

EL RETORNO AL PENSAMIENTO 3D CON DESCARTES¹

Juan Guillermo Rivera Berrío²

RESUMEN

En la sociedad de la información emergen nuevas generaciones llamadas digitales o del ordenador. Algunos docentes son seres digitales, otros son inmigrantes a este nuevo entorno; sin embargo, un buen número de docentes aún permanecen anclados en un mundo obsoleto que los aleja de las oportunidades brindadas por las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC). En la enseñanza de las matemáticas, el desaprovechamiento de los recursos de las TIC es imperdonable, dado que muchos de ellos son de libre distribución y se ajustan a los hábitos de los estudiantes, en tanto que son seres digitales.

Presentaremos el proyecto Descartes enmarcado en uno de los problemas que ha generado líneas y proyectos de investigación en la enseñanza de las matemáticas y en las ciencias cognitivas: la aptitud espacial. Como premisa de entrada diremos que el pensamiento de nuestros estudiantes es deficiente en la visualización espacial, evidenciado en las dificultades presentadas para comprender conceptos matemáticos en el ámbito 3D (geometría vectorial, volúmenes de revolución, entre otros).

Expondremos algunos diseños tipo “realidad virtual”, que permiten una interacción mucho más atractiva para nuestros estudiantes, habituados a las escenas dinámicas e interactivas en su mundo digital.

Defenderemos el pensamiento espacial o 3D como elemento básico en el pensamiento científico, en tanto en cuanto que el mundo de la ciencia no es plano. Ingenieros, escultores y arquitectos son pensadores espaciales que han logrado sus aptitudes gracias a sus propios

¹ Este artículo hace parte de un proyecto más amplio sobre la percepción y representación de los objetos o eventos del mundo real, enmarcado en un trabajo de tesis doctoral sobre la percepción del riesgo.

² Ingeniero Civil, especialista en Estructuras. Doctorando en Estudios de Ciencia y Tecnología con la Universidad del País Vasco (España). Miembro del grupo Descartes de España. Miembro del grupo de investigación GNOMON del Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (Colombia).

esfuerzos de desarrollo cognitivo en esta área, en contraposición al poco aporte dado por nuestro sistema educativo. Cuestionamos los diferentes programas curriculares de nuestro país, por el alto déficit de contenidos orientados a recuperar o crear habilidades de pensamiento espacial. Desde el punto de vista cognitivo, la relación espacial se ha considerado como un elemento de la inteligencia o como un tipo de inteligencia, denominada espacial. No obstante, no nos hemos preocupado por fomentar esta inteligencia.

1. INTRODUCCIÓN

*"Una escuela en el segundo entorno [el entorno urbano], por ejemplo, será proximal, recintual, presencial, sincrónica, analógica, monolingüe (o monocultural), nacional, etc. En cambio, una escuela en el tercer entorno será distal, reticular, representacional, asincrónica, digital, multilingüe (o multicultural), transnacional, etc."*³

(Echeverría, 1999, pág. 146)

No podemos sustraernos a la nueva realidad de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), en tanto que se han constituido en el entorno de los llamados “nativos digitales”⁴. Pretender construir representaciones en el contexto de los entornos tradicionales es asegurarse de una baja comunicación, en comparación con el tercer entorno. Si nuestro propósito es construir representaciones que lleguen a un mayor número de estudiantes, el tercer entorno es el espacio ideal de comunicación.

En este artículo presentaremos dos aspectos que nos permitirán acercarnos a las representaciones efectivas. El primero es una taxonomía de uno de los actores importantes en la comunicación científica, el docente. El segundo es la presentación de una propuesta de modelación 3D en contraposición de la tradicional representación en el plano de objetos

³ El segundo entorno (Polis) y tercer entorno (Telépolis) son dos conceptos utilizados por Echeverría (1999) que le permiten describir el tránsito hacia la extraña y nueva realidad, que por contraste es artificial, casi virtual. En este artículo usaremos la expresión del tercer entorno. Igualmente pudimos escoger “mundo digital”, “ciberespacio”, “Web 2.0” u otras expresiones que en últimas se refieren a la Web y sus recursos.

⁴ Negroponte (1995) acuña el término “ser digital” al referirse al ser que habita en el mundo digital y consume recursos digitales: televisión digital, información digital, música digital, dinero digital, periódico digital, etc.

del mundo 3D. Esta última se vincula a un trabajo específico realizado con el grupo Descartes de España y orientado a recuperar lo que hemos denominado “pensamiento 3D”.⁵

2. LOS DOCENTES DEL TERCER ENTORNO.

“Large numbers of children see the computer as “theirs” -- as something that belongs to their generation. Many have observed that they are more comfortable with the machines than their parents and teachers are. They learn to use them more easily and naturally. For the moment some of us old fogeys may somehow have acquired the special knowledge that makes one a master of the computer, but children know that it is just a matter of time before they inherit the machines. They are the computer generation.”

(Papert, 1993)

En el tercer entorno, como lo advertía Papert, hay generaciones digitales o del ordenador. Algunos docentes son seres digitales, otros son inmigrantes al tercer entorno; sin embargo, un buen número aún permanecen en el segundo entorno. No estamos afirmando que la enseñanza tradicional esté equivocada, nuestro reclamo está orientado al uso de los recursos disponibles que garanticen mejores representaciones y, en consecuencia, una mejor comunicación. En la enseñanza de las matemáticas, por ejemplo, el desaprovechamiento de los recursos del tercer entorno es imperdonable, en tanto que muchos de ellos son de libre distribución, que se ajustan a los hábitos de los estudiantes como seres digitales.

En el contexto anterior presentamos una aproximación taxonómica de los docentes contemporáneos:

Docentes del segundo entorno. De 35 o más años, anclados en el segundo entorno (Polis) y cuya resistencia al cambio, o inercia mental o, si se prefiere, la tendencia a permanecer en el *status quo*, en el cual son los expertos, contribuye a ampliar la brecha entre los dos mundos del proceso enseñanza-aprendizaje: el mundo del docente y el mundo del discente.

⁵ Nuestro propósito es articular el proyecto Descartes con los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas a través del poder representacional de las escenas dinámicas e interactivas, propias de los recursos del tercer entorno.

Docentes en tránsito al tercer entorno. Aquellos egresados de hace cinco años o más. Docentes que tratan de migrar al tercer entorno, pero parece que sólo se quedan en sus suburbios. Son los docentes de la web 1.0, del PowerPoint, del Word y del uso masivo de fotocopiadoras⁶.

Docentes del tercer entorno. En este entorno artificial son escasos los docentes de edad avanzada. Es el mundo de los discentes y de los pocos docentes que han logrado ingresar a este mundo cada vez más complejo de la web 2.0, de los *Ipod*, de los *bluetooth*... de la realidad virtual.

Esta clasificación puede ser inexacta en los rangos de edad descritos, más no es inexacta la taxonomía como tal. En el mundo contemporáneo de la web 2.0 no pretendemos encontrar docentes compartiendo vía *bluetooth* música *reggaeton* o rap con sus discentes, tampoco esperamos que haya docentes enfrentados en un duro duelo en Xbox o PS2 con sus discípulos. Los docentes que esperamos encontrar son aquellos que usan las nuevas tecnologías como facilitadoras del proceso enseñanza-aprendizaje. Docentes que aprovechan los recursos de la web 2.0, la web de nuestros estudiantes, la web que constituye su nuevo mundo, en el que crecen y se desarrollan. Es el mundo de los blog, de las wiki, de los foros, del *Ares*, del *YouTube*, del *Messenger*, del *Facebook*,... son las nuevas redes sociales en las que se comparten pensamientos, emociones, conocimientos y, porque no, riesgos.

Por contraste, los docentes del segundo entorno tratan de matricular sus estudiantes en su mundo obsoleto, que no es compatible con el mundo de su alumnado. Es un mundo donde los seres digitales se sienten incómodos. Este mundo estático de los docentes del segundo entorno es el del pizarrón tradicional, poco convocante y anclado en los viejos paradigmas

⁶ La web 1.0 es la web con contenidos dirigidos a la navegación, es decir de tipo unidireccional. El usuario sólo puede leer textos e imágenes, su única interacción es hacer clic en los hipervínculos. Por contraste, al web 2.0 es dinámica e interactiva. El usuario participa a través de foros, blogs, wikis, redes sociales y las *folcsonomías*. Es una nueva web basada en comunidades de usuarios y multitud de servicios, que permiten la colaboración y el intercambio ágil de información. El término Web 2.0 fue acuñado por Tim O'Reilly en 2004 para referirse a una segunda generación en la historia de la Web.

educativos. Es un mundo forjador de cerebros planos⁷. En el mundo virtual del tercer entorno hay gran actividad, la geometría es dinámica, es un mundo multicolor y en movimiento, en constante actualización, colaborativo, irreverente, casi sin normas⁸.

Los docentes del tercer entorno tienen sus blogs, participan en foros, suben videos, *chatean* con familiares, amigos, pares y estudiantes, publican artículos en la web, usan herramientas informáticas como apoyo a su actividad docente. Por otra parte, los docentes en tránsito a este entorno han comprado un ordenador, tienen su cuenta de correo, preparan textos en Word o diapositivas en PowerPoint, pero a pesar de estos ingentes esfuerzos, es pobre su poder de convocatoria, sus estudiantes siguen reacios a ingresar a ese mundo casi anclado en el segundo entorno. En los nuevos códigos del tercer entorno no se espera una clase magistral, todos los convocados participan. El canal de comunicación es de muchos a muchos, se trata de ambientes colaborativos de aprendizaje. La tarea de enseñar, comunicar o, en el contexto del tercer entorno, compartir conocimientos, encuentra en la web 2.0 su mejor aliado.

En el contexto anterior presentaremos el proyecto Descartes enmarcado en uno de los problemas que ha generado líneas y proyectos de investigación en la enseñanza de las matemáticas y en las ciencias cognitivas: la aptitud espacial. Como premisa de entrada diremos que el pensamiento de nuestros estudiantes es deficiente en la visualización espacial, evidenciado en las dificultades presentadas para comprender conceptos matemáticos en el ámbito 3D (geometría vectorial, volúmenes de revolución, entre otros).

⁷ Una de nuestras afirmaciones fuertes en este artículo está referida al “pensamiento plano” que se propicia desde los actuales sistemas educativos. El uso de pizarrones y cuadernos de notas para representar objetos 3D no permite un desarrollo de la visualización espacial adecuado.

