

COLECCIÓN

¿CÓMO FUNCIONA?

¿CÓMO FUNCIONAN LAS MATEMÁTICAS?

Juan Guillermo Rivera Berrío



COLECCIÓN
¿CÓMO FUNCIONA?

REeducativa
escartes

iCartesiLibri

¿Cómo funcionan las matemáticas?

Juan Guillermo Rivera Berrío

Fondo Editorial RED Descartes



Córdoba (España)

2026

¿Cómo funcionan las matemáticas?

Autor:

Juan Guillermo Rivera Berrío

Código JavaScript para el libro: [Joel Espinosa Longi](#), [IMATE](#), UNAM.
Recursos interactivos: [DescartesJS](#), [Herramientas de IA](#), ChatGPT y Gemini.

Fuentes: [Lato](#) y [UbuntuMono](#)

Imagen de portada: ilustración generada por GPT Image 2

Red Educativa Digital Descartes

Córdoba (España)

descartes@proyectodescartes.org

<https://proyectodescartes.org>

Proyecto iCartesiLibri

<https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/index.htm>

ISBN: 978-84-10368-61-3



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons 4.0 internacional: Reconocimiento-No Comercial-Compartir Igual.

Tabla de contenido

Prefacio	4
Introducción	7
¿Cómo funciona una ecuación?	10
¿Cómo funciona una función?	18
¿Cómo funciona el cálculo diferencial?	26
¿Cómo funciona una matriz?	34
¿Cómo funciona la probabilidad?	42
¿Cómo funciona la estadística?	50
¿Cómo funciona un algoritmo?	58
¿Cómo funciona la criptografía?	66

Prefacio

La curiosidad ha sido, desde siempre, el motor del conocimiento. Cada descubrimiento científico, cada avance tecnológico y cada innovación educativa nacieron de una pregunta sencilla, pero profundamente transformadora: **¿cómo funciona?**

Con esa misma filosofía nace la colección **¿Cómo funciona?**, una serie de libros diseñada para acercar al lector a los conceptos fundamentales de la ciencia, la tecnología, las matemáticas y otras áreas del conocimiento mediante explicaciones claras, ejemplos cotidianos, ilustraciones y recursos interactivos. Su propósito no es únicamente transmitir información, sino despertar la capacidad de comprender los principios que explican el funcionamiento del mundo que nos rodea.

Cada volumen de esta colección aborda un tema específico desde una perspectiva accesible y visual, permitiendo que estudiantes, docentes y lectores interesados descubran que detrás de cada fenómeno existen ideas fundamentales que pueden entenderse paso a paso. La colección apuesta por un aprendizaje activo, donde la exploración, la experimentación y la interacción ocupan un lugar central en el proceso de construcción del conocimiento.

¿Cómo funcionan las matemáticas? constituye uno de los títulos de esta colección y propone un recorrido por algunos de los conceptos más importantes de esta disciplina. Lejos de presentar las matemáticas como un conjunto de reglas para memorizar, este libro busca mostrar cómo las ecuaciones, las funciones, el cálculo diferencial, las matrices, la probabilidad, la estadística, los algoritmos y la criptografía son herramientas que permiten describir, analizar y comprender la realidad.

Una característica distintiva de esta obra es la integración de recursos digitales interactivos desarrollados con tecnologías educativas como DescartesJS, que complementan las explicaciones mediante simulaciones, actividades dinámicas y experiencias de aprendizaje que favorecen la comprensión conceptual. El lector no solo encontrará explicaciones y ejemplos, sino también oportunidades para experimentar directamente con las ideas matemáticas, observar su comportamiento y descubrir relaciones que difícilmente podrían apre- ciarse únicamente en un texto impreso.

En un mundo impulsado por los datos, la inteligencia artificial, la computación y la innovación científica, comprender cómo funcionan las matemáticas significa adquirir un lenguaje universal para interpretar fenómenos, resolver problemas y desarrollar el pensamiento lógico y crítico. Más que una disciplina académica, las matemáticas constituyen una herramienta esencial para entender nuestro entorno y participar activamente en la sociedad del conocimiento.

Esperamos que este libro despierte nuevas preguntas, fortalezca la curiosidad intelectual y motive al lector a continuar explorando los demás títulos de la colección **¿Cómo funciona?**, convencidos de que comprender el funcionamiento de las cosas es el primer paso para transformarlas.

Juan Guillermo Rivera Berrío

2026

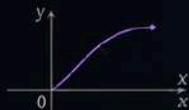
¿CÓMO FUNCIONAN LAS MATEMÁTICAS?

EL LENGUAJE UNIVERSAL QUE EXPLICA TODO

Las matemáticas no son solo números: son patrones, relaciones y estructuras que nos ayudan a entender y transformar el mundo.

2 RELACIONES Y FUNCIONES

- Conectan variables.
- Modelan situaciones reales.
- Predicen resultados.



3 RAZONAMIENTO LÓGICO

- Usa la lógica para demostrar.
- Valida ideas con pruebas.
- Construye verdad paso a paso.



6 CONSTRUYEN NUESTRO MUNDO

- Desde puentes hasta algoritmos.
- Desde música hasta inteligencia artificial.
- Sin matemáticas, no hay avance posible.



1 PATRONES Y ESTRUCTURAS

- Identifican regularidades.
- Forman reglas y secuencias.
- Dan orden al caos.



4 APLICACIÓN UNIVERSAL

- En ciencia, tecnología, economía y arte.
- Resuelven problemas cotidianos y complejos.
- Movilizan el progreso.



5 ABSTRACCIÓN Y GENERALIZACIÓN

- Van de lo particular a lo general.
- Crean conceptos poderosos.
- Permiten innovar.



“ Las matemáticas no solo cuentan: revelan, conectan y crean infinitas posibilidades. ”

DATOS RÁPIDOS



+4000 años
de desarrollo
continuo



Lenguaje
universal y
preciso



Aplica en 100%
de las ciencias



Aritmética



Álgebra



Geometría



Cálculo



Estadística

RAMAS PRINCIPALES

NÚMEROS QUE HABLAN



3.14159...
Relación
infinita



Infinito
Sin límites
ni fronteras



El origen
de todo
número



Crecimiento
exponencial
en sistemas

Introducción



Figura 1. Introducción

Desde los albores de la civilización, la humanidad ha sentido una profunda necesidad de comprender el mundo que la rodea. Observamos patrones en el movimiento de las estrellas, en el crecimiento de las plantas, e incluso en el ritmo de nuestras propias vidas. Pero, ¿cómo podemos ir más allá de la simple observación y llegar a predecir, a modelar y a innovar? La respuesta reside en un lenguaje universal, una herramienta poderosa y elegante que nos per-

mite desentrañar los secretos de los cosmos y de nuestra propia existencia: las matemáticas.

Las matemáticas no son solo números y operaciones; son el estudio de las relaciones, las estructuras y las cantidades. Son el arte de la lógica aplicada, que nos proporciona los cimientos para comprender desde la arquitectura de una catedral hasta el funcionamiento interno de un ordenador. Imagina intentar construir algo complejo sin un plano o un conjunto de instrucciones claras. Las matemáticas nos ofrecen precisamente eso: un marco coherente y preciso para organizar nuestras ideas y resolver problemas de manera sistemática.

En esencia, las matemáticas funcionan como un conjunto de reglas y principios abstractos que, una vez comprendidos, nos permiten describir y manipular la realidad. Consideremos la aritmética básica, con sus operaciones fundamentales como la suma o la multiplicación.

Estas, que pueden parecer sencillas, son la piedra angular de sistemas mucho más complejos. Por ejemplo, la ley conmutativa de la suma establece que el orden de los sumandos no altera el resultado:

$$a + b = b + a$$

Esta simple propiedad, aplicada repetidamente, sustenta innumerables cálculos y aplicaciones en la vida diaria, desde gestionar nuestras finanzas hasta planificar rutas de viaje.

A medida que ascendemos en la complejidad, nos encontramos con conceptos como el álgebra, que utiliza símbolos para representar cantidades desconocidas o variables. El álgebra nos permite generalizar patrones y resolver ecuaciones. Un ejemplo clásico es la resolución de una ecuación lineal de la forma:

$$ax + b = c$$

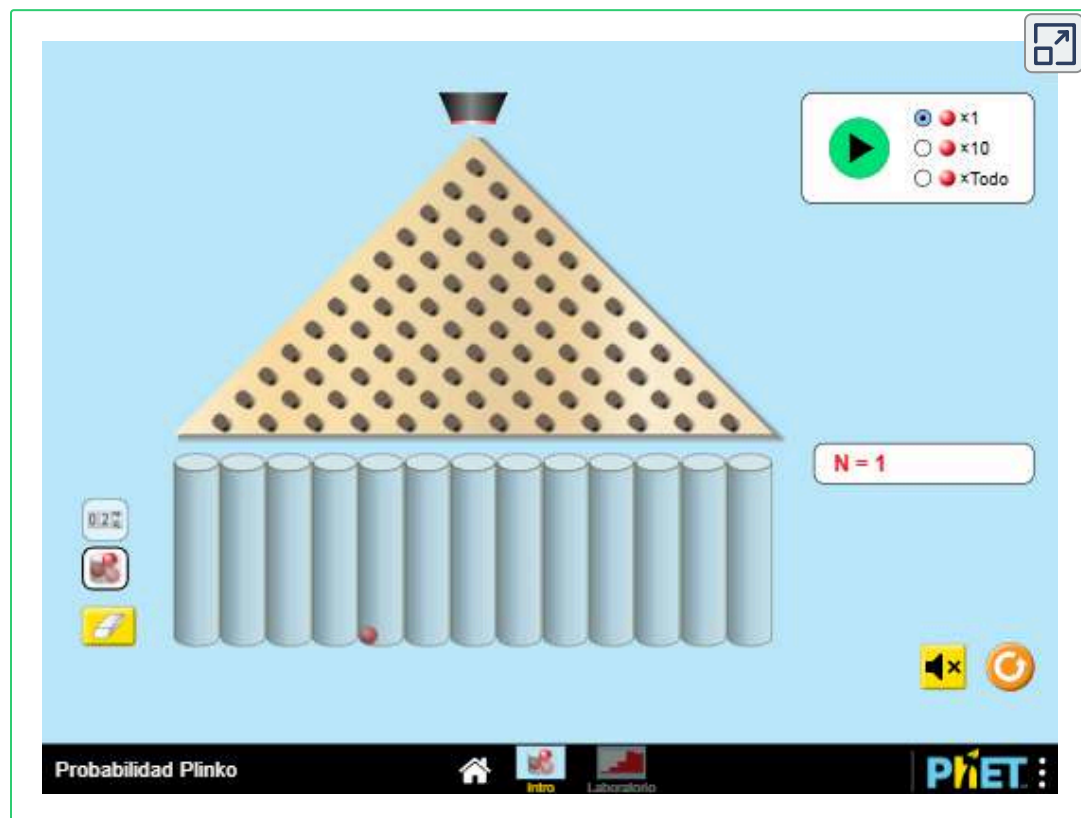
Donde el objetivo es encontrar el valor de x . Esta habilidad para aislar y determinar variables es crucial en campos como la ingeniería, la economía y la informática, donde la predicción y el control son esenciales.

