculares (x, y) y pares ordenados.

Sistema Sexagesimal

Sistema de numeración con base 60, originado en Babilonia, usado hoy para medir tiempo y ángulos (grados, minutos, segundos).

Solsticio

Momento del año en que el Sol alcanza su máxima o mínima altura aparente en el cielo, resultando en el día más largo o más corto. Mencionado en el contexto de la astronomía Maya.

Tangente

Línea recta que toca una curva (como una circunferencia) en un solo punto sin cruzarla.

Teorema

Afirmación matemática que se puede demostrar como verdadera utilizando axiomas, postulados, definiciones y otros teoremas previamente demostrados.

Teorema de Pitágoras

Teorema fundamental que establece que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos ($a^2 + b^2 = c^2$).

Terna Pitagórica

Conjunto de tres números enteros positivos (a, b, c) que satisfacen la ecuación del Teorema de Pitágoras ($a^2 + b^2 = c^2$).

Tooltip (Información Emergente)

Elemento de interfaz de usuario que muestra información adicional cuando el usuario pasa el cursor sobre un ítem. Usado en el libro para definir términos. (Término técnico web).

Trapecio

Cuadrilátero que tiene al menos un par de lados opuestos paralelos (llamados bases).

Trapecio Escaleno

Trapecio cuyos lados no paralelos y ángulos (excepto los asociados a las bases) son todos desiguales.

Trapecio Isósceles

Trapecio cuyos lados no paralelos tienen la misma longitud.

Trapecio Rectángulo

Trapecio que tiene al menos un ángulo recto (y por lo tanto, dos).

Trapezoide

(Definición usada en EE.UU.) Cuadrilátero que no tiene ningún par de lados paralelos.

Triángulo

Polígono de tres lados y tres ángulos.

Triángulo Acutángulo

Triángulo cuyos tres ángulos interiores son agudos (menores de 90°).

Triángulo Equilátero
Triángulo con los tres lados de igual longitud (y por lo tanto, tres ángulos iguales de 60°). Es un polígono regular.

Triángulo Escaleno
Triángulo con los tres lados de longitudes diferentes.

Triángulo Isósceles
Triángulo con al menos dos lados de igual longitud.

Triángulo Obtusángulo
Triángulo que tiene un ángulo interior obtuso (mayor de 90°).

Triángulo Rectángulo
Triángulo que tiene un ángulo interior recto (90°).

Trigonometría
Rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos, especialmente los triángulos rectángulos.

Unidades Cuadradas
Unidades utilizadas para medir el área (ej. cm^2, m^2, in^2).

Unidades Lineales
Unidades utilizadas para medir longitud o distancia (ej. cm, m, in, pies).

Valor Absoluto
El valor de un número sin considerar su signo. Representa la distancia del número al cero en la recta numérica.

Vértice
Punto donde se encuentran dos o más líneas, curvas o lados de una figura geométrica (ej. el punto común de los lados de un ángulo o un polígono).

10.6 Bibliografía

[1] Ballmann, W. (2021). *Introduction to geometry and topology.* Birkhäuser. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66839-6

[2] Cahill, M. J. (2023). *Geometric transformations: A new approach* Wiley.

[3] Carroll, M. T., & Rykken, E. (2021). *Geometry: The line and the circle.* American Mathematical Society. https://www.ams.org/bookstore

[4] Chen, E. (2021). *Euclidean geometry in mathematical olympiads.* Mathematical Association of America.

[5] Chen, H. (2022). *Modern plane geometry: Designed for high school and college students.* Cambridge University Press.

[6] Chen, H. (2022). *Excursions in classical analysis: Pathways to advanced problem solving and undergraduate research.* Mathematical Association of America.

[7] Clark, D. M. (2023). *Euclidean geometry: A guided inquiry approach.* American Mathematical Society.

[8] Coxeter, H. S. M., & Greitzer, S. L. (2022). *Geometry revisited (edición actualizada).* Mathematical Association of America.

[9] Heinz, H. (2022). *Foundations of plane geometry.* Oxford University Press.

[10] Humphries, S. P. (2021). *Plane geometric structures: Theory and applications.* World Scientific Publishing.

[11] *Illinois ABE/ASE Mathematics Content Standards.* ICCB..

Imagen:an old male librarian on a ladder, looking for a book inside the biggest ancient library of all time Lexica Aperture v5

[12] Lehmann, C. H., & Inman, R. M. (2022). *Analytic geometry: A synthetic approach*. Pearson.

[13] Marsden, J. E., & Tromba, A. J. (1998). *Geometría plana y del espacio y trigonometría*. Addison Wesley Longman de México.

[14] Moise, E. E. (2023). *Elementary geometry: From an advanced standpoint (nueva edición)*. Dover Publications.

[15] Parris, R. (2021). *Plane geometry: An elementary course using GeoGebra*. Springer.

[16] Rich, B. (1991). *Geometría (Serie Schaum)*. McGraw-Hill.

[17] Sibley, T. Q. (2023). *A modern course in plane geometry*. Princeton University Press.

[18] Tabachnikov, S. (2021). *Euclidean plane and its relatives: A minimalist introduction*. American Mathematical Society.

[19] The roots of human civilisation. *30 of the world's most ancient monuments*. Love Exploring..

RED educativa digital Descartes

Geometría Plana: Lo que debes saber

La geometría plana es el estudio de las relaciones entre puntos, líneas, curvas, ángulos y planos en dos dimensiones. Es decir, podríamos definir la geometría plana como el estudio de las figuras geométricas que no poseen volumen. En geometría, un plano es una superficie plana de dos dimensiones . Se extiende infinitamente y no tiene espesor. Puedes pensar en un trozo de papel o en la superficie de una pared como parte de un plano geométrico.