⁸ “*Los primeros temores hacia Internet surgen cuando su funcionamiento escapa a los hábitos de soberanía de cada país y aparece un vacío legal sobre qué normativa aplicar*” (Madrid & Telefónica., 2007, pág. 27). Echeverría (2007, pág. 78) expresa “*Considerado en su conjunto, es decir globalmente, no hay gobierno democrático en el tercer entorno. Esta es la razón por la que las políticas públicas han de estar regidas por un modelo diferente, el de gobernanza, no el de gobierno. El ciberespacio no tiene un timonel único*”.

3. PROYECTO DESCARTES.

Este proyecto del Ministerio de Educación español lo podemos aprovechar en los temas referidos a la geometría 3D. En la página <http://descartes.cnice.mec.es/> se tiene la siguiente descripción del proyecto:

Descartes tiene como principal finalidad promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas integrando las TIC en el aula como herramienta didáctica. Aparece en el año 1999 con la intención de romper esa tendencia tradicional (segundo entorno) aprovechando las circunstancias que se dan en este nuevo siglo, tanto desde el punto de vista económico y tecnológico, como es el abaratamiento de los equipos, la aparición de las líneas de alta velocidad para la transmisión de datos, la utilización generalizada de Internet a bajo coste, etc.; como social, la utilización generalizada del ordenador y de Internet en nuestra sociedad y, en particular, el interés de muchos profesores de matemáticas por las TIC.

Igualmente se resalta,

*“El proyecto Descartes ofrece materiales didácticos para el aprendizaje de las matemáticas que favorecen la posibilidad de usar metodologías: **activas**, en las cuales el alumno es protagonista de su propio aprendizaje; **creativas**; en las cuales los alumnos toman decisiones durante el proceso de aprendizaje; **cooperativas**, en las cuales se trabajan los conceptos y procedimientos por parejas o en pequeños grupos e; **individualizadas**, en las cuales cada alumno puede ir a su ritmo y tener atención personalizada”.*

Las metodologías enunciadas se ajustan a los propósitos de los docentes y alumnos del tercer entorno. Lo importante de estas actividades, para nuestras necesidades, es el diseño tipo “realidad virtual”, que permite una interacción mucho más atractiva para los estudiantes.

Se han realizado algunas experiencias que permiten verificar una mejor percepción y comprensión de las matemáticas utilizando las TIC. Galo y Cañas (2006) y Galo (2008) presentan una experiencia desarrollada durante tres cursos escolares (2005 a 2008) con grupos de estudiantes de segundo de ESO, en un trabajo continuo y diario con TIC. Uno de los objetivos de la experiencia era efectuar un análisis cualitativo y cuantitativo sobre el aprendizaje de las Matemáticas con TIC. Durante el proceso, denominado “Experimentación Descartes en Andalucía” (EDA), se impartieron contenidos de aritmética, geometría, algebra y análisis con recursos y herramientas TIC⁹. Luego de la

⁹ Galo y Cañas advierten que no se trata de cambiar el rol del profesor por un simple programador de contenidos: “... el profesor no cambia su papel convirtiéndose en un programador, sino que ejerce labores de búsqueda, selección, ordenación y planificación del uso de objetos de aprendizaje, retoca levemente, pero no

sistematización y análisis de los resultados obtenidos, los investigadores llegan a conclusiones como:

“Atendiendo a la nota de evaluación global se observa que los alumnos EDA obtienen mejores resultados, con diferencias que son estadísticamente significativas. En especial, se ha comprobado que comparativamente no sólo mejoran los alumnos cuyos resultados académicos anteriores eran buenos o aceptables, sino que esta mejora significativa se ha alcanzado en aquellos que parten con un historial de mayores dificultades académicas, alumnos que se encuadran en el denominado fracaso escolar. Esta mejora cuantitativa puede fundamentarse cualitativamente en el cambio actitudinal observado en esos alumnos que se introducen en un nuevo rol, motivados por la introducción de una nueva metodología y por el tipo de recursos interactivos usados.”

Por otra parte, el alumnado en general manifiesta el deseo de continuar su aprendizaje en este entorno, observándose una importante atracción por el ordenador: *“Este resultado, que podría ser esperado a priori, no tendría por qué producirse a posteriori si los recursos no hubieran mantenido suficientemente el interés de unos alumnos-usuarios tan críticos y tan expertos en entornos gráficos interactivos”* (Galo J. R., 2008, pág. 4). Esta atracción y los resultados obtenidos son el reflejo de la naturaleza propia de nuestras generaciones contemporáneas de alumnos, en tanto... seres digitales.

4. VISUALIZACIÓN ESPACIAL.

The most important idea that must guide us in trying to understand the nature of mental imagery is the one just alluded to: It is the fundamental question of which properties, characteristics, mechanisms, etc are intrinsic or constitutive of having and using mental images, and which arise because of what we believe, intend, or otherwise attribute to what we are imagining.

(Pylyshyn, 2002, pág. 289)

¿Qué mundo es el que comprendemos?, ¿Cuál es el mundo que representamos? Como lo dice Pylyshyn, nos aferramos a nuestra imaginación, a nuestras creencias. Nuestro mundo no es el externo, es el mundo que nuestra mente representa, esa es nuestra realidad¹⁰.

se constituye en desarrollador de nuevos recursos. Mantiene un rol análogo al clásico en la clase tradicional: usa un libro, modifica o adapta lo en él contenido, prepara actividades y recursos adicionales, pero no se configura como escritor.” El cambio significativo se da en el papel del alumno, en tanto que pasa de ser un actor pasivo a un actor activo que construye su propio aprendizaje.

¹⁰ No entraremos a discutir las teorías que apoyan o rechazan las imágenes mentales. No defendemos, tampoco, un modelo de teatro cartesiano o un modelo computacional, o el relacional o el analógico. Nuestro propósito va más allá de esta discusión. Defendemos la existencia de representaciones, que llamaremos mentales (físicas o no), dependientes de factores de diverso tipo, entre ellos, los psicológicos o, si se prefiere, los mentales. Defendemos diversas representaciones a partir de un mismo objeto representado. Estas representaciones son dependientes de la memoria de corto plazo, perdiendo contenido a través del tiempo o

Comprender los procesos o mecanismos que nos llevan a estas representaciones sería un paso importante para crear y recrear el mundo externo, para hacer más cercano el representante del representado. La visualización espacial nos sorprende por la presencia de la ilusión y de imágenes fantasmas que distorsionan lo que el mundo externo nos devela¹¹. Los estudios de la llamada “imagería mental” (*mental imagery*) nos permitirán acercarnos a las respuestas de las dos preguntas anteriores, en tanto que los procesos mentales más analizados empírica y teóricamente son los asociados a la percepción visual. Sin embargo, debemos reconocer la creación de imágenes mentales a partir de otros estímulos; el sonido del silbato de un tren, por ejemplo, generará una imagen mental del tren. No pretendemos realizar un estudio profundo a todos los hallazgos de la imagería mental, nos centraremos especialmente en las imágenes espaciales o 3D por su afinidad a nuestras actividades realizadas con el proyecto Descartes. Iniciaremos con una crítica a los sistemas educativos, fundamentado en la pobreza representacional de escenarios 3D, que permitirían comprender con mayor facilidad las propiedades y leyes del mundo externo. Esta crítica se hace necesaria, en tanto que los sistemas educativos se constituyen en uno de los actores principales de la comunicación y enseñanza de la ciencia.

El pensamiento espacial o 3D es básico en el pensamiento científico, en tanto en cuanto que el mundo de la ciencia no es plano. Ingenieros, escultores y arquitectos son pensadores espaciales que han logrado sus aptitudes gracias a sus propios esfuerzos de desarrollo cognitivo en esta área, en contraposición al poco aporte del sistema educativo en el que se inscribieron. Si revisamos los diferentes programas curriculares de los países

como expresaba James: “*our ideas or images of past sensible experience may then be either distinct and adequate or dim, blurred, and incomplete*” (Beakley & Ludlow, 1992, pág. 188). Nos apoyamos en los estudios de la imagería mental más por su afinidad a nuestro proyecto de visualización espacial, en tanto que los diferentes experimentos realizados utilizan elementos similares a los nuestros (rotaciones, plegado de superficies y contexto). Nuestro mundo es representacional, que sea mental, funcional o debido a fenómenos neuronales, no va a ser nuestro problema. Lo que nadie puede negar es que existe un proceso mediante el cual transformamos el objeto representado en un representante, la discusión se centrará en la posibilidad de generar otros representantes a partir del primero. Para evitar discusiones en torno a la imagería, nos adherimos la definición de Harnad (1993, pág. 337) “*We consider imagery as the ability to manipulate image representations for the purpose of retrieving visual and spatial information that was not explicitly encoded in long-term memory*”, en tanto que es permeable a cualquier interpretante humano o máquina y que no es dependiente de la existencia de una mente, espíritu, mónada, homúnculo o fantasma de la máquina.

¹¹ Partimos de la premisa que una imagen mental es una representación, premisa con la que la mayoría estaríamos de acuerdo (Pylyshyn, 2002, pág. 289).

hispanoamericanos, la capacidad espacial presenta un alto déficit de tratamiento en todos los niveles. Los currículos de matemáticas se han centrado en los números y sus operaciones, el razonamiento lógico, las habilidades y destrezas para operar algebricamente (todas necesarias en la formación matemática). Si comparamos el tiempo dedicado al estudio de la geometría plana frente a la geometría espacial, observaremos que el pensamiento espacial sigue siendo deficitario¹².

Si analizamos los diferentes ejemplos de situaciones problema, notaremos que los números, sus operaciones y las expresiones algebraicas siguen siendo prioritarios. No obstante, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) de la OCDE advierte:

“Es importante no restringir el concepto de forma al de unas entidades estáticas. La forma, como entidad, puede transformarse, del mismo modo que las formas se modifican. En ocasiones, este tipo de cambios pueden visualizarse con gran elegancia mediante tecnologías informáticas. Los alumnos deberán ser capaces de identificar pautas y regularidades en el cambio de las formas.”

(OCDE, 2006, pág. 87)

Un ejemplo de ello puede verse en la imagen 4.1 en la cual se hacen necesarias las construcciones mentales de imágenes para dar respuesta a cada una de las preguntas planteadas. La diversidad de respuestas evidencia el déficit en este tipo de pensamiento espacial. No obstante, cada uno tiene la capacidad de construir sus representaciones, erradas o no.