Más allá del álgebra, encontramos el cálculo, una rama de las matemáticas que estudia el cambio y el movimiento. A través de conceptos como las derivadas e integrales, podemos analizar cómo cambian las cosas y acumular efectos a lo largo del tiempo. La famosa ecuación de la velocidad, por ejemplo, relaciona la distancia (Δx) y el tiempo (Δt) de la siguiente manera:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Esta formulación, que representa la velocidad promedio, es solo una introducción a la potencia del cálculo para modelar fenómenos dinámicos en física, biología y muchas otras ciencias. En definitiva, las matemáticas nos ofrecen las herramientas para modelar el mundo, desde lo estático hasta lo dinámico, proporcionándonos una comprensión profunda y predictiva.

Como ejemplo y motivación, presentamos el siguiente objeto interactivo dedicado a **la probabilidad**, en el cual se busca predecir el lugar donde una sola pelota puede caer.



¿Cómo funciona una ecuación?

Imagina que una ecuación es como una balanza muy precisa. En cada plato de la balanza colocamos cantidades, y el objetivo es que la balanza se mantenga perfectamente equilibrada. Lo que hace que una ecuación sea una ecuación es el **signo de igual (=)**. Este signo es el corazón de la balanza; nos dice que lo que está a su izquierda tiene exactamente el mismo valor que lo que está a su derecha. Si quitamos algo de un lado, debemos quitar lo mismo del otro para mantener el equilibrio, y si añadimos algo a un lado, debemos hacer lo mismo en el otro.

PROPÓSITO:
MATEMÁTICAS π

¿CÓMO FUNCIONA UNA ECUACIÓN?

BALANCE • RELACIÓN • SOLUCIÓN • LÓGICA • ESTRUCTURA • EQUILIBRIO • APLICACIÓN

Una ecuación es una igualdad matemática que expresa una relación entre valores desconocidos y conocidos, y se mantiene en equilibrio.

1 ¿QUÉ ES?

- Es una igualdad matemática.
- Relaciona dos expresiones.
- Contiene números, variables y operaciones.

2 COMPONENTES

- Términos: valores y variables.
- Operadores: +, -, x, ÷, etc.
- Igualdad: = mantiene el equilibrio.

$ax + b = cx + d$

Expresión izquierda Expresión derecha

3 ¿CÓMO FUNCIONA?

- Ambos lados siempre deben ser iguales.
- Puedes sumar, restar, multiplicar o dividir ambos lados.
- La balanza siempre se mantiene en equilibrio.

4 OBJETIVO

- Encontrar el valor desconocido (x).
- Hacer que ambos lados sean iguales.
- Resolver el problema.

$2x + 3 = 11$

$x = 4$

5 PROCESO

- Despejar la variable.
- Aplicar operaciones inversas.
- Simplificar ambos lados.
- Obtener la solución.

$2x + 3 = 11$

$2x = 11 - 3$

$2x = 8$

$x = 4$

6 ¿PARA QUÉ SIRVE?

- Modela situaciones reales.
- Se usa en ciencia, ingeniería, economía y tecnología.
- Toma de decisiones basadas en datos.

DATOS RÁPIDOS

EJEMPLO RÁPIDO

$3x - 5 = 10$

$x = 5$

TIPOS DE ECUACIONES

Lineales $ax + b = c$

Cuadráticas $ax^2 + bx + c = 0$

Racionales $\frac{a}{x} + b = c$

Exponenciales $a^x = b$

EN LA VIDA REAL

Finanzas Física Ingeniería Estadística

RETO EXPRESS

Si $4x + 7 = 23$
¿Cuál es x?

$x = 4$

Figura 2. Así funciona una ecuación.

¿CÓMO FUNCIONA UNA ECUACIÓN?

El lenguaje de las matemáticas que describe relaciones y resuelve problemas.



DESCRIBE
Relaciones
entre valores



SE ADAPTA
A diferentes
situaciones



TIENE
Estructura
lógica



SE COMPORTA
Con reglas
y equilibrio



ES ESENCIAL
Para modelar y
tomar decisiones



ES ÚNICA
Precisa, clara
y universal

1 ELEMENTOS CLAVE

- **Incógnita:** valor desconocido
- **Constantes:** valores conocidos
- **Operadores:** +, -, ×, ÷
- **Signo igual:** equilibrio entre lados

$$ax + b = c$$

Incógnita constantes

2 ESTRUCTURA LÓGICA

- Dos lados conectados por el igual.
- Mantiene balance y equivalencia.
- Permite despejar la incógnita.

$$2x + 3 = 11$$

lado izquierdo lado derecho

3 CÓMO FUNCIONA

- Aplica operaciones en ambos lados.
- Mantiene el equilibrio.
- Aísla el valor desconocido.

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 11 \\ 2x &= 11 - 3 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

4 TIPOS DE ECUACIONES

- **Lineales:** primer grado.
- **Cuadráticas:** segundo grado.
- **Exponenciales, logarítmicas, etc.**



Lineal

Cuadrática

Exponencial

5 APLICACIONES REALES

- **Física:** movimiento, fuerzas, energía.
- **Economía:** costos, ingresos, inversiones.
- **Ingeniería:** diseño, estructuras, sistemas.



6 IMPORTANCIA

- **Modela** situaciones del mundo real.
- Base de la resolución de problemas.
- **Herramienta clave** en ciencia y tecnología.



7 CARACTERÍSTICAS ÚNICAS

- **Universal:** se entiende en cualquier idioma.
- **Precisa:** no deja lugar a ambigüedades.
- **Poderosa:** resuelve desde lo simple hasta lo complejo.



DATOS RÁPIDOS

1687



Año en que Newton publicó su obra Principia.

X

La incógnita más usada en las ecuaciones.

∞

Las ecuaciones no tienen límite en sus aplicaciones.

x = 4

Solución encontrada en el ejemplo principal.



Millones de problemas resueltos cada día con ecuaciones.

TIPOS DE ECUACIONES COMUNES

LINEAL

$$ax + b = 0$$



CUADRÁTICA

$$ax^2 + bx + c = 0$$



EXPONENCIAL

$$a^x = b$$



LOGARÍTMICA

$$\log_a(x) = b$$



ABSOLUTO

$$|x| = a$$



Figura 3. El lenguaje de las matemáticas que describe relaciones y resuelve problemas.

Las ecuaciones son herramientas poderosas para resolver problemas donde hay un **valor desconocido**. A menudo, representamos ese valor desconocido con una letra, como la x , la y , o la z . Piensa en un problema como: "Si compro 5 manzanas y me sobran 2 euros de los 10 que tenía, ¿cuánto costó cada manzana?". Podríamos escribir esto como una ecuación. Si m es el costo de cada manzana, entonces gasté $5 \times m$ euros. El dinero que me sobró es $10 - 5m$. Si sé que me sobraron 2 euros, la ecuación sería:

$$10 - 5m = 2$$

Aquí, m es nuestra incógnita.

Para "resolver" una ecuación, nuestro objetivo es descubrir el valor de esa incógnita que hace que la balanza (la igualdad) se mantenga. Para lograrlo, aplicamos las reglas del equilibrio: cualquier operación que realicemos en un lado de la ecuación, debemos realizarla también en el otro. Si queremos aislar la x , por ejemplo, podríamos restar 5 de ambos lados, o dividir ambos lados por un número. Siguiendo con nuestro ejemplo de las manzanas, para encontrar m :

1. Restamos 10 a ambos lados:

$$\begin{aligned} 10 - 5m - 10 &= 2 - 10 \\ -5m &= -8 \end{aligned}$$

2. Dividimos ambos lados por -5:

$$\begin{aligned} \frac{-5m}{-5} &= \frac{-8}{-5} \\ m &= 1.6 \end{aligned}$$

Así, descubrimos que cada manzana costó 1.6 euros.

Las ecuaciones pueden tener diferentes niveles de complejidad. Algunas son muy sencillas, como $x + 3 = 7$, donde es obvio que $x = 4$. Otras involucran operaciones más complejas, como potencias, raíces o múltiples variables. La ecuación cuadrática, por ejemplo, tiene la forma general:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Resolver este tipo de ecuaciones puede requerir fórmulas específicas, como la fórmula general para las raíces:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sin embargo, el principio fundamental sigue siendo el mismo: mantener la igualdad y manipular los términos hasta aislar la variable o variables buscadas.

En resumen, una ecuación es una declaración matemática de **igualdad** entre dos expresiones. Utiliza el signo de igual ($=$) y a menudo contiene **variables** (incógnitas) que buscamos determinar. El proceso de resolver una ecuación se basa en aplicar **operaciones inversas** a ambos lados de la igualdad para aislar la variable y encontrar su valor, asegurando siempre que la balanza matemática permanezca equilibrada. Son, en esencia, un lenguaje universal para describir y resolver relaciones y cantidades desconocidas en el mundo que nos rodea.



Figura 4. Así funcionan las ecuaciones.

PROPÓSITO: MATEMÁTICAS



¿CÓMO F

UNA EC

Su estructura, component
para describir, resolver

1 COMPONENTES

- ▶ Números, variables y símbolos.
- ▶ Se combinan con operadores.
- ▶ Forman expresiones con sentido.