¹² Rico *et al* (1997, pág. 96) definen las representaciones matemáticas como notaciones simbólicas o gráficas: la notación decimal, el diagrama cartesiano (2D), los puntos de la circunferencia unitaria que representan las funciones seno y coseno, son algunos de sus ejemplos. En ninguna parte se hace alusión a las representaciones espaciales. El informe Cockcroft (<http://www.dg.dial.pipex.com/documents/docs1/cockcroft06.shtml>), de educación en el Reino Unido, advierte la necesidad de adquirir competencias en visualización espacial. Para la educación primaria propone: “*All children should have experience of work with a variety of plane shapes and solids. Here again, progression is essential. After the early stages of drawing round, cutting out, folding and colouring a variety of shapes, children should form them into patterns and then experiment to discover which shapes will 'tessellate' (that is, fit together without leaving any spaces between adjoining shapes) and which will not. They can also explore the ideas of symmetry, rotation and reflection.* En España, el currículo de matemáticas para la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) se centra en los siguientes componentes: números y algebra, medida y geometría, funciones y gráficas, estadística y probabilidad; en el caso de geometría, su componente espacial se vincula a la medición y cálculo de áreas y volúmenes.

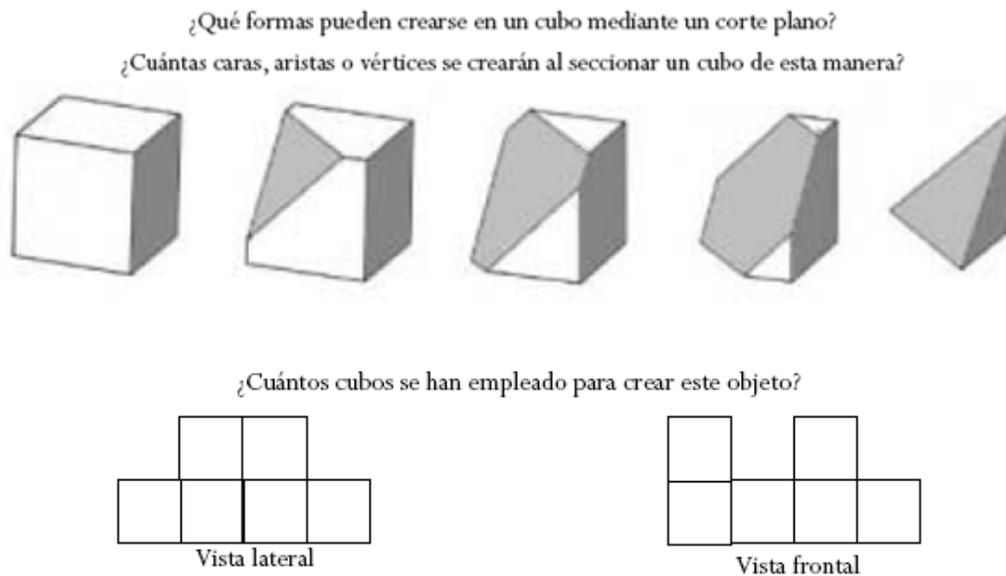


Imagen 4.1 Representaciones 3D en el plano que demandan transformaciones mentales

Fuente: (OCDE, 2006, pág. 88)

En el currículo de matemáticas americano se observa la misma deficiencia en el pensamiento espacial. La *National Council of Teachers of Mathematics* (2006) presenta en su currículo de los grados 1 a 8 un especial énfasis en los números, operaciones, medidas, algebra, análisis de datos, probabilidad y geometría plana. Algunas excepciones que incluyen geometría espacial, se centran en la necesidad de medir y calcular áreas y volúmenes (grado 2 y grado 5). Este cálculo es posible realizarse a través de algunas propiedades simples del objeto representado, generalmente asociado a las longitudes. El volumen de un prisma, por ejemplo, es el producto de tres longitudes. Es decir, no demanda de otras propiedades intrínsecas del objeto representado (posición, color, rotación, etc.).

La aptitud espacial es una de las habilidades cognoscitivas más estudiadas por las ciencias cognitivas, en especial las habilidades que tiene un individuo para rotar mentalmente un objeto o para desarrollar un sólido desplegado¹³.

¹³ Una crítica a las rotaciones mentales la hace Dennett, en el apartado 4.2 discutimos esta crítica. No obstante, son muchos los defensores de la existencia de las rotaciones mentales: (Guttman, Epstein, Amir, & Guttman, 1990) analizan un test con cuñas cilíndricas que requieren el uso de rotaciones del objeto, (Bodner

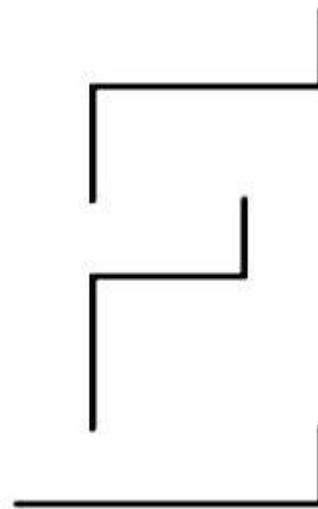
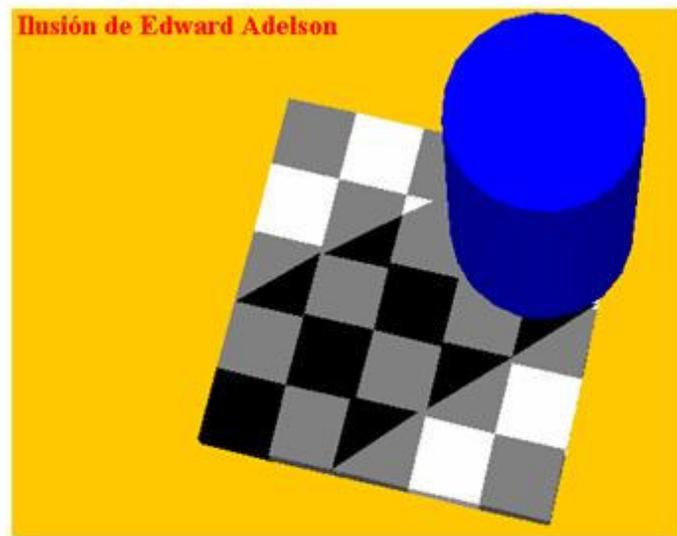


Imagen 4.2 Imágenes de contexto

Diseñadas en Descartes

Si bien existen varios términos para referirse a la aptitud espacial, usaremos indistintamente “visualización espacial” y “relación espacial”, entendida ésta como la habilidad para generar una representación o imagen mental de un objeto, realizar movimientos con dicha imagen y construir otra representación luego de surtidas las transformaciones (ver imagen 4.2). Igualmente se considera una aptitud espacial la denominada velocidad de clausura o la habilidad para completar una imagen inconclusa (Arrieta, 2006, pág. 105)¹⁴, la cual hemos preferido denominar imágenes de contexto¹⁵. Las dos imágenes anteriores así lo explicitan. La primera es la ilusión de Adelson, que nos hace creer en la existencia de cuadrados blancos al interior de la falsa sombra del cilindro. Lo cierto es que al estar rodeados de

& Guay, 1997; Tversky, 2004) sobre test de rotaciones de piezas, (Hegarty & Waller, 2004) presentan un estudio acerca de la disociación entre la rotación y la perspectiva, (Garg, 1998) con las rotaciones 3D virtuales. Véase también (Eliot, 2000) para una visión general sobre la inteligencia espacial y los test aplicados para medirla, y (Ballesteros Jiménez, 1993) para el debate entre representaciones proposicionales y representaciones analógicas.

¹⁴ Carroll (1993, pág. 306) distingue tres tipos de test: relaciones espaciales (rotación mental como factor predominante), orientación espacial (perspectiva y rotación) y visualización (conteo de bloques y velocidad de clausura por ejemplo).

¹⁵ Una de las leyes de la Gestalt es la ley de cerramiento, similar a las imágenes de contexto. En este caso el interpretante asocia el límite de la figura con un contorno que no existe. Kahnemann & Novemsky (2005, pág. 455) por su parte, definen este fenómeno de clausura como efecto encuadre (*framing effect*), un ejemplo del efecto de contexto es la percepción que se tiene del símbolo “13” ubicado entre las letras A y C (A 13 C) o entre

figuras negras (contexto), nuestros procesos mentales crean cuadrados blancos falsos. La segunda imagen son tres líneas separadas que “clausuramos” como la letra “E” en nuestro contexto; es decir, sólo los interpretantes que usan el alfabeto latino le darán significado.

Sobre la visualización espacial se han realizado varios estudios experimentales (Borst & Kosslyn, 2008; Shepard, Kho, S., Chen, & Kosslyn, 2006; Pylyshyn & Annan, 2006; Kosslyn, 1975; Wexler, Kosslyn, & Berthoz, 1998). Los primeros estudios, por la falta de recursos computacionales, emplearon representaciones 3D en el plano; actualmente las posibilidades que brindan los ordenadores se han impuesto sobre las representaciones planares. Frente al uso del ordenador para el desarrollo de test de visualización espacial, una de las primeras conclusiones se centra en el entorno de desarrollo, en tanto que resulta agradable para los estudiantes evaluados. Eisenberg (1999), por ejemplo, en su tesis doctoral, examina los diseños de esculturas en papel (*hypergami* y *javagami*) realizados por niños a partir de la comparación del mundo real y las imágenes creadas por un programa de ordenador, evidenciando una metodología agradable y divertida para adquirir destrezas en visualización espacial y conceptos matemáticos.

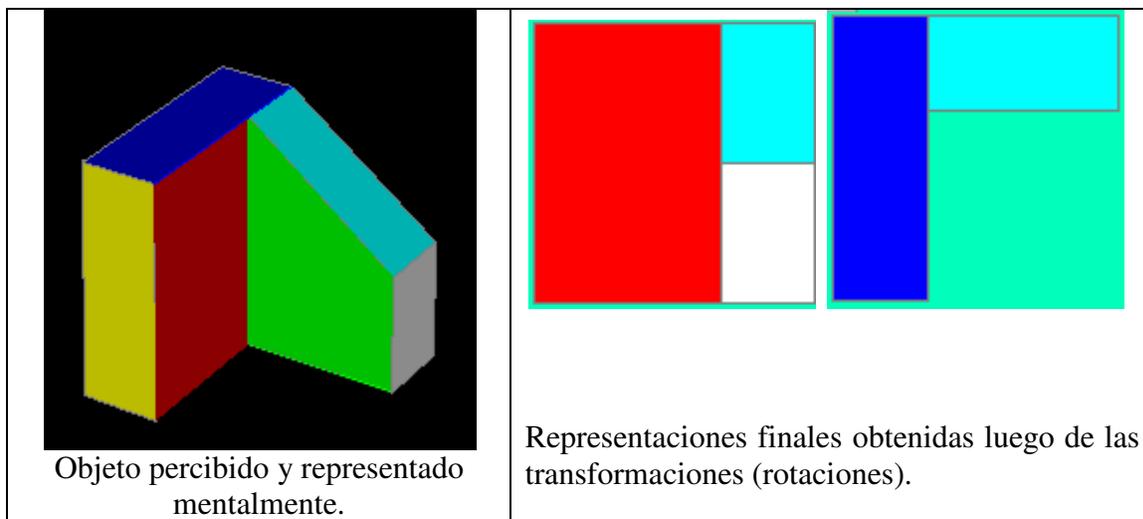
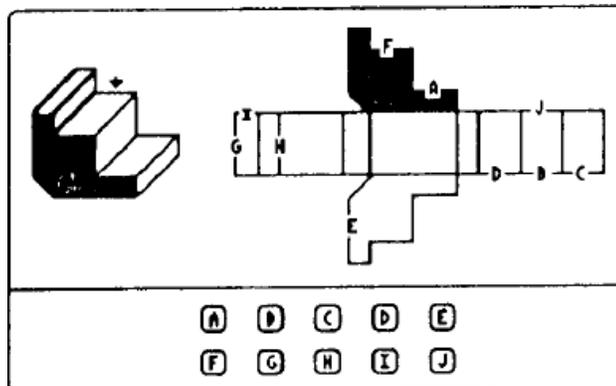


Imagen 4.3 Representaciones 3D en el ordenador

Construcción propia en Descartes

los números 12 y 14 (**12 13 14**). Un estímulo ambiguo es percibido como una letra en el contexto de las letras o es percibido como un número en el contexto de los números.

El advenimiento de los ordenadores permitió el diseño de aplicativos para evaluar la visualización espacial. Prieto *et al* (1993) diseñaron su propia aplicación en lenguaje HyperTalk¹⁶ para evaluar la aptitud espacial en el plegado de figuras. Sin embargo, el cambio



representacional no fue significativo, en tanto que las imágenes 3D seguían siendo planares (ver imagen derecha). El *MiniCog* de Shepard *et al* (2006) es capaz de administrar y de registrar test psicológicos simples utilizando estímulos visuales. Este aplicativo diseñado para ordenadores de mano (*palm*) consiste de nueve pruebas sencillas orientadas a evaluar el estado de las funciones cognitivas del usuario. Algunas de las tareas específicas implementadas evalúan el nivel de atención, control motor, memoria verbal y espacial en funcionamiento, y razonamiento verbal y espacial. No obstante, las pruebas están más orientadas a la atención y retención memorística de los estímulos visuales.

El surgimiento de los procesadores geométricos como el Cabri (Güven & Kosa, 2008) y el proyecto Descartes posibilita un cambio representacional radical (ver imagen 4.4).

Las aptitudes espaciales, como tema de discusión, no es una preocupación propia de la enseñanza de las matemáticas. Son las ciencias cognitivas las que han procurado esclarecer los procesos mentales que dan como resultado las representaciones mentales de un objeto 3D. Pylyshyn (2002, pág. 3) defiende que en el proceso de visualización espacial se generan los mismos mecanismos del razonamiento en general,

“... I defend the provisional view, which I refer to as the “null hypothesis,” that at the relevant level of analysis – the level appropriate for explaining the results of many experiments on mental imagery – the process of imagistic reasoning involves the same mechanisms and the same forms of representation as are involved in general reasoning, though with different content or subject matter.”

¹⁶ Lenguaje de programación de los años 80 creado para ordenadores Macintosh.

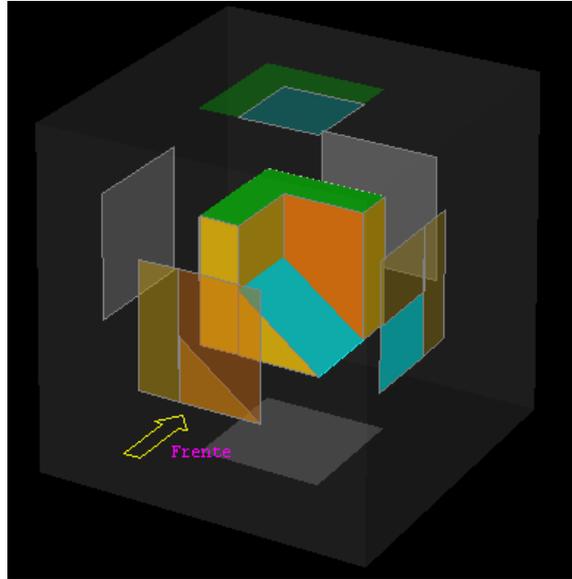


Imagen 4.4 Representación 3D de proyecciones isométricas

Construcción propia en Descartes

Desde el punto de vista cognitivo, la relación espacial se ha considerado como un elemento de la inteligencia (Arrieta, 2006, pág. 104; Tversky, 2004; Eliot, 2000) o como un tipo de inteligencia, denominada espacial (Eliot, 2000).

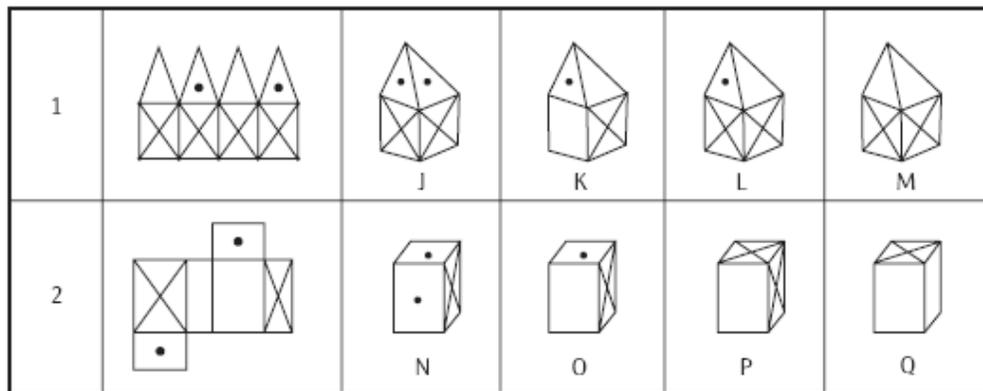


Imagen 4.5 Desarrollo de superficies

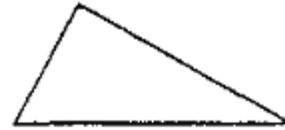
(Arrieta, 2006, pág. 123)

Si aceptáramos la tesis de Pylyshyn, la construcción de representaciones espaciales, al igual que otro tipo de representaciones (leyes, fórmulas, modelos, algoritmos), requiere de acciones mentales que determinan un tipo de inteligencia. Por ejemplo, uno de los test más utilizados para medir la aptitud espacial es el desarrollo de superficies, consistente en el plegado o doblado de una figura hasta obtener una imagen 3D (ver imagen 4.5). El desafío

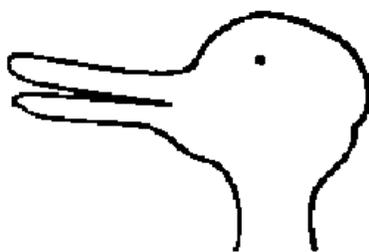
es encontrar el algoritmo mental que permite hallar en el menor tiempo posible el objeto que representa la figura al plegarse¹⁷.

4.1 Una realidad, múltiples representaciones.

De un objeto o evento podemos realizar múltiples representaciones. Wittgenstein (1986 (1953), pág. 200) nos ilustra un ejemplo sencillo a partir de la observación de un triángulo, que podría verse o interpretarse como un agujero



triangular, o un dibujo geométrico apoyado en la base o colgado de una punta; como una montaña, como una cuña, como medio paralelogramo, etc. Pero, ¿qué factores influyen en nuestra mente para que obtengamos una u otra interpretación? Parecen existir patrones o



especies de reglas que nuestra mente fija en el transcurso de nuestra vida. Estos patrones también contribuyen a que tengamos varias representaciones de un mismo objeto o evento percibido. No se trata de algoritmos estáticos, son procesos que se enriquecen y cambian con nuestra experiencia. La imagen ambigua del pato-conejo de

Jastrow podemos verla, en principio, sólo como un pato, porque nuestro patrón de lectura de imágenes es de izquierda a derecha.¹⁸ Sólo cuando intentamos romper con el patrón, observamos otra imagen presente en la representación.

Así como podemos generar diferentes representaciones desde una misma realidad, nuestras representaciones también difieren de las generadas por otro sujeto perceptor, cuyos procesos mentales o formas de construir la representación difieren en grado o tienen patrones completamente distintos. Un experimento realizado por Shepard & Feng (Pylyshyn, 2003, pág. 290) sobre el plegado de superficies (*Mental paper folding*) permitió evidenciar que dos interpretantes distintos, observando un objeto igual, generan

¹⁷ Tanto Shepard como Carroll apreciaron una relación lineal entre los tiempos de reacción y el número de pliegues que habían de ser procesados para resolver (Arrieta, 2006).

¹⁸ La figura fue presentada por el psicólogo norteamericano Joseph Jastrow, utilizada para demostrar que la percepción no depende sólo del estímulo, sino también de la actividad mental.

representaciones distintas o, para este caso, operaciones mentales distintas¹⁹. En la imagen 4.6 se observan las figuras utilizadas. El experimento consiste en determinar el número de dobleces necesarios para que las flechas se junten. En esta prueba juega un papel importante la memoria de corto plazo (*Access memory*), en tanto que se debe retener la representación para “n” dobleces, mientras que se construye la representación para “n+1” dobleces²⁰.