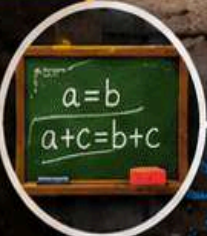
2 ESTRUCTURA

- ▶ Lado izquierdo y derecho.
- ▶ Conectados por el igual (=).
- ▶ Muestra una relación balanceada.



3 REGLAS Y PROPIEDADES

- ▶ Se aplican propiedades algebraicas.
- ▶ Lo que haces a un lado, debes hacerlo al otro.
- ▶ Mantiene el equilibrio.



“UNA ECUACIÓN
NO ES SOLO
SÍMBOLOS...
ES PENSAMIENTO
EN ACCIÓN.”

Ejempl
 $2x + 3$
 $2x =$
 $2x =$
 $x =$

DATOS RÁPIDOS



Usada en todas
las ramas de las
matemáticas.



Desarrolla pensamiento
lógico y resolución
de problemas.



Aplica en ingeniería,
física, economía, IA
y más.

TIPOS DE ECUACIONES

LINEALES
 $ax + b = c$



CUADRÁTICAS
 $ax^2 + bx + c = 0$



EXPONENC
 $a^x =$



¿FUNCIONA LA ECUACIÓN?

Las matemáticas y reglas trabajan juntos para entender el mundo.

LAS ECUACIONES
SON EL LENGUAJE
DE LOS PATRONES,
RELACIONES Y
SOLUCIONES.

4 COMPORTAMIENTO

- Representa relaciones y situaciones reales.
- Puede tener una o varias soluciones.

5 IMPORTANCIA

- Permite resolver problemas.
- Modela fenómenos del mundo.
- Es base de la ciencia y la tecnología.

6 CARACTERÍSTICAS ÚNICAS

- Universal y precisa.
- Flexible y adaptable.
- Combina lógica y creatividad.

EN LA VIDA REAL



Diseñar estructuras



Lanzar cohetes



Analizar datos



Modelar enfermedades

RECUERDA

Resolver una ecuación es descubrir lo desconocido.





Explicado paso a paso



Modo Claro

¿Cómo funciona una ecuación? (explicado por un experto en Matemáticas)

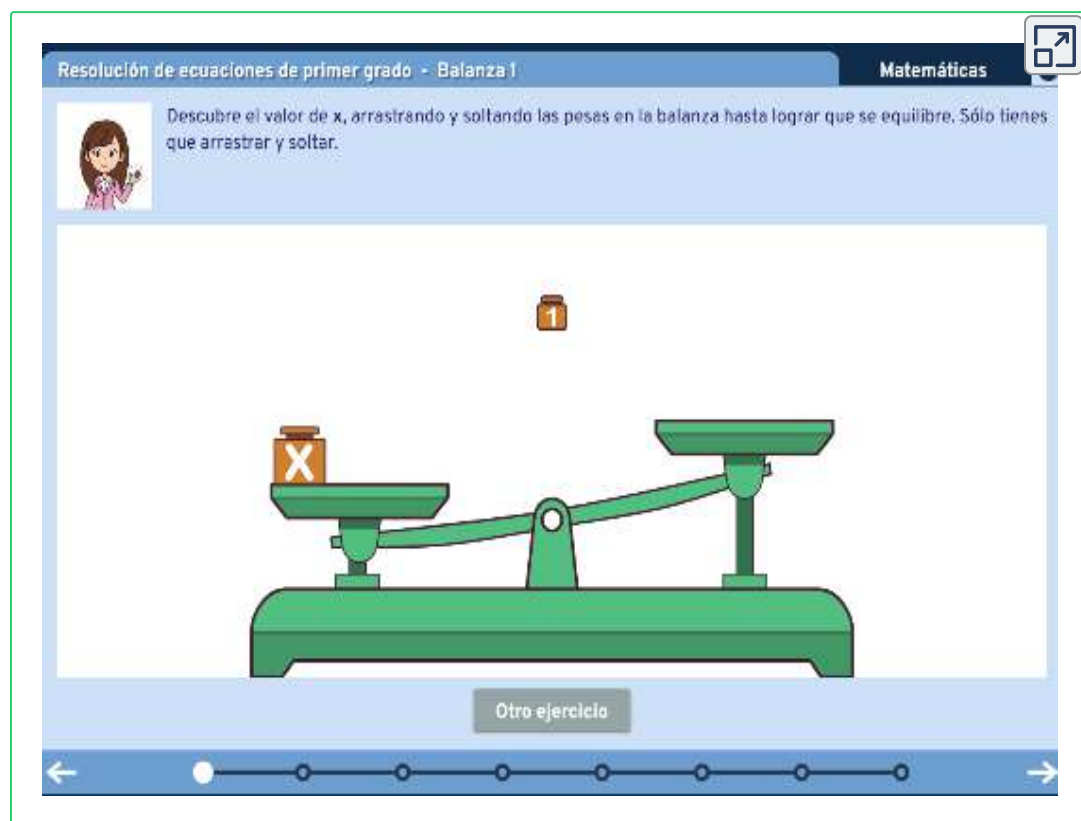
Una **ecuación** es una frase matemática que dice:
"esto es igual a aquello".

Normalmente se escribe como:

$$\text{expresión} = \text{expresión}$$

y su objetivo casi siempre es **encontrar el valor de**

En el siguiente objeto interactivo, diseñado por José Luis Abreu León, Julio César Domínguez Tovar, Oscar Escamilla González, et. al. para el proyecto [Telesecundaria](#) de la UNAM de México, se utiliza el modelo de la balanza como un apoyo concreto para dar sentido a las propiedades de la igualdad en la solución de ecuaciones.



Para una mejor interacción se recomienda abrir el objeto interactivo en pantalla completa; para ello, se debe hacer clic en el botón zum de la esquina superior derecha.

¿Cómo funciona una función?

Imagina una **función** como una **máquina mágica**. Tú le das algo (un número, por ejemplo), y la máquina hace algo con él y te devuelve un resultado diferente. Piénsalo como una receta de cocina: los ingredientes que pones son la "entrada" y el plato que cocinas es la "salida". En matemáticas, las funciones toman **entradas** (llamadas **argumentos**) y aplican un conjunto específico de **reglas** para producir una **salida** (llamada **valor** o imagen).



Figura 5. De una entrada: así transforma una función.

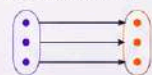
¿CÓMO FUNCIONA UNA FUNCIÓN?

De una entrada a una salida: así transforma una función.

- Funciones clave • Adaptaciones • Estructura • Comportamiento
- Importancia • Características únicas

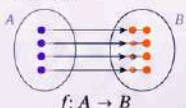
1 ¿QUÉ ES?

- Relación que asigna a cada entrada exactamente una salida.
- Se escribe: $f(x) = y$



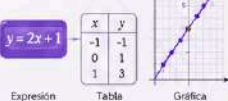
2 ESTRUCTURA

- Dominio: valores de entrada (x).
- Codominio: posibles salidas (y).
- Rango: salidas que realmente se obtienen.



3 REPRESENTACIONES

- Expresión algebraica
- Tabla de valores
- Gráfica cartesiana



$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = y$$

4 CÓMO FUNCIONA

- Tomas un valor x .
- Aplicamos la regla f .
- Obtenes la salida $f(x)$.



5 COMPORTAMIENTO

- Puede ser creciente, decreciente o constante.
- Tiene máximos, mínimos o puntos de inflexión.
- Describe cambios y relaciones.



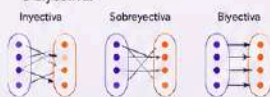
6 IMPORTANCIA

- Modela situaciones reales.
- Se usa en ciencia, economía, tecnología y vida diaria.
- Permite predecir, analizar y decidir.



7 CARACTERÍSTICAS CLAVE

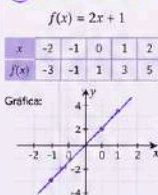
- Asignación única: una entrada, una sola salida.
- Puede ser lineal o no lineal.
- Puede ser inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.



DATOS RÁPIDOS

- Notación: $f(x)$
- Dominio: $D(f)$
- Rango: $R(f)$
- Ejemplo: $f(x) = 2x + 1$

EJEMPLO RÁPIDO



COMPARACIÓN



EN LA VIDA REAL

- Precio según cantidad
- Distancia según tiempo
- Temperatura según altitud
- Ganancias según ventas



Las funciones son el lenguaje de los patrones y las relaciones del mundo.

MATEMÁTICAS

Propósito: comprender cómo las funciones relacionan y transforman valores.



Analiza



Modela



Predice



Resuelve

¡Entender funciones es entender el mundo!

Figura 6. El lenguaje de las matemáticas que describe relaciones y resuelve problemas.

La forma en que describimos esta "máquina" o "regla" es a través de una notación especial. Generalmente, usamos una letra (como f , g , o h) para nombrar la función, seguida de un paréntesis que contiene la variable de entrada. Por ejemplo, $f(x)$ se lee como "la función f de x ". Esto significa que x es lo que introducimos en la máquina f . Las reglas de la máquina se definen explícitamente, indicando cómo transformar esa x . Consideremos un ejemplo sencillo. Si nuestra función f tiene la regla de "duplicar la entrada y sumarle uno", podríamos escribirla así:

$$f(x) = 2x + 1$$

Aquí, f es el nombre de la función, x es la entrada, y $2x + 1$ son las instrucciones: multiplica x por 2 y luego añade 1.

Ahora, veamos cómo funciona con un valor concreto. Si queremos saber qué sale de la máquina cuando le damos el número 3, escribimos $f(3)$. Aplicando la regla de nuestra función, hacemos: $2 \times 3 + 1$. Primero multiplicamos: $6 + 1$. Y luego sumamos: 7. Por lo tanto, decimos que $f(3) = 7$. El número 3 es la entrada y el número 7 es la salida o valor de la función para esa entrada.

Las funciones son increíblemente versátiles y pueden describir una gran variedad de relaciones. Por ejemplo, la distancia recorrida por un objeto que se mueve a velocidad constante se puede expresar como una función: $d(t) = vt$, donde d es la distancia, t es el tiempo y v es la velocidad (que en este caso es constante y no cambia). Para un coche que viaja a 50 kilómetros por hora ($v = 50$), la distancia que recorre en t horas está dada por $d(t) = 50t$. Si queremos saber cuántos kilómetros habrá recorrido después de 2 horas, calculamos $d(2) = 50 \times 2 = 100$ kilómetros.