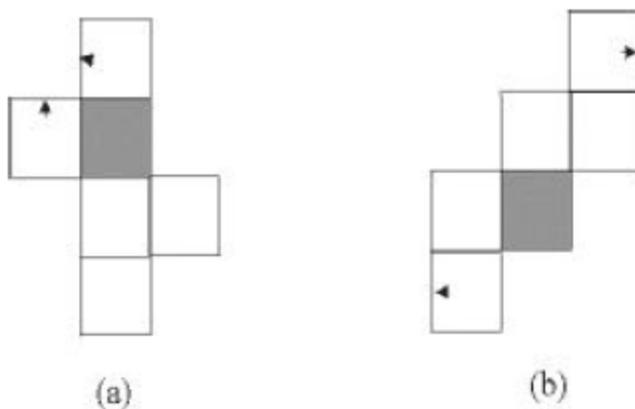


Imagen 4.6 Figuras usadas en el experimento de Shepard & Feng

(Pylyshyn, 2003, pág. 290)

¹⁹ Shepard & Chipman identifican este tipo de operaciones mentales con el “Segundo principio de isomorfismo” (Pylyshyn, 2003, pág. 290). El paralelismo funcional-estructural se conoce en neuropsicología cognitiva con el nombre de “principio de la especificidad neurológica” o “principio de isomorfismo”, que destaca la correspondencia entre la organización de la mente y la organización del cerebro. Por otra parte, Ballesteros Jiménez (1993, pág. 10) destaca como el aspecto teórico más importante relacionado con la representación interna de objetos y sus transformaciones, al grado de correspondencia, o *isomorfismo*: “Con el fin de comprender las relaciones que pueden establecerse entre la representación y lo representado, es importante distinguir entre el isomorfismo llamado ‘de primer orden’ del ‘isomorfismo de segundo orden’. Nótese que no es necesario que se dé un ‘isomorfismo de primer orden’ entre un objeto externo y su correspondiente proceso representacional interno. En palabras de Shepard, la representación de una cosa verde no tiene por qué ser ella misma verde. La relación entre percepción e imagen supone un ‘isomorfismo de segundo orden’, más abstracto que el isomorfismo directo de primer orden.” Un experimento similar sobre doblado de superficies se puede consultar en (Prieto, Carro, Orgaz, & Pulido, 1993), en el que se destacan los tiempos de reacción y el número de aciertos.

²⁰ En el apartado sobre las rotaciones mentales evidenciamos la necesidad de recurrir a la memoria de corto plazo para generar imágenes mentales 3D rotadas. No obstante, la carga teórica es un elemento adicional que entra en la discusión sobre su incidencia o no en nuestras representaciones; en el caso de interpretaciones distintas de un objeto percibido visualmente, la carga teórica es un condicionante que determina cómo se generan nuestras representaciones. En ese sentido, nuestra postura se acerca al pensamiento kuhniano según el cual la observación siempre está cargada de teorías que la determinan. Un ejemplo sencillo es el dibujo ambiguo del pato-conejo, analizado por Wittgenstein y retomado por Kuhn para demostrar la incidencia de las teorías en nuestra percepción.

No obstante, deben existir procesos mentales que marcan la diferencia. Estos procesos, parece ser, que no siguen un mismo patrón en dos sujetos perceptores diferentes, así pertenezca a un mismo entorno social, económico y cultural. Las evidencias más claras se observan en las variadas actitudes que se manifiestan ante un evento cualquiera. En un evento riesgoso, por ejemplo, el comportamiento de los perceptores del riesgo no siguen una regla general. Retomando el experimento de Shepard, autores como Pylyshyn afirman la existencia de procesos mentales diferentes para realizar los dobleces; el problema no es sólo de conocimiento. Estas formas diferentes para generar representaciones las encontramos en un experimento similar y accidental, que describimos a continuación²¹.

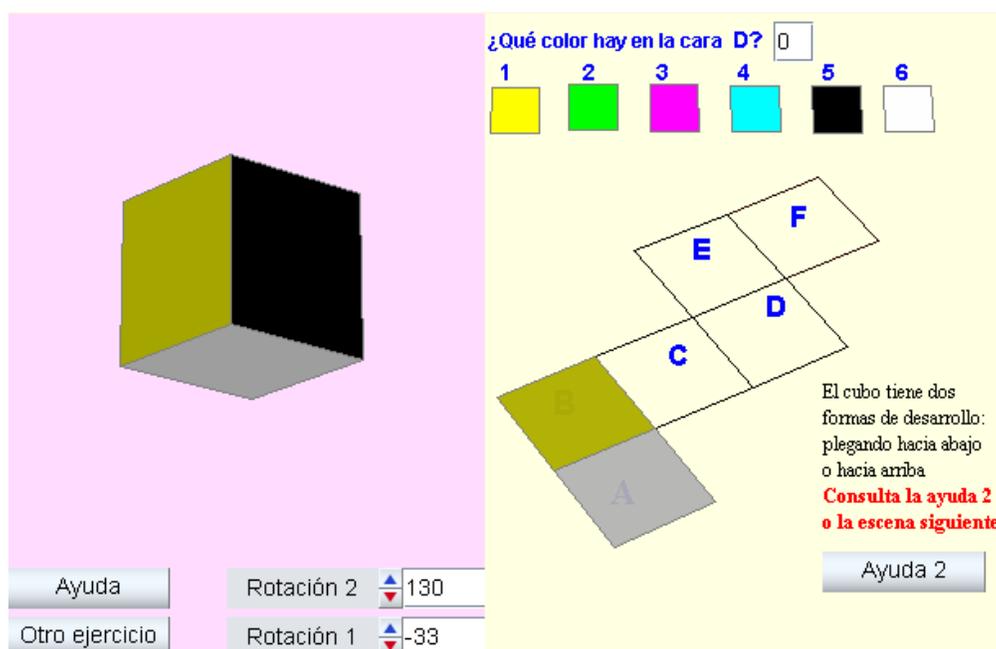


Imagen 4.7 Escena Descartes de plegado de superficies

Construcción propia

En una escena 3D diseñada con Descartes se presenta un cubo cuyas caras son de diferentes colores, paralelamente se muestra el cubo desplegado²². El usuario debe identificar el color de una de las caras desplegadas (ver imagen 4.7). Nuestro diseño entregaba como respuesta

²¹ Esta situación se presentó en una discusión (vía correo electrónico) con el profesor español Juan Simón Santamaría. En un ejercicio de plegado de superficies, el profesor afirmaba obtener una representación, mientras que nosotros defendíamos una distinta.

²² Ver escena en el apartado “Relaciones Espaciales” en el enlace http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/relaciones_espaciales/escena3.htm

correcta aquella cara que se obtenía al plegar el cubo hacia arriba del plano reticular. Una vez sometido el ejercicio a la revisión por los pares del grupo Descartes español, surgió una interesante discusión. El profesor Juan Simón Santamaría advertía un posible error en la respuesta asignada al ejercicio. Luego de varias discusiones que pretendían validar uno u otro modelo, pudimos advertir que estábamos realizando procesos mentales diferentes. El profesor Santamaría realizaba el plegado de la superficie hacia abajo, obteniendo una posición relativa de colores diferente (ver imagen 4.8). Se evidencia, entonces, el llamado isomorfismo de segundo orden, en tanto que entre el profesor y nosotros existen relaciones distintas entre percepción e imagen. Podríamos preguntarnos si este tipo de isomorfismo es recurrente en otro tipo de representaciones. De ser cierto, se comprende la multiplicidad de representaciones a partir de un mismo objeto o evento percibido.

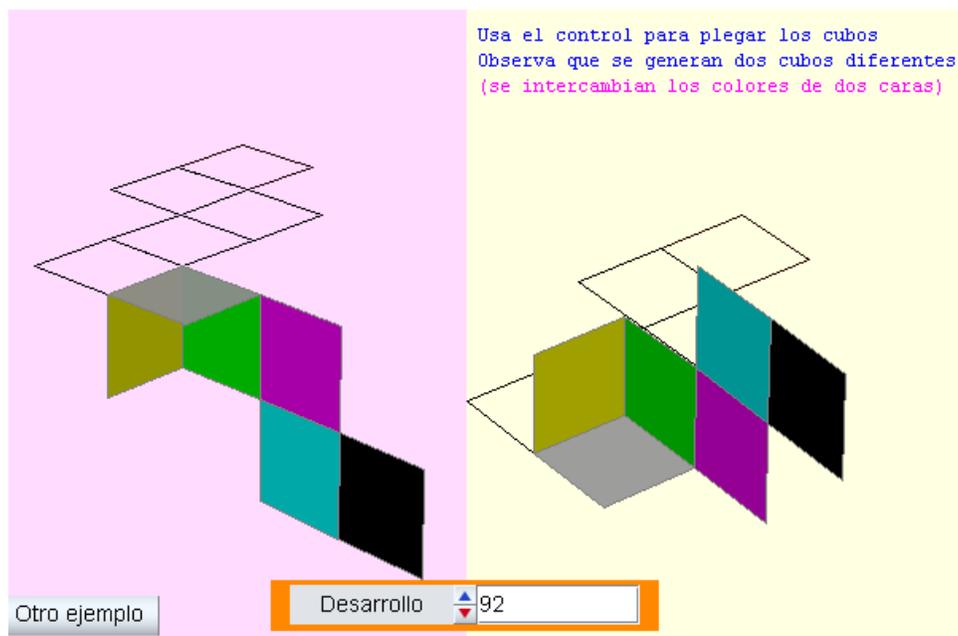


Imagen 4.8 Dos formas de plegado de superficies

Construcción propia

El experimento accidental nos obliga a pensar sobre cómo debemos formular una pregunta referida a una representación visual, en este caso de plegamiento. Igualmente, la experiencia nos lleva a concluir que las representaciones deben diseñarse teniendo en cuenta los contextos de los diferentes interpretantes, así como los grados de percepción. Este tipo de problemas es común en otras representaciones del riesgo, en tanto que los constructores de representaciones suponen que el mensaje será comprendido. Pareciera que

suponen un público con características homogéneas, que poseen niveles cognitivos suficientes para comprender satisfactoriamente el representante, que no existen sesgos culturales ni sociales; en resumen, un público en un mismo contexto.

4.2 ¿Rotaciones mentales?

El segundo principio del isomorfismo lo que nos dice es que a partir de una imagen mental, creamos otras imágenes mentales. La primera imagen mental tiene como fuente el objeto representado, a partir de este representante se generan más representantes. Esta característica es lo que ha motivado a los estudiosos de las ciencias cognitivas a indagar sobre los procesos mentales que permiten este tipo de abstracción²³ y a los filósofos enfrascarse en fuertes debates sobre la existencia o no de las imágenes mentales²⁴. Uno de las aptitudes espaciales más evaluadas, sea imagen mental o no, es el de las rotaciones espaciales que generan, a su vez, rotaciones mentales o, al menos, imágenes rotadas.