Entender las funciones es fundamental porque nos permiten modelar el mundo que nos rodea. Desde cómo cambia el precio de un producto en función de la demanda, hasta el crecimiento de una población o la trayectoria de un proyectil, las funciones son las herramientas matemáticas que describen y predicen estas dinámicas. Son, en esencia, **reglas de correspondencia** que nos ayudan a comprender la relación entre diferentes cantidades.



Figura 7. De cada entrada x sale una única salida $f(x)$.



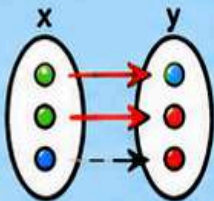
MATEMÁTICAS

¿CÓMO UNA FUNCIÓN

1

¿QUÉ ES UNA FUNCIÓN?

- Es una regla que asigna a cada valor de x un único y .
- Se escribe: $y = f(x)$



Una función relaciona
un valor de x con un único valor de y .

2

CÓMO FUNCIONA

- ✓ Tomas un valor de x .
- ✓ Aplicas la regla de la función.
- ✓ Obtienes el valor correspondiente de y .



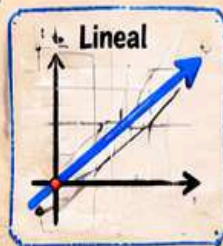
3

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

- La función se muestra en un plano cartesiano.
- Cada punto (x, y) cumple la regla.



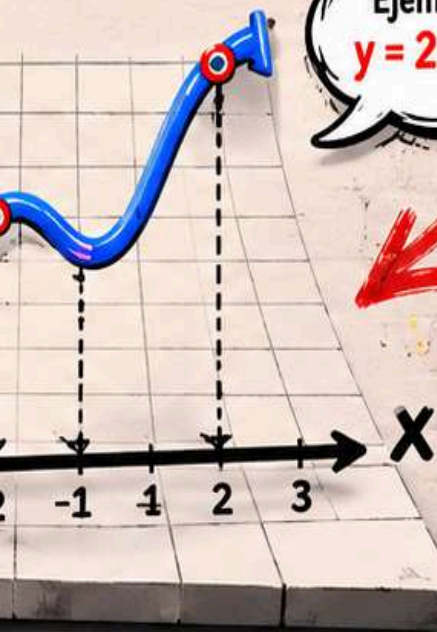
EJEMPLOS RÁPIDOS



¿FUNCIONA UNA FUNCIÓN?

Para cada entrada (x) hay una única salida (y).

Ejemplo:
 $y = 2x + 1$



4

CARACTERÍSTICAS CLAVE

- ✓ Dominio: valores posibles de x.
- ✓ Rango: valores que puede tomar y.
- ✓ Cada x tiene una única y.



5

TIPOS COMUNES

- Lineal: $y = mx + b$
- Cuadrática: $y = ax^2 + bx + c$
- Exponencial, logarítmica, racional, entre otras.



6

¿PARA QUÉ SIRVE?

- Modela situaciones de la vida real.
- Predice comportamientos.
- Toma decisiones con datos.



EN LA VIDA REAL



Precios
y costos



Temperatura
en el tiempo



Crecimiento
de población

RECUERDA:

- ✓ Una entrada (x) → una sola salida (y).
- ✓ Se expresa con reglas y gráficas.
- ✓ ¡Las funciones están en todas partes!





Explicado paso a paso



Modo Oscuro

¿Cómo funciona una función? (explicado por un experto en Matemáticas)

Una **función** es una regla que conecta dos cosas:

- un **conjunto de entradas** (por ejemplo, números) llamado *dominio*, y
- un **conjunto de salidas** llamado *codominio*.

Lo esencial es que **a cada entrada le corresponde exactamente una salida**. Esa es la definición matemática clave.

En el siguiente objeto interactivo, diseñado por José Luis Abreu León, Carlos Alberto Jaimes Vergara, Oscar Escamilla González, et. al. para el proyecto [Telesecundaria](#) de la UNAM de México, que tiene como objetivo reconocer la presencia de cantidades que varían una en función de la otra y representar la regla que modela esta variación mediante una tabla o una expresión algebraica.

Relaciones funcionales - El área de la imagen
Matemáticas
C

Arrastra el proyector alejándolo o acercándolo a la pantalla y observa cómo aumenta o disminuye el área de la imagen proyectada. Llena la tabla basándote en tus observaciones.

Distancia del proyector a la pantalla (m)	Ancho lado del cuadrado proyectado (m)
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	
3	

Verificar

Utiliza sólo tres decimales para llenar la tabla.

Para una mejor interacción se recomienda abrir el objeto interactivo en pantalla completa; para ello, se debe hacer clic en el botón zum de la esquina superior derecha.

¿Cómo funciona el cálculo diferencial?

Imagina que estás en un coche y quieres saber qué tan rápido se mueve en un instante preciso, no el promedio de todo tu viaje, sino la velocidad exacta en ese momento. El cálculo diferencial es la herramienta matemática que nos permite responder a esta pregunta. Se enfoca en estudiar el **cambio** y la **tasa de cambio instantánea** de las cosas. En lugar de ver un proceso completo, lo que hacemos es "acercarnos" infinitamente a un punto particular para observar cómo se comporta.



Figura 8. Así funciona el cálculo diferencial.

¿CÓMO FUNCIONA EL CÁLCULO DIFERENCIAL?

PROPÓSITO:
MATEMÁTICAS



LA HERRAMIENTA QUE DESCRIBE EL CAMBIO

💡 FUNCIONES CLAVE ⚙️ ADAPTACIONES 🏗️ ESTRUCTURA ✓✓ COMPORTAMIENTO ⭐ IMPORTANCIA 💎 CARACTERÍSTICAS ÚNICAS

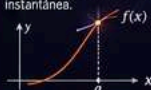
1 ¿QUÉ ES?

- Estudia cómo cambian las funciones.
- Calcula tasas de cambio instantáneas.



2 LA DERIVADA

- Mide la pendiente de la recta tangente.
- Representa la tasa de cambio instantánea.



3 REGLAS CLAVE

- Regla de la potencia
- Regla del producto
- Regla del cociente
- Regla de la cadena

$$\frac{d}{dx}(x^n) = n x^{n-1}$$

IDEA CENTRAL

Función
 $f(x)$

Derivada
 $f'(x)$

Tasa de cambio
instantánea

Convierte el cambio en información precisa.

La derivada $f'(a)$ es la pendiente de la recta tangente en $x = a$.

4 APLICACIONES

- Optimización de funciones.
- Física: velocidad, aceleración.
- Economía: costos y beneficios.
- Ingeniería y tecnología.



5 ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE?

- Permite modelar el mundo real.
- Toma de decisiones óptimas.
- Base del cálculo integral y de muchas ciencias.



Zoom: tasa de cambio instantánea.

EXPERTO

El cálculo diferencial nos ayuda a entender y predecir el cambio en cualquier sistema. ¡Es el lenguaje del movimiento!

Leibniz

DATOS RÁPIDOS



CREADO POR
Newton y Leibniz
s. XVII



SÍMBOLO CLAVE
 $f'(x)$ o $\frac{df}{dx}$



CONCEPTO CLAVE
Límite cuando
 $h \rightarrow 0$

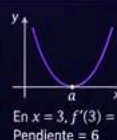


USO GLOBAL
En todas las ciencias e ingenierías

EJEMPLO RÁPIDO

$$f(x) = x^2$$

$$f'(x) = 2x$$



En $x = 3$, $f'(3) = 6$
Pendiente = 6

COMPARACIÓN VISUAL

FUNCIÓN ORIGINAL



DERIVADA



INTERPRETACIÓN

La derivada transforma la función en su tasa de cambio.

“El cálculo diferencial no solo resuelve problemas, revela cómo el mundo cambia.”

~ Matemáticas en acción



Figura 9. La herramienta que describe el cambio.

La idea central detrás del cálculo diferencial es el concepto de **límite**. Piénsalo como si quisieras averiguar la pendiente de una curva en un punto específico. Si tomas dos puntos muy, muy cercanos en la curva y calculas la pendiente entre ellos, obtendrás una aproximación. El truco del límite es hacer que esos dos puntos se acerquen tanto que prácticamente se fusionen en uno solo. Matemáticamente, esto se representa buscando el valor al que tiende una función cuando su variable se acerca a un valor particular.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Esta expresión, conocida como la **definición de la derivada**, es el corazón del cálculo diferencial. La parte superior, $f(x+h) - f(x)$, representa la diferencia en el valor de la función cuando cambiamos la entrada en una pequeña cantidad h . La parte inferior, h , es precisamente ese pequeño cambio en la entrada. Al dividir el cambio en la salida por el cambio en la entrada, obtenemos una tasa de cambio promedio. Sin embargo, al tomar el límite cuando h se acerca a cero, eliminamos la dependencia de ese pequeño intervalo y obtenemos la **tasa de cambio instantánea**, también conocida como la **derivada** de la función $f(x)$ en el punto x , y se denota como $f'(x)$ o $\frac{df}{dx}$.

¿Y para qué sirve esto? Las aplicaciones son vastas. En física, nos permite calcular la velocidad y la aceleración de un objeto en cualquier momento. En economía, ayuda a determinar las tasas marginales de costo y beneficio para optimizar ganancias. En ingeniería, es fundamental para diseñar sistemas dinámicos, modelar el crecimiento de poblaciones o analizar la propagación de enfermedades. Básicamente, cualquier fenómeno que involucre cambio puede ser analizado y comprendido en profundidad utilizando las herramientas del cálculo diferencial.

En resumen, el cálculo diferencial nos da el poder de descomponer el cambio continuo en sus componentes más pequeños, permitiéndonos entender el comportamiento de las funciones en un instante específico. Es como tener un microscopio para observar las fluctuaciones y tendencias, en lugar de solo ver el panorama general.

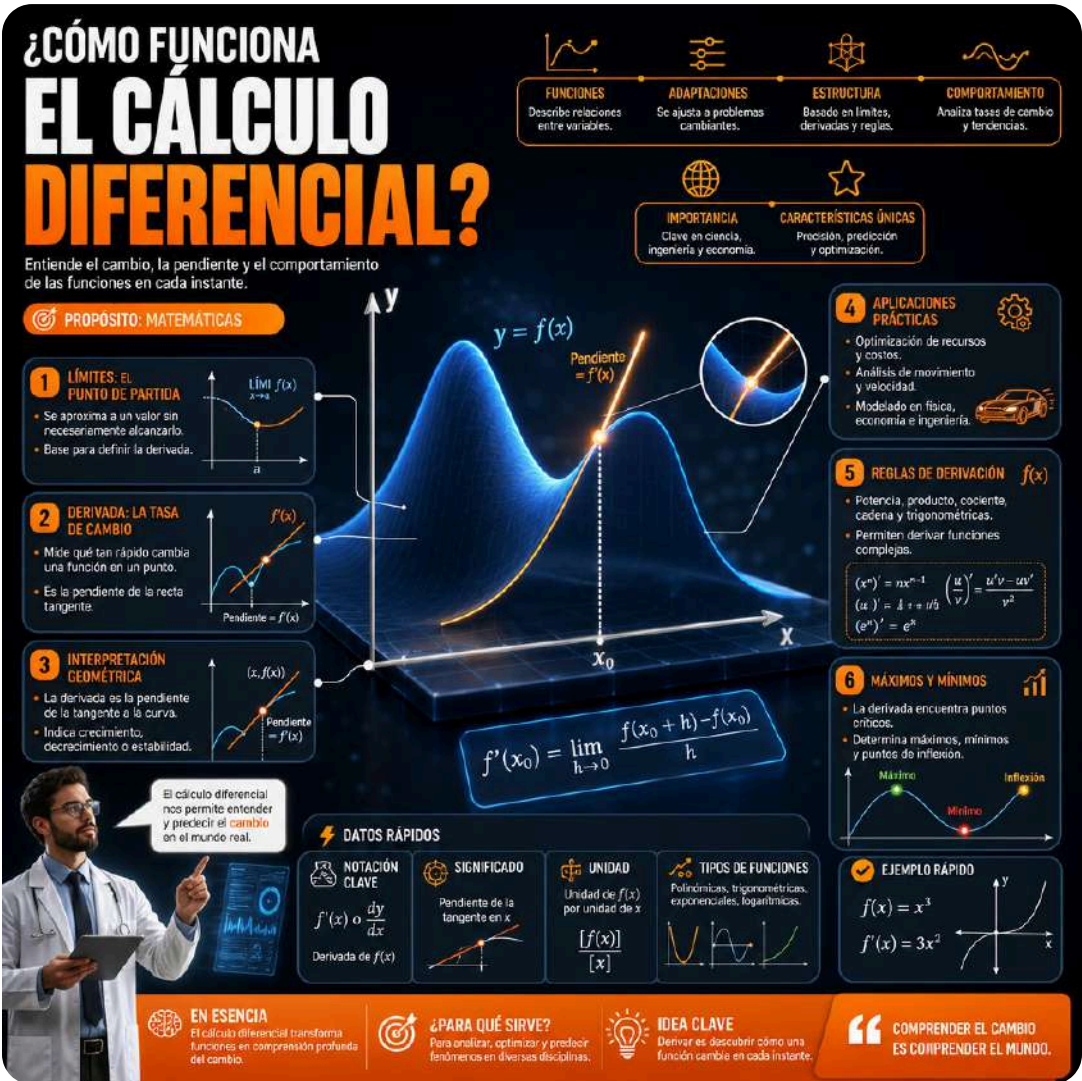


Figura 10. El cálculo diferencial transforma funciones en comprensión profunda del cambio.

PROPÓSITO:
MATEMÁTICAS

¿QUÉ ES?



¿CÓMO FU EL CÁLCULO

1 ¿QUÉ ES?

- Estudia cómo cambian las funciones.
- Calcula tasas de cambio instantáneas.
- Analiza pendientes, máximos, mínimos e inflexiones.



2 DERIVADA: EL CORAZÓN

- Mide la pendiente de la recta tangente.
- Indica la rapidez de cambio en un punto.
- Se define como un límite.

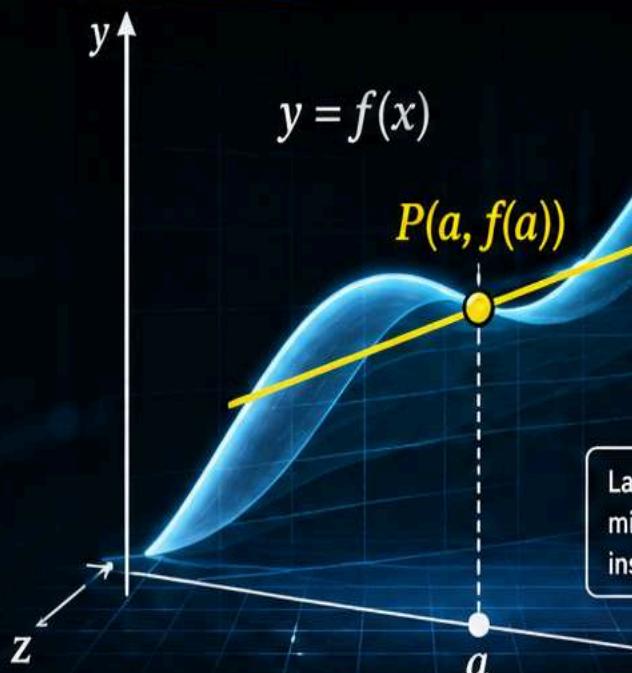


3 APLICACIONES CLAVE

- Física: velocidad, aceleración.
- Economía: costos, ingresos marginales.
- Ingeniería: optimización de recursos y diseño.



ESTUDIA EL CAMBIO • ANALIZA EL MO



La
mi
ins

EN RE



IDENTIFICAS
EL CAMBIO



CALCULAS
LA DERIVADA

DATOS RÁPIDOS



Símbolo:

$f'(x)$ ó $\frac{dy}{dx}$



Interpretación:

Tasa de cambio
instantánea



Conexión:

Base del cálculo
integral

EJEMPLO V

Función

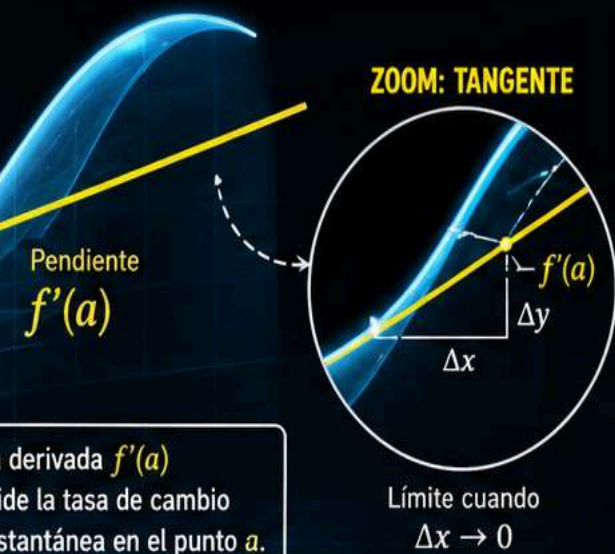


$f(x)$
Deriva
 $f'(x)$



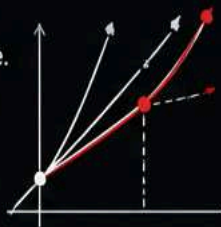
¿CÓMO FUNCIONA EL CÁLCULO DIFERENCIAL?

MOVIMIENTO • DESCRIBE EL MUNDO



4 CÓMO FUNCIONA

- Toma valores cercanos al punto.
- Calcula la pendiente de la secante.
- Al acercarse al punto, la secante se convierte en tangente.
- El límite de esas pendientes es la derivada.



5 REGLAS PODEROSAS

- Regla de la potencia.
- Regla del producto.
- Regla del cociente.
- Regla de la cadena.



6 ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE?

- Permite modelar el cambio en el mundo real.
- Es la base del cálculo integral y de muchas ciencias.
- Herramienta esencial para resolver problemas complejos.



SUMEN

ANALIZAS EL COMPORTAMIENTO

TOMAS MEJORES DECISIONES

VISUAL

$y = x^2$

ada

$= 2x$

Interpretación

Pendiente = $2x$

En $x = 3 \rightarrow 6$

Pendiente = 6

COMPARACIÓN RÁPIDA

Cálculo Diferencial

- Cambio instantáneo
- Pendientes, tasas
- Derivadas (f')



VS

Cálculo Integral

- Acumulación total
- Áreas, volúmenes
- Integrales ($\int$)



IDEAS QUE CAMBIARON EL MUNDO



Newton



Leibniz



Euler

Ellos desarrollaron las bases del cálculo diferencial.

Hoy impulsa la tecnología, la ciencia y la innovación.