En las rotaciones mentales no sólo se trata de transformar un objeto posicionalmente al rotarlos. Los test de Shepard & Metzler (1971) mostraban objetos 3D que variaban en tamaño y forma (ver imagen 4.9), el objetivo era determinar el tiempo de reacción para comparar dos objetos 3D formados por una serie de 10 cubos unidos, cada uno de igual tamaño cuya disposición y dirección variaba²⁵. Los dos últimos objetos (diseñados en

²³ Véase Richter *et al* (1997) y Kosslyn (2005) sobre el uso de neuro-imágenes para estudiar las áreas de la corteza cerebral que se activan durante las actividades de generación de rotaciones mentales. No obstante: “Las imágenes mentales tienen una realidad controvertida, y han sido objeto de intensos debates. Filósofos como Nelson Goodman niegan su existencia y neuro-psicólogos como Roger Shepard señalan que la actividad nerviosa detectable, captada por instrumentos que recogen el flujo eléctrico en un cerebro de alguien que contempla una imagen determinada se parece bastante a la que se produce cuando recuerda dicha imagen y de esa prueba experimental deduce la existencia de las imágenes mentales” (Carra, 2008, pág. 5).

²⁴ En el supuesto de superar la existencia de las imágenes mentales, las discusiones entre filósofos y psicólogos cognitivos se han centrado en la pregunta: ¿una imagen mental es una representación o una experiencia? Una posible respuesta en el debate es la llamada “representación subyacente”, al respecto Nigel Thomas expresa: “From this perspective, some recent authors have recommended that the term ‘imagery’ should not be understood as referring to a form of subjective experience, but, rather, to a certain type of ‘underlying representation’ [...] Such representations are ‘mental’ in the sense now commonplace in cognitive science: i.e., they are conceived of as being embodied as brain states, but as individuated by their functional (and computational) role in cognition.” <http://www.science.uva.nl/~seop/entries/mental-imagery/#ExpRep>.

²⁵ Objetos diseñados por Jih-Jie Chang en la *Bell Laboratories* (Shepard & Metzler, 1971, pág. 703).

Descartes), tienen 11 cubos de igual tamaño cada uno en igual disposición y dirección; sin embargo, los colores los diferencian.

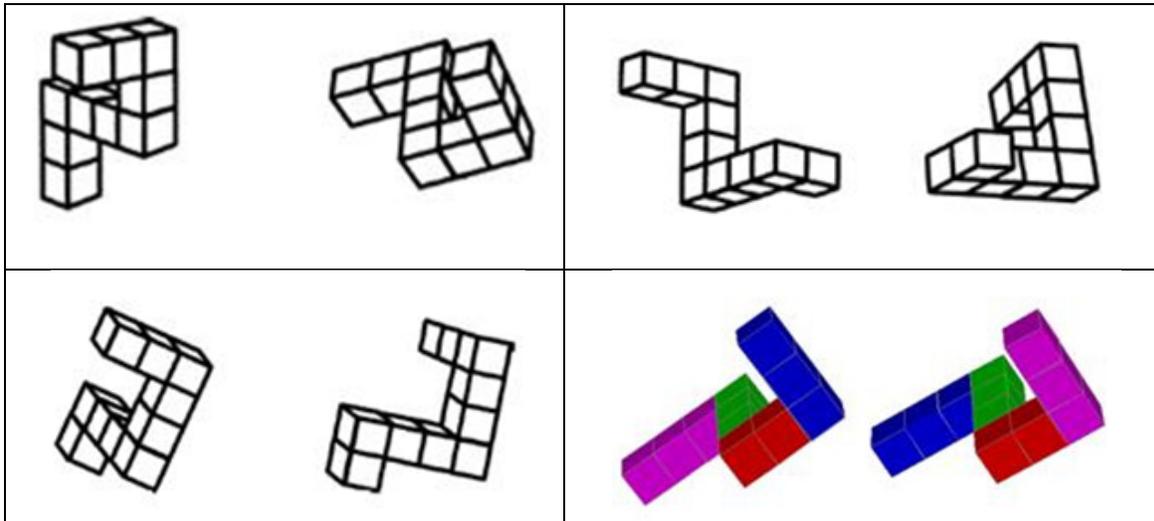


Imagen 4.9 Tarea de rotación mental de Shepard y Metzler

Fuente: (Tversky, 2004, pág. 213)

Hacemos una breve descripción del test y de sus resultados para confrontarlos con nuestra afirmación del “pensamiento planar”. El ejercicio consistía en la presentación de 1600 parejas de objetos 3D, unas congruentes al rotar la primera otras no. El evaluado debía determinar la congruencia en el menor tiempo posible (tiempo de reacción). Las rotaciones variaban entre 0° y 360° con pasos de 20° . Lo interesante del ejercicio es la presencia de rotaciones bidimensionales o planares (alrededor de un eje perpendicular al plano) y las rotaciones tridimensionales (alrededor de un eje sobre el plano). Los resultados obtenidos mostraban una sorprendente relación lineal entre los grados de rotación y el tiempo de reacción (ver figura 4.1), pero lo más sorprendente era la similitud entre ambos tipos de rotación.

A pesar de esta similitud, el proceso mental, en ambos casos de rotación, es tridimensional. Al respecto los autores expresan,

“Not only are the two functions shown in the figure both linear but they are very similar to each other with respect to intercept and slope. Indeed, for the larger angular differences the reaction times were, if anything, somewhat shorter for rotation in depth than for rotation in the picture plane. However, since this small difference is either absent or reversed in four of the eight subjects, it is of doubtful significance. The determination of identity of shape may therefore be based, in both cases, upon a process of the same general kind. If we can describe this process as some sort of “mental

rotation in three- dimensional space,” then the slope of the obtained functions indicates that the average rate at which these particular objects can be thus "rotated" is roughly 60° per second.”

(Shepard & Metzler, 1971, pág. 703)

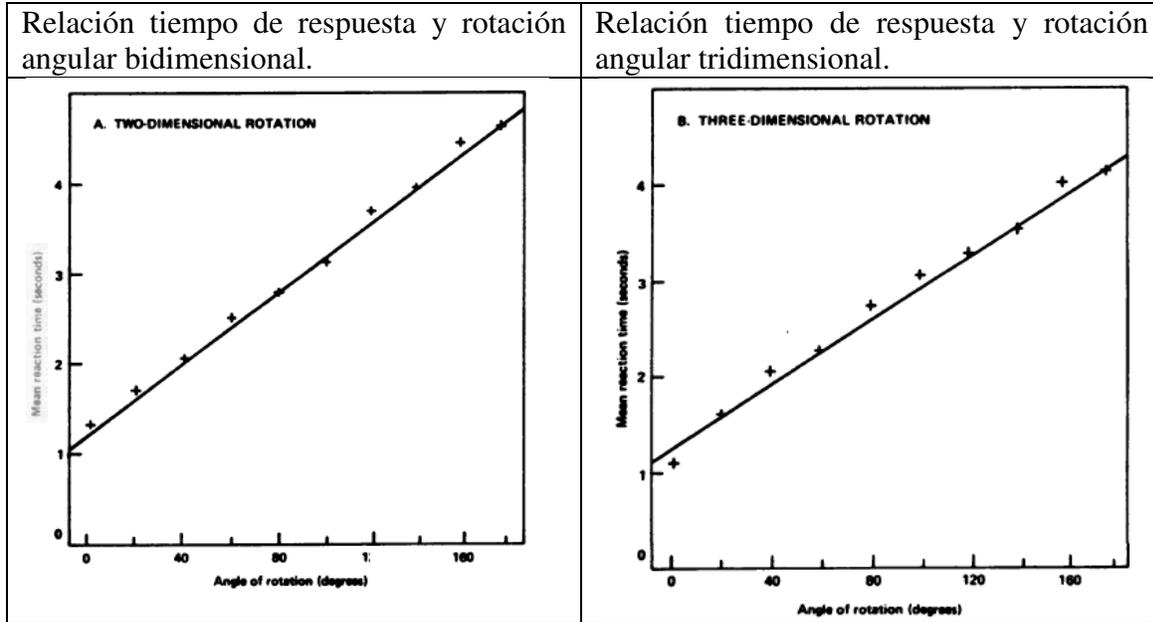


Figura 4.1 resultados Shepard y Metzler

Fuente: (Shepard & Metzler, 1992, pág. 220)

El pensamiento planar, en el test de Shepard & Metzler, se evidencia en la dificultad para identificar la congruencia entre una pareja de objetos a mayor grado de rotación. Sin embargo, sería fundamental realizar otras pruebas que involucren otros ejes de rotación, en tanto que, como lo comprobamos en la experiencia accidental del apartado anterior, cada uno de nosotros desarrollamos los movimientos mentales en forma distinta. Por ejemplo, en la imagen 4.10 hemos diseñado en Descartes un objeto rotado alrededor de un eje (vertical u horizontal) sobre el plano, cada interpretante podrá verificar cuál tipo de rotación genera más dificultad.

Las rotaciones son acciones reales que ejecuta o se ejecutan sobre un objeto, el cuestionamiento es si su representación es o no una imagen dinámica. Así como existe debate frente a las imágenes mentales, igual o un mayor debate generará la posibilidad de imágenes mentales en movimiento. Los escépticos encuentran fuertes argumentos para dudar sobre la existencia de las rotaciones mentales, uno de ellos es el reto planteado por Dennett (1991, pág. 289), quien critica el llamado “ojo de la mente”,

The subjects in the original experiment were shown such pairs of line drawings and asked whether or not the pair are different views of the same shape. In this case, as you can quickly determine, the answer is yes. How did you do it? A typical answer is "I rotated one of the images in my mind's eye, and superimposed it on the other."

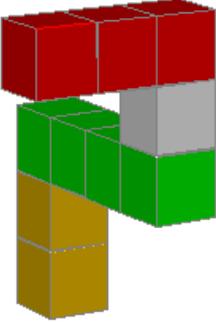
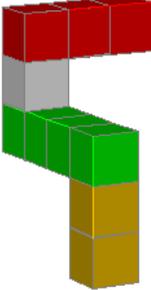
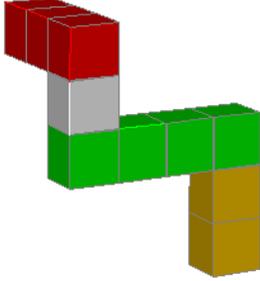
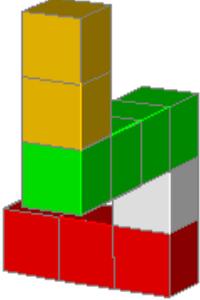
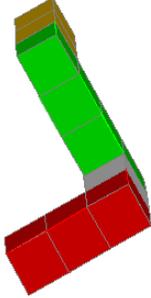
Objeto Original	Rotación de 180° con respecto a un eje sobre el plano.	Rotación de 270° con respecto a un eje sobre el plano.
	 <p data-bbox="711 741 824 768">eje vertical</p>	 <p data-bbox="1105 730 1219 758">eje vertical</p>
	 <p data-bbox="695 1115 841 1142">Eje horizontal</p>	 <p data-bbox="1089 1098 1247 1125">Eje horizontal</p>

Imagen 4.10 Rotaciones tridimensionales sobre ejes distintos

Construcción propia

Dennett duda de la posibilidad de rotar las imágenes en nuestra mente. Nosotros propondremos una posición intermedia que justifica, en parte, los resultados de Shepard y reconoce la imposibilidad planteada por Dennett. El reto propuesto por Dennet que derrumba, en principio, cualquier idea de rotaciones mentales es un ejemplo sencillo que se ilustra en la imagen 4.11²⁶:

We can satisfy ourselves that this limit on our brains is real by considering a slightly different Shepard-style problem that would be quite easy to solve with the aid of such a CAD system: Would the "red" X on one face of this object be visible to someone looking through the square hole in its front wall? [...] Now, can you perform the same experiment in your mind's eye? Can you simply rotate the object shown and peer through the hole? If you can, you can do something I can't do, and all the people I have asked are also unable to do it with any confidence. Even those who have an answer to the question are quite sure that they didn't just get it by rotating and looking

²⁶ La imagen fue construida en Descartes. La "x" roja de Dennett se representa por un triángulo. Sin embargo, el modelo es el mismo y el cuestionamiento de Dennett igualmente aplica.

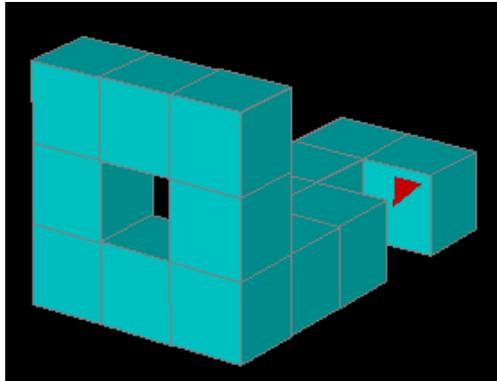


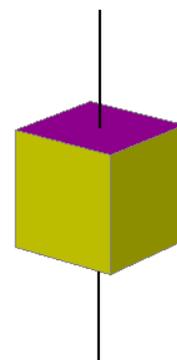
Imagen 4.11 Reto de Dennet

La verdad es que nosotros tampoco pudimos rotar el objeto. No obstante, creemos en la existencia de algunas habilidades mentales que permiten rotaciones mentales en grado, sólo en grado. Podemos multiplicar mentalmente y fácilmente dos números de un dígito cada uno y, en algunos casos, de dos dígitos. Difícilmente podríamos multiplicar números de tres o más dígitos. Esta última situación no puede ser razón suficiente para afirmar que no podemos multiplicar mentalmente. Obviamente se alegrará que se recurre más a un proceso memorístico; sin embargo, en el caso de dos cifras, algún proceso mental tendremos que ejecutar.

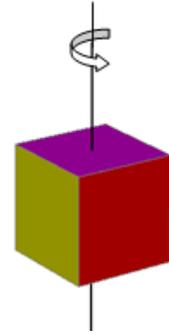
Un posible modelo que explique el cómo obtenemos las representaciones de imágenes en movimiento lo presentamos a través de un contra ejemplo al de Dennett. Nuestro propósito es evidenciar las realizaciones de rotaciones mentales de un menor a mayor grado de complejidad, así como la construcción mental de imágenes rotadas. Análogamente a los grados de percepción las rotaciones mentales son posibles en grado.

Iniciamos con esta pregunta ¿podemos imaginar un cubo rotando en el espacio?

Trate de visualizar un cubo en el espacio rotando alrededor de un eje vertical. Imagine, además, que sus caras laterales son de color amarillo. No tiene que cerrar los ojos, basta con observar la figura del lado derecho ¿puede hacerla rotar? Una pregunta más simple le dará más claridad ¿puede imaginar cómo sería la figura con una cara lateral de frente a usted? Si su respuesta es afirmativa, entonces ha rotado la imagen.



Hagamos más complejo el ejercicio. El cubo de la derecha ahora tiene caras laterales de colores en el siguiente orden de izquierda a derecha: amarillo, rojo, azul y verde. El cubo comienza a rotar lentamente en el sentido indicado por la flecha. Una vez se oculte la cara roja ¿puede visualizar los colores de las dos caras que quedan en dirección a sus ojos? Seguramente su respuesta será afirmativa; sin embargo, estamos seguros que tuvo que recurrir a leer de nuevo el orden de los colores o, al menos, tuvo que tratar de recordarlos ¿puede seguir rotando el cubo? Quizá sí, pero con dificultades en la ubicación de los colores.



Nuestra hipótesis es que no construimos un objeto rotando, sino imágenes del objeto rotado. Es decir, recurrimos a diferentes procesos mentales para construir una nueva imagen del objeto, algo similar al modelo que el mismo Dennett denominó de los “borradores múltiples”²⁷. Siguiendo este modelo, un primer borrador sería la imagen que se presenta con forma, color y posición iniciales. El siguiente borrador extrae los nuevos colores de la memoria, cambiándolos por los iniciales. Se obtiene finalmente una imagen rotada de la anterior. ¿Hubo movimiento de rotación? La respuesta es ¡no!, generamos una imagen rotada, más no realizamos movimiento alguno. Pero, ¿cómo es posible que podemos determinar con certeza que una imagen es equivalente a otra, sin rotarlas? (ver imagen 4.12),

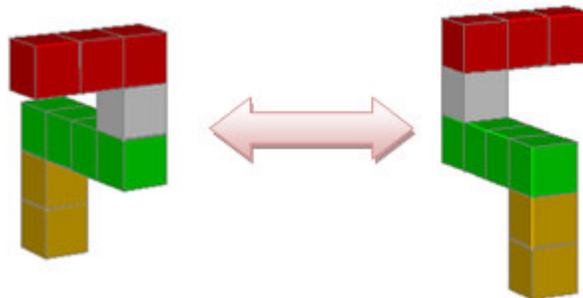


Imagen 4.12 Imágenes rotadas equivalentes

²⁷ La forma, color y posición son fijadas en diferentes lugares y tiempos en el cerebro. Para Dennett tanto la memoria como la consciencia se dan en forma paralela, en una revisión o edición permanente de los estímulos de las experiencias vividas.

Un modelo que puede dar respuesta es el de los “borradores múltiples”. En la imagen anterior construimos varios borradores que contrastamos con la imagen inicial. Por ejemplo, un primer borrador serían los bloques rojos y el bloque blanco “rotados” 180° alrededor de un eje vertical, un segundo borrador se daría con el resto de bloques. No obstante, es posible que se requieran más borradores, lo cual dependa de las habilidades “espaciales” de cada interpretante.

El reto de Dennet refleja nuestras limitaciones en la creación de imágenes mentales en movimiento a partir de un objeto real. Quizá podamos recrear imágenes mentales de objetos en movimiento, algunos desde nuestra experiencia (un caballo al trote), otros desde nuestra fantasía (un *minotauro* al trote). Sin embargo, los detalles de estos movimientos son limitados. Trate de rotar mentalmente el caballo o el *minotauro* o, para facilitar el problema, rote la imagen



invertida del ex mandatario soviético Boris Yeltsin que se observa en esta página. Ahora gire la imagen manualmente (rotando la página impresa o desde la misma imagen si está en formato Word). Estamos seguros que se sorprenderá de la imagen obtenida y evidenciará la limitación de nuestras rotaciones mentales. Este tipo de limitaciones ya lo había advertido Wittgenstein como una imposibilidad de distinguir los gestos de una cara al ser rotada,

“Hold the drawing of a face upside down and you can't recognize the expression of the face. Perhaps you can see that it is smiling, but not exactly what kind of smile it is. You cannot imitate the smile or describe it more exactly. And yet the picture which you have turned round may be a most exact representation of a person's face.”

(Wittgenstein, 1986 (1953), pág. 198)

Además de los problemas de tipo cognitivo, se presentan otros que obedecen a nuestros hábitos en el momento de percibir. Hemos acostumbrado a nuestro sistema visual a capturar imágenes según un patrón. Vemos las imágenes siguiendo ese patrón establecido y nos confundimos si la imagen se presenta rompiendo el esquema; una foto, por ejemplo, la vemos de arriba hacia abajo. La sonrisa de Yeltsin difícilmente podemos percibirla como la mueca que se observa al rotar la imagen. Nuevamente Wittgenstein se atreve a dar una explicación fisiológica,

“When we look at the figure, our eyes scan it repeatedly, always following a particular path. The path corresponds to a particular pattern of oscillation of the eyeballs in the act of looking. It is possible to jump from one such pattern to another and for the two to alternate. Certain patterns of movement are physiologically impossible; hence, for example, I cannot see the schematic cube as two interpenetrating prisms. And so on. Let this be the explanation.”

(Wittgenstein, 1986 (1953), pág. 212)

4.3 De la representación a la realidad.

Toda la discusión se ha centrado en la construcción de imágenes mentales a partir de representaciones de un objeto. Los experimentos, hasta ahora, son evaluaciones o test de las aptitudes espaciales que un individuo manifiesta al observar una representación, en su mayoría planares, de un objeto 3D ¿Qué podemos esperar de representaciones que emulan en un alto grado al objeto representado?, ¿es posible emularla?, ¿disminuirá el nivel de abstracción en favor de la comprensión?

Los test arrojan diversos resultados que confirman diferentes grados de percepción, tanto en tiempos de percepción (Shepard & Metzler, 1971) como en los procesos mentales utilizados para construir la representación o imagen mental del objeto representado (el experimento accidental, por ejemplo). Estos grados de percepción que generan múltiples representaciones es lo que se suele denominar inteligencia espacial. Bajo la premisa de la existencia de inteligencias espaciales gradadas, proponemos, entonces, la creación de representaciones que faciliten un mayor acercamiento al objeto representado; es decir, representaciones que eviten altos niveles de abstracción en procura de mayores entendimientos del mensaje implícito de la representación.