Explicado paso a paso

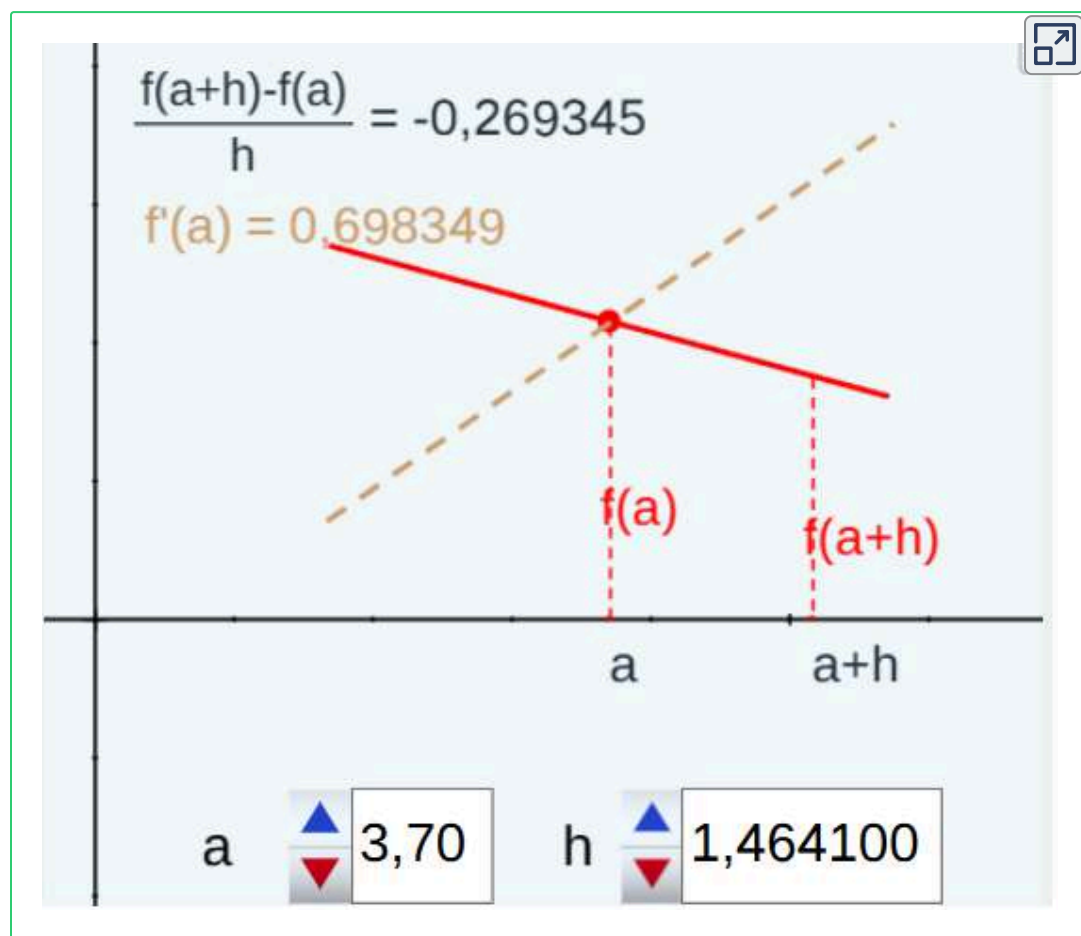
 Modo Oscuro

¿Cómo funciona el cálculo diferencial? (explicado por un experto en Matemáticas)

El **cálculo diferencial** estudia cómo **cambian** las cosas. Su objetivo central es medir **tasas de cambio** (por ejemplo, qué tan rápido cambia una velocidad) y además describir **pendientes** de curvas (cómo de “inclinada” es una gráfica en un punto).

Para lograrlo, el cálculo diferencial usa principalmente

En el siguiente objeto interactivo, diseñado por José R. Galo Sánchez y María José García Cebrian en el libro [Análisis matemático. Saberes básicos para Bachillerato LOMLOE](#) del proyecto iCartesiLibri, observa cómo varía el valor del cociente incremental $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.



Para una mejor interacción se recomienda abrir el objeto interactivo en pantalla completa; para ello, se debe hacer clic en el botón zum de la esquina superior derecha.

¿Cómo funciona una matriz?

Imagina una matriz como una **tabla organizada de números o símbolos**. Piensa en ella como un conjunto de filas horizontales y columnas verticales, donde cada elemento tiene una posición definida. Esta estructura nos permite representar y manipular datos de una manera muy eficiente, similar a cómo una cuadrícula nos ayuda a organizar objetos. Las matrices son herramientas fundamentales en muchas áreas, desde la ingeniería hasta la computación gráfica, porque simplifican problemas complejos al presentarlos en un formato estructurado.

¿CÓMO FUNCIONA UNA MATRIZ?

Organiza datos en filas y columnas para representar, transformar y resolver problemas.

Propósito: MATEMÁTICAS

1. ¿QUÉ ES UNA MATRIZ?

- Arreglo rectangular de números.
- Se organiza en filas y columnas.
- Se escribe entre corchetes [].

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

2. PARTES DE UNA MATRIZ.

- Filas: horizontales (i)
- Columnas: verticales (j)
- Elemento: a_{ij} en la fila i y columna j .

3. TIPOS DE MATRICES

- Fila: 1 fila, n columnas.
 $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 & 7 \end{bmatrix}$
- Columna: m filas, 1 columna.
 $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
- Cuadrada: $m = n$.
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
- Identidad: 1 en la diagonal.
 $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4. OPERACIONES BÁSICAS

- Suma: se suman elemento a elemento.
 $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]$
- Resta: se restan elemento a elemento.
 $A - B = [a_{ij} - b_{ij}]$
- Multiplicación: fila de A por columna de B.
 $C = A \cdot B$

5. TRANSFORMACIONES

- Transpuesta: filas por columnas.
 $A^T = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$
- Multiplicación por escalar: $k \cdot A$
 $kA = [k \cdot a_{ij}]$

6. ¿PARA QUÉ SIRVE?

- Resolver sistemas de ecuaciones.
- Modelar datos y fenómenos.
- Transformaciones geométricas.
- Tecnología, grafos, economía y más.

Las matrices son herramientas poderosas para representar y transformar información de forma eficiente.

DATOS RÁPIDOS

- Una matriz tiene m filas y n columnas.
- Se usa para almacenar y procesar datos.
- Base de la programación y la IA.

EJEMPLO VISUAL

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Fila 2 $\rightarrow$ $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$
Columna 3 $\rightarrow$ $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$

TIPOS EN MINIATURAS

Fila	Columna	Cuadrada	Identidad
$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

CLAVES ESENCIALES

- Orden ($m \times n$)
- Elemento a_{ij}
- Operaciones
- Aplicaciones reales

Figura 11. Así funciona una matriz.

¿CÓMO FUNCIONA UNA MATRIZ?

Organiza datos en filas y columnas para modelar y resolver problemas.

Estructura ordenada

Operaciones definidas

Transforma información

Herramienta clave en matemáticas

1 ¿QUÉ ES UNA MATRIZ?

- Arreglo rectangular de números o símbolos.
- Formada por m filas y n columnas.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

2 ESTRUCTURA

- Elementos: a_{ij}
- i = fila, j = columna
- Orden: $m \times n$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

3 TIPOS DE MATRICES

- Fila: $1 \times n$
- Columna: $m \times 1$
- Cuadrada: $n \times n$
- Identidad: 1 en diagonal, 0 en otros

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fila Columna Cuadrada Identidad



EJEMPLO DE MATRIZ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Columnas Filas

4 OPERACIONES BÁSICAS

- Suma: $C = A + B$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$$

- Resta: $C = A - B$

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

- Multipliación: $C = A \times B$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

5 ¿PARA QUÉ SIRVE?

- Resolver sistemas de ecuaciones.
- Modelar fenómenos reales.
- Usada en física, economía, informática y más.



6 APLICACIONES REALES



DATOS RÁPIDOS

- Orden de A : $m \times n$
- Elementos: $m \times n$
- Posición: a_{ij}
- Filas: horizontales
- Columnas: verticales

COMPATIBILIDAD

- Suma y resta: mismas dimensiones
- Multipliación: columnas de A = filas de B



IDENTIDAD

I_n : matriz identidad de orden n

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}$$

DETERMINANTE (2x2)

Para $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$\det(A) = ad - bc$$

- Si $\det(A) \neq 0 \rightarrow A$ es invertible



PROPÓSITO: MATEMÁTICAS

Comprender y aplicar matrices para organizar, transformar y analizar información.



IDEA CLAVE

Una matriz convierte datos en estructuras útiles para resolver problemas.



Figura 12. Organiza datos en filas y columnas para modelar y resolver problemas.

Lo fascinante de las matrices es cómo podemos realizar **operaciones matemáticas específicas con ellas**. La operación más básica es la **suma y resta de matrices**. Para poder sumar o restar dos matrices, estas deben tener **exactamente las mismas dimensiones**; es decir, el mismo número de filas y el mismo número de columnas. Si se cumplen estas condiciones, la suma o resta se realiza elemento por elemento. Si tenemos dos matrices A y B , ambas de dimensiones $m \times n$, su suma $C = A + B$ se calcula de la siguiente manera:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

donde c_{ij} , a_{ij} y b_{ij} representan los elementos en la fila i y columna j de las matrices C , A y B respectivamente.

Otra operación crucial es la **multiplicación de matrices**. A diferencia de la suma, las condiciones para multiplicar dos matrices son diferentes. Para multiplicar una matriz A de dimensiones $m \times n$ por una matriz B de dimensiones $p \times q$, el número de **columnas de la primera matriz (n) debe ser igual al número de filas de la segunda matriz (p)**. El resultado será una nueva matriz C con dimensiones $m \times q$. La multiplicación se realiza de una forma más compleja, donde cada elemento de la matriz resultante c_{ij} se obtiene sumando los productos de los elementos de la fila i de la primera matriz y los elementos de la columna j de la segunda matriz. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$$

Esta operación, aunque parece laboriosa, tiene aplicaciones directas en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y en transformaciones geométricas.

Las matrices también poseen propiedades intrínsecas que las hacen muy útiles. Por ejemplo, hablamos de la **matriz identidad**, denotada como I . Esta es una matriz cuadrada (mismo número de filas y columnas) donde todos los elementos de la diagonal principal son 1 y el resto son 0. Cuando multiplicas cualquier matriz A por la matriz identidad I (siempre que las dimensiones permitan la multiplicación), el resultado es la propia matriz A . Esto es análogo a multiplicar un número por 1 en la aritmética básica: $AI = IA = A$.



Figura 13. Así funciona una matriz.

Esta propiedad es similar a la del elemento neutro en la multiplicación.

Finalmente, existen conceptos como la **inversa de una matriz**, que solo aplican a matrices cuadradas y que no son singulares (su determinante no es cero). La inversa de una matriz A , denotada como A^{-1} , es aquella matriz que al multiplicarla por A (en cualquier orden) da como resultado la matriz identidad.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

La inversa es fundamental para resolver sistemas de ecuaciones lineales, ya que permite "deshacer" la operación de multiplicación por una matriz. Estas operaciones y propiedades hacen de las matrices un lenguaje poderoso para describir y resolver una vasta gama de problemas en ciencia y tecnología.

PROPÓSITO: MATEMÁTICAS



¿CÓMO F

UNA M

Organiza datos en filas y columnas
descubrir patrones y

1 ¿QUÉ ES?

- ▶ Arreglo rectangular de números.
- ▶ Se organiza en filas y columnas.
- ▶ Cada número se llama elemento.