La posibilidad de diseñar representaciones que “emulen” el objeto representado es cada vez mayor. La implementación de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación permiten hoy la construcción de escenarios virtuales que transmiten mayores flujos de información del objeto representado: los simuladores de vuelo, los simuladores de carreras, el cine 3D, las aplicaciones virtuales para las ciencias básicas (física, química, biología) y los video juegos evidencian un mayor acercamiento a la realidad desde la representación. Se generan emociones que antes eran imposibles con los recursos utilizados para construir representaciones.

Los objetos presentes en los test sobre visualización espacial son mejor representados con las nuevas tecnologías. Por ejemplo, en la imagen 4.13 se muestran algunas escenas de la unidad “relaciones espaciales” que se puede consultar en http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/relaciones_espaciales/relaciones_intro.htm. En la imagen 4.4 se muestra una escena referida a las proyecciones ortogonales, que en su tradicional representación planar demanda altos niveles de abstracción y consecuentemente, mayores posibilidades de errar en los test, lo que refleja un menor nivel de entendimiento o comprensión de la información implícita en la representación. Bodner & Guay (1997) aplicaron el test de Shepard & Metzler (1971) y un test de proyecciones ortogonales a 4800 estudiantes de química en la Universidad de Purdue de los Estados Unidos (Indiana), llegando a esta conclusión: “*It is worth noting that our work suggests that there is a significant population of chemistry majors—and practicing chemists—who have mediocre, if not poor, spatial skills*” (Bodner & Guay, 1997, pág. 14).

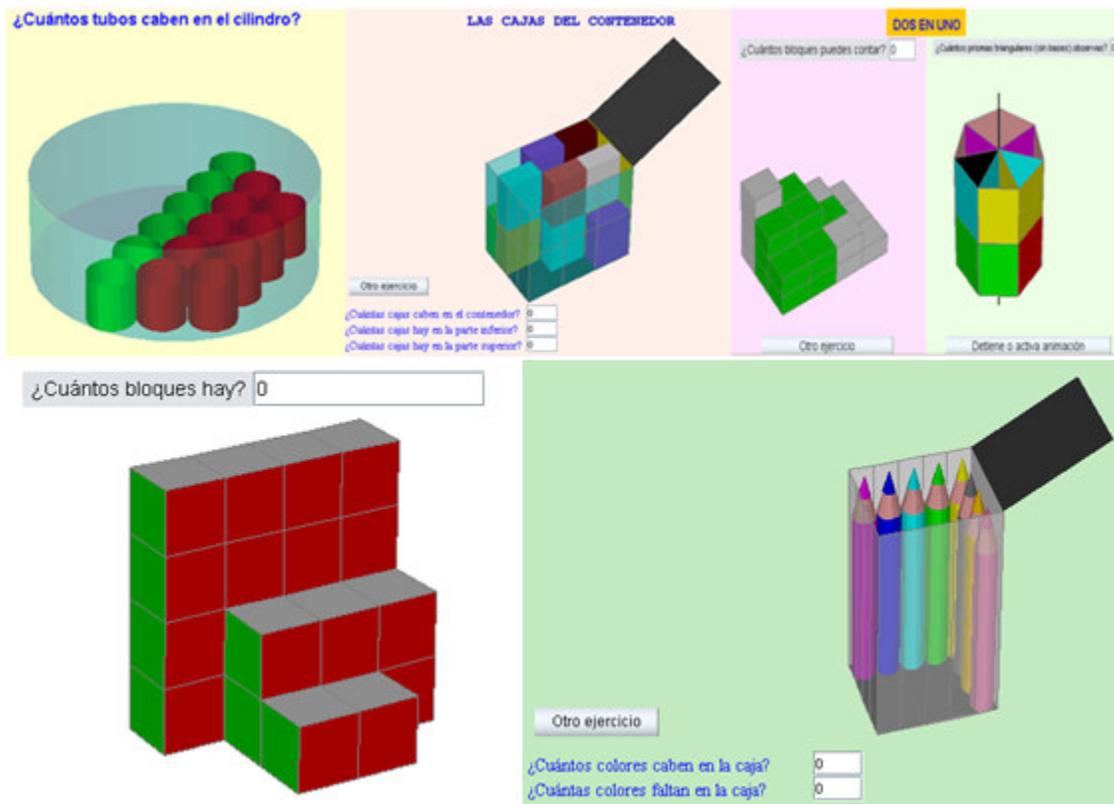


Imagen 4.13 Escenas dinámicas sobre visualización espacial

Construcción propia

No podemos afirmar categóricamente que las nuevas representaciones mejoren significativamente la comprensión de los objetos representados. No obstante, presentamos algunos hallazgos que nos conducen a creer que es posible crear mejores representaciones, mejores en tanto que entregan más información y con menor esfuerzo del interpretante. En el caso de las escenas anteriores, no se trata de simples animaciones, las cuales no garantizan *per se* mayores rendimientos (Hart, 2004), sino de escenas que permiten la interacción con el interpretante; es decir, son representaciones bidireccionales, por contraste a las unidireccionales tradicionales. Esta interacción logra que el interpretante extraiga más información que en la representación estática no es posible.

CONCLUSIONES

De lo expuesto en este artículo se desprenden algunas conclusiones a tener en cuenta en nuestros procesos de enseñanza aprendizaje.

Los recursos de la Red permiten una mayor interacción docente – estudiante, en tanto que es posible cerrar la brecha generacional reflejada en los diferentes entornos de uno y otro responsable de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La deficitaria formación en visualización espacial se puede superar con el uso de mediadores virtuales como el proyecto Descartes, permitiendo diseñar mejores representaciones que capturen propiedades difíciles de representar en dos dimensiones. Las representaciones *planares* generan un pensamiento plano de la realidad, generando hábitos que dificultan una mejor interpretación de los objetos de nuestra realidad.

Frente al interrogante de la existencia o no de las rotaciones mentales, queda abierta la discusión. Los tests de Shepard *et al* parecen confirmar su existencia; no obstante, el reto de Dennet la cuestiona. La percepción y representación en grado puede ser una respuesta a

este interrogante, sin embargo se hace necesaria una investigación más amplia que permita esclarecer si nuestras imágenes mentales 3D son fruto del movimiento o de simples transformaciones en el plano.

Es necesario revisar nuestros currículos de cara a incorporar las TIC como mediadores de aprendizaje y recuperar, en parte, el pensamiento 3D.

BIBLIOGRAFÍA

Arrieta, M. (2006). La capacidad espacial en el educación matemática: Estructura y medida. *Educación matemática* , 18 (1), 99-132.

Bodner, G. M., & Guay, R. B. (1997). The Purdue Visualization of Rotations Test. *The chemical educator* , 2 (4), 1-17.

Borst, G., & Kosslyn, S. M. (2008). Visual mental imagery and visual perception: Structural equivalence revealed by scanning processes. *Memory & Cognition* , 36 (4), 849-862.

Dennett, D. (1991). *Consciousness explained*. New York: Hachette Book Group USA.

Echeverría, J. (1999). *Los señores del aire: Telépolis y el tercer entorno*. Destino.

Eisenberg, A. N. (1999). *An educational program for paper sculpture: A case study in the design of software to enhance children's spatial cognition*. Colorado.

Eliot, J. (2000). *The Nature and Measurement of Spatial Intelligence*. University of Maryland.

Galo, J. R. (2008). *Aprendizaje continuo con Descartes*. Madrid.

- Galo, J., & Cañas, J. (2006). X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). *Análisis de una experimentación constructivista con TIC en el aprendizaje de las matemáticas*, (págs. 1-10). Huesca.
- García Suarez, A. (1995). Qualia: propiedades fenomenológicas. En F. Broncano, *La mente humana* (págs. 359-383). Madrid: Trotta.
- Güven, B., & Kosa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teacher's spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 7 (4), 1303-6521.
- Hart, W. J. (2004). Effects of Computer Animation on Spatial Visualization Skills. *ASEE Southeast Section Conference*, (págs. 1-9).
- Kosslyn, S. M. (1975). Information representation in visual images. *Cognitive Psychology*, 7, 314-370.
- Llinás, R. R. (2002). *El cerebro y el mito del yo: el papel de las neuronas en el pensamiento y el comportamiento humanos*. (E. Guzmán, Trad.) Bogotá: Editorial Norma.
- Martínez-Conde, S., Pérez, M., & Martínez, L. (2005). Flipar en colores. *Quo*, 118, 110-115.
- Mathematics, N. C. (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics*. NCTM.
- OCDE. (2006). *PISA 2006: Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Recuperado el 2008, de <http://www.pisa.oecd.org/>
- Papert, .. S. (1993). *The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer*. Basic Books.
- Prieto, G., Carro, J., Orgaz, B., & Pulido, R. (1993). Análisis cognitivo de un test informatizado de visualización espacial. *PsicoTeham*, 5 (2), 293-301.
- Pylyshyn, Z. W. (2002). *Mental Images*. Recuperado el 2008, de <http://ruccs.rutgers.edu/pub/papers/zpimagery.pdf>
- Pylyshyn, Z. W. (2003). *Seeing and Visualizing: It's Not what You Think*. MIT Press.
- Pylyshyn, Z. W., & Annan, V. (2006). Dynamics of target selection in Multiple Object Tracking (MOT). *Spatial Vision*, 19 (6), 485-504.
- Shepard, J. M., Kho, S., Chen, J., & Kosslyn, S. M. (2006). MiniCog: A method for administering psychological tests and experiments on a handheld personal digital assistant. *Behavior Research Methods*, 38 (4), 648-655.
- Shepard, R., & Metzler, J. (1971). Mental Rotation of Three-Dimensional Objects. *Science*, 171 (3972), 701-703.
- Shepard, R., & Metzler, J. (1992). mental rotation of three-dimensional objects. En B. Beakley, & P. Ludlow, *The Philosophy of Mind: Classical Problems/contemporary Issues* (págs. 217-221). MIT Press.
- Tversky, B. (2004). Visuospatial reasoning. En *The cambridge handbook of thinking and reasoning* (págs. 209-240).

Wexler, M., Kosslyn, S. M., & Berthoz, A. (1998). Motor processes in mental rotation. *Cognition* , 68, 77–94.

Wittgenstein, L. (1986 (1953)). *Philosophical investigations*. (G. E. Anscombe, Trad.) Oxford: Basil Blackwell Ltd.