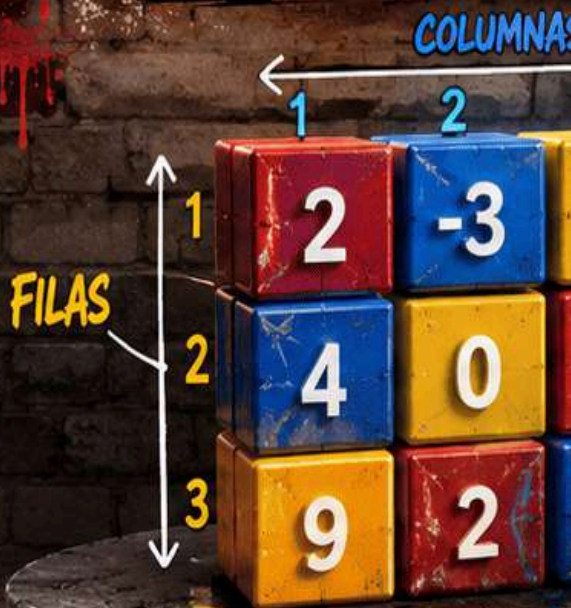
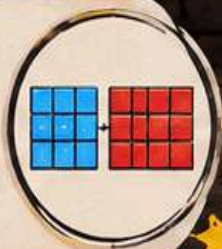
2 PARTES DE UNA MATRIZ

- ▶ Filas: horizontales.
- ▶ Columnas: verticales.
- ▶ Elemento: se identifica por su posición (i, j).



3 TIPOS COMUNES

- ▶ Fila: 1 fila.
- ▶ Columna: 1 columna.
- ▶ Cuadrada: mismo nº de filas y columnas.



Orden: 3 filas x 4 columnas
Se escribe: $A_{3 \times 4}$

APLICACIONES REALES



GRÁFICOS



REDES



IMÁGENES



IA Y DATOS

OPERACIONES VISUALES

$$A + B$$

$$A \times B$$

$$A^T$$

Transpuesta

¿FUNCIONA LA MATRIZ?

columnas para resolver problemas, modelar el mundo real.



Elemento
→ $a_2(3)$
= -1

Ejemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & -1 & 7 \\ 9 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

DATOS RÁPIDOS



Elementos
 $n = m \times n$



Posición
(i, j)



Se lee
"A de m por n"

TIPOS DE MATRICES

FILA

[1 2 3 4]

COLUMNA

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

CUADRADA

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

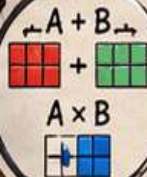
IDENTIDAD

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$



Una matriz es una **tabla** de números dispuestos en filas y **columnas**.

4 OPERACIONES BÁSICAS



- ▶ Suma y resta: elemento a elemento.
- ▶ Multiplicación por escalar.
- ▶ Multiplicación entre matrices.
- ▶ Transpuesta: filas ↔ columnas.

5 ¿PARA QUÉ SIRVE?



- ▶ Resolver sistemas de ecuaciones.
- ▶ Modelar datos y relaciones.
- ▶ Usada en ciencia, ingeniería, economía, IA y más.

6 PROPIEDADES CLAVE



- ▶ No conmutativa: $A \times B \neq B \times A$
- ▶ Tiene elemento neutro (I).
- ▶ Tiene inversa (si es cuadrada e invertible).



Explicado paso a paso

 Modo Oscuro

¿Cómo funciona una matriz? (explicado por un experto en Matemáticas)

Una **matriz** es una forma organizada de almacenar y manipular **muchos números** a la vez, en forma de una **tabla**. Se usa para representar cosas como: transformaciones (rotaciones/escala en geometría), sistemas de ecuaciones, datos y redes, y también para describir operaciones en

La siguiente unidad didáctica interactiva, diseñada por Juan Guillermo Rivera Berrío, en el [Proyecto Un 100](#) de la UNAM de México, permite reconocer los elementos y el tamaño de una matriz y realizar operaciones con matrices.

En el apartado **motivación**, para visualizar el video de Bill Shillito, se debe hacer clic en **Ver video en YouTube**.

Operaciones con matrices - Desarrollo Matemáticas

Suma de matrices

$A = \begin{bmatrix} -7 & -6 & -2 \\ 0 & -7 & 0 \\ -6 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 7 & 0 & 2 \\ -8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$S = A + B = \begin{bmatrix} -1 & -6 & -5 \\ 7 & -7 & 2 \\ -14 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

Otro ejercicio

S_3 es igual a la suma (término a término) de la tercera fila de A con la tercera fila de B.

$(-6) + (-8) \quad (-3) + (0) \quad (2) + (0)$

Motivación Inicio Desarrollo Cierre

Para una mejor interacción se recomienda abrir el objeto interactivo en pantalla completa; para ello, se debe hacer clic en el botón zum de la esquina superior derecha.

¿Cómo funciona la probabilidad?

Imagina que te enfrentas a una situación incierta, como lanzar una moneda al aire o predecir si lloverá mañana. La probabilidad es la rama de las matemáticas que nos ayuda a **cuantificar esa incertidumbre**. En esencia, nos permite asignar un número a la posibilidad de que ocurra un evento determinado. Este número, siempre estará entre 0 y 1, donde 0 significa que el evento es imposible y 1 indica que es completamente seguro que ocurrirá. Por ejemplo, la probabilidad de que una moneda caiga cara es $1/2$ o 0.5, lo que significa que hay una posibilidad equitativa de que salga cara o cruz.



Figura 14. Así funciona la probabilidad.

¿CÓMO FUNCIONA LA PROBABILIDAD?

La probabilidad mide qué tan posible es que ocurra un evento.



CUANTIFICA
La incertidumbre con números.



PREDICE
Resultados posibles de eventos.



GUÍA DECISIONES
Ayuda a elegir mejor con información.



SE BASA EN DATOS
Aprende y mejora con la experiencia.

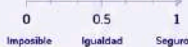


ESTÁ EN TODO
Desde juegos hasta ciencia y tecnología.

1 ¿QUÉ ES?



- Rama de las matemáticas.
- Mide la posibilidad de que ocurra un evento.
- Valores entre 0 y 1.



$$0 \leq P(E) \leq 1$$



3 CÁLCULO DE PROBABILIDAD



- Usa la fórmula clásica en casos equiprobables.
- Compara favorables con posibles.

Ejemplo: lanzar un dado

Favorable: sacar 3
(1 caso)

Posibles: 6 caras
(6 casos)

$$P(3) = \frac{1}{6} \approx 0.167$$

2 ELEMENTOS BÁSICOS



- Experimento: proceso que puede repetirse.
- Espacio muestral (S): conjunto de todos los resultados posibles.
- Evento (E): subconjunto de resultados de interés.

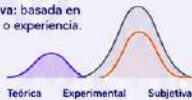


$$P(E) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$$

4 TIPOS DE PROBABILIDAD



- Teórica: basada en razonamiento.
- Experimental: basada en resultados reales.
- Subjetiva: basada en opinión o experiencia.



5 REGLAS FUNDAMENTALES



- $0 \leq P(E) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$ (evento imposible)
- $P(S) = 1$ (evento seguro)
- $P(E^c) = 1 - P(E)$ (complemento)

Mayor probabilidad =
Mayor posibilidad de ocurrencia.

6 ¿DÓNDE SE USA?



- Juegos de azar y apuestas.
- Pronóstico del clima.
- Medicina y diagnósticos.
- Finanzas y seguros.
- Inteligencia artificial.



DATOS RÁPIDOS



50%
Probabilidad de cara al lanzar una moneda.



1/6
Probabilidad de sacar un número específico en un dado.



52/52
Probabilidad de obtener una carta específica.



A MÁS DATOS
Mayor precisión en las predicciones.

EN RESUMEN

La probabilidad convierte la incertidumbre en números útiles para entender, predecir y tomar mejores decisiones.



Figura 15. La probabilidad mide qué tan posible es que suceda un evento.

La forma más básica de calcular la probabilidad de un evento es dividiendo el número de resultados favorables entre el número total de resultados posibles. Si queremos saber la probabilidad de sacar un 3 al lanzar un dado de seis caras, tenemos un resultado favorable (el número 3) y seis resultados posibles (los números del 1 al 6). Por lo tanto, la probabilidad se expresa como:

$$P(\text{sacar un 3}) = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de resultados posibles}} = \frac{1}{6}$$

Este principio fundamental se aplica a una vasta gama de situaciones, desde juegos de azar hasta predicciones científicas.

No siempre es tan sencillo como lanzar un dado. A veces, los eventos son más complejos y sus probabilidades se infieren a partir de datos o se calculan utilizando reglas más avanzadas. Por ejemplo, la probabilidad de que llueva mañana puede basarse en datos meteorológicos históricos y modelos complejos. En estos casos, hablamos de **probabilidad empírica** (basada en la frecuencia observada de un evento en experimentos pasados) o **probabilidad teórica** (calculada a partir de la comprensión de las leyes que gobiernan el fenómeno). A medida que los eventos se vuelven interdependientes, entran en juego conceptos como la **probabilidad condicional**, que nos dice la probabilidad de que ocurra un evento dado que otro evento ya ha sucedido.

Por ejemplo, si sabemos que hay una probabilidad alta de nubes por la mañana, la probabilidad de que llueva por la tarde podría ser mayor que si el cielo estuviera completamente despejado. Matemáticamente, la probabilidad condicional se expresa como:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Donde $P(A|B)$ es la probabilidad del evento A dado que el evento B ha ocurrido, y $P(A \cap B)$ es la probabilidad de que ambos eventos A y B ocurran. Comprender estas relaciones nos permite tomar decisiones más informadas en un mundo lleno de incertidumbre.

En resumen, la probabilidad es una herramienta poderosa que nos permite navegar por la aleatoriedad. Ya sea que estemos decidiendo si comprar un billete de lotería o analizando datos científicos, los principios de la probabilidad nos ofrecen un marco para entender y gestionar la incertidumbre, transformando lo impredecible en algo susceptible de análisis y predicción.



Figura 16. La escala de la probabilidad muy cercana a 1 significa muy probable.

1 ¿QUÉ ES PROBABILIDAD?

- Es la medida de la posibilidad de que ocurra un evento.
- Se expresa entre 0 y 1.
- 0 = imposible
- 1 = seguro
- 0.5 = igualmente probable



¿CÓMO?

LA PROB

La probabilidad es que ocurra

PROPÓSITO:

2 FÓRMULA BÁSICA

$$P(E) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

- P(E): probabilidad del evento E
- Debe cumplir: $0 \leq P(E) \leq 1$



Resultados posibles



Experimentos aleatorios



No eliminamos la incertidumbre, la medimos.

3 EJEMPLO: LANZAR UN DADO

- Espacio muestral: {1,2,3,4,5,6}
- Evento: obtener un número par {2,4,6}
- Casos favorables: 3
- Casos posibles: 6

$$P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$



⚡ DATOS RÁPIDOS



La probabilidad siempre está entre 0 y 1.



0 = imposible
1 = seguro



0.5 = evento con la misma posibilidad de ocurrir o no.

Imposible
 $P = 0$



Poco probable
 $0 < P < 0.5$



Igualmente probable

$P = 0.5$



¿FUNCIONA LA PROBABILIDAD?

¿Ayuda a predecir qué tan posible es que ocurra un evento.

MATEMÁTICAS



Cuantifica la incertidumbre



Toma de decisiones informadas



VISUAL

Poco probable
 $P = 0.5$



Muy probable
 $0.5 < P < 1$



Seguro
 $P = 1$



Clima



Salud



Finanzas



Deportes



Juegos

APLICACIONES REALES

4 TIPOS DE PROBABILIDAD

- Teórica: basada en cálculo.
- Experimental: basada en datos observados.
- Subjetiva: basada en creencias o juicios.



5 REGLAS IMPORTANTES

- La suma de probabilidades de todos los resultados es 1.

$$P(\Omega) = 1$$

- Probabilidad del complemento:

$$P(E^c) = 1 - P(E)$$



6 ¿PARA QUÉ SIRVE?

- Predecir resultados.
- Evaluar riesgos.
- Tomar mejores decisiones.
- Presente en ciencia, economía, juegos y vida diaria.





Explicado paso a paso

 Modo Oscuro

¿Cómo funciona una matriz? (explicado por un experto en Matemáticas)

Una **matriz** es una forma organizada de almacenar y manipular **muchos números** a la vez, en forma de una **tabla**. Se usa para representar cosas como: transformaciones (rotaciones/escala en geometría), sistemas de ecuaciones, datos y redes, y también para describir operaciones en

La siguiente unidad didáctica interactiva, diseñada por Diego Luis Feria Gómez, en el [Proyecto Pizarra Interactiva](#) del Proyecto Descartes, ofrece actividades que permitan al usuario acercarse al concepto de probabilidad.

Bloque IV - Probabilidad

Analiza en el siguiente fenómeno aleatorio la relación entre probabilidad, casos favorables y el número de casos posibles

Al girar la ruleta, ¿cuál es la probabilidad que se pare en el color magenta ?

$$\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{4}{8}$$

Girar

Introducción Exploración Ejercicios Evaluación

Para una mejor interacción se recomienda abrir el objeto interactivo en pantalla completa; para ello, se debe hacer clic en el botón zum de la esquina superior derecha.

¿Cómo funciona la estadística?

La estadística, en su esencia, es una herramienta matemática diseñada para **comprender y dar sentido al mundo a través de los datos**. Imagina que te encuentras ante una gran cantidad de información: números de ventas, resultados de encuestas, mediciones científicas, etc. Por sí solos, estos números pueden parecer caóticos y abrumadores. La estadística nos proporciona los métodos para **organizar, resumir, analizar e interpretar** estos datos de manera efectiva, permitiéndonos extraer conclusiones significativas y tomar decisiones informadas.



Figura 17. Así funciona la estadística.

¿CÓMO FUNCIONA LA ESTADÍSTICA?

PROPÓSITO:
MATEMÁTICAS

Transforma datos en información para entender, decidir y predecir.

Recolecta datos Organiza Analiza Interpreta Toma decisiones

1 ¿QUÉ ES?

- Ciencia que estudia datos para obtener información útil.
- Convierte datos en conocimiento para decidir mejor.



2 RECOLECCIÓN DE DATOS

- Se definen objetivos y variables.
- Se eligen métodos: encuestas, censos, experimentos, etc.
- Se obtienen datos confiables.



3 ORGANIZACIÓN DE DATOS

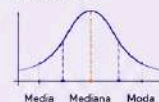
- Se ordenan y clasifican los datos.
- Se presentan en tablas y gráficas.
- Facilita su comprensión y análisis.



“La estadística da sentido a los datos y poder a tus decisiones.”

4 ANÁLISIS DE DATOS

- Se aplican técnicas estadísticas.
- Medidas de tendencia central y dispersión.
- Se usan herramientas y modelos.



5 INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

- Se encuentran patrones y relaciones.
- Se extraen conclusiones relevantes.
- Se evalúa la incertidumbre y el contexto.



6 TOMA DE DECISIONES

- Los resultados guían acciones efectivas.
- Permite prever escenarios futuros.
- Mejora procesos y resultados.



DATOS RÁPIDOS

TIPOS DE DATOS

- Cualitativos: categorías.
- Cuantitativos: números.



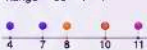
MEDIDAS CLAVE

- Media: promedio.
- Mediana: valor central.
- Moda: valor más frecuente.
- Rango: $\text{máx} - \text{mín}$.



EJEMPLO RÁPIDO

Datos: 4, 7, 8, 10, 11
Media = 8
Mediana = 8
Moda = no hay
Rango = $11 - 4 = 7$



GRÁFICAS COMUNES

- Barras
- Pastel
- Histograma
- Línea
- Dispersión



APLICACIONES

- Economía
- Salud
- Educación
- Marketing
- Ciencia



Convierte datos en información.

Entiende el presente.

Predice el futuro.

Toma decisiones inteligentes.

La estadística está en todas partes.

Figura 18. La estadística transforma datos en información para entender, predecir y decidir.

Uno de los pilares fundamentales de la estadística es la **descripción de datos**. Esto implica calcular medidas que nos den una idea general de las características principales de un conjunto de datos. Por ejemplo, la **media** (promedio) nos indica el valor central, mientras que la **mediana** representa el valor que divide los datos en dos mitades iguales. También utilizamos la **desviación estándar** para cuantificar la dispersión de los datos alrededor de la media, es decir, qué tan "esparcidos" están los valores. Estas medidas, como la media ($\bar{x}$) o la desviación estándar (σ), nos ayudan a visualizar la "forma" de nuestros datos sin necesidad de examinar cada número individualmente.

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Pero la estadística va más allá de simplemente describir lo que ya tenemos. Su verdadero poder reside en la **inferencia estadística**. Con ella, podemos tomar una muestra pequeña de una población grande y, basándonos en el análisis de esa muestra, hacer afirmaciones y predicciones sobre la población completa. Esto es crucial cuando estudiar a toda la población es impráctico o imposible. Por ejemplo, una empresa podría encuestar a un grupo de clientes para predecir la satisfacción general de todos sus clientes. Los **intervalos de confianza** y las **pruebas de hipótesis** son herramientas clave en la inferencia, permitiéndonos estimar valores poblacionales con un cierto grado de seguridad o determinar si una diferencia observada es estadísticamente significativa o simplemente debida al azar.

Hipótesis Nula: H_0

Hipótesis Alternativa: H_a

En la práctica, la estadística se manifiesta en innumerables aplicaciones. En la ciencia, se usa para validar teorías y experimentos. En la

economía, para predecir tendencias del mercado. En medicina, para evaluar la eficacia de tratamientos y medicamentos. Incluso en nuestro día a día, desde comprender las estadísticas deportivas hasta interpretar los resultados de encuestas políticas, la estadística está presente, ayudándonos a navegar por un mundo cada vez más saturado de información. **El objetivo final es transformar datos crudos en conocimiento útil y acciones concretas.**



Figura 19. Convierte datos en información útil para tomar decisiones.

1 RECOLECCIÓN

- Definir el objetivo.
- Diseñar la muestra.
- Recolectar datos confiables.



¿CÓMO F LA ESTA

Convierten datos en



2 ORGANIZACIÓN

- Clasificar los datos.
- Ordenar y codificar.
- Crear tablas de frecuencia.



Edad	Frecuencia
10-20	8
20-30	15
30-40	22
40-50	18
50-60	10



LA ESTADÍSTICA
TRANSFORMA DATOS
EN CONOCIMIENTO
PARA TOMAR MEJORES
DECISIONES.

DATOS
RÁPIDOS



MUESTRA
Representa a
una población.



95%
De decisiones
empresariales usan
análisis estadístico.

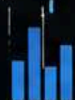


+70%
Más efectivas son las
empresas que usan
datos para decidir.

TIPOS DE ESTADÍSTICA

DESCRIPTIVA

Resume y describe
los datos.



¿FUNCIONA ESTADÍSTICA?

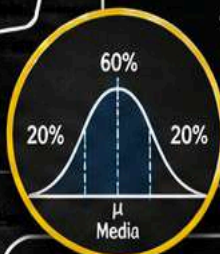
decisiones inteligentes



3 ANÁLISIS



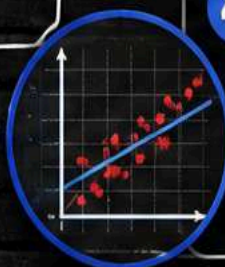
- Aplicar medidas descriptivas.
- Calcular promedio, mediana, moda, desviación.
- Detectar patrones y relaciones.



4 INTERPRETACIÓN



- Dar significado a los resultados.
- Responder preguntas clave.
- Extraer conclusiones útiles.



5 TOMA DE DECISIONES



- Usar los resultados para decidir.
- Evaluar riesgos y oportunidades.
- Mejorar procesos y estrategias.



6 EVALUACIÓN CONTINUA



- Revisar y validar resultados.
- Ajustar métodos si es necesario.
- Generar nuevo conocimiento.



ÉTICA

HERRAMIENTAS CLAVE

SE APLICA EN:

INFERENCIAL

Generaliza y predice
con base en muestras.



MEDIDAS
ESTADÍSTICAS



TABLAS Y
GRÁFICOS



MODELOS
MATEMÁTICOS



SOFTWARE
ESPECIALIZADO



SALUD



ECONOMÍA



EDUCACIÓN



DEPORTES



Explicado paso a paso



Modo Claro

¿Cómo funciona la estadística? (explicado por un experto en Matemáticas)

La **estadística** es el conjunto de métodos que usamos para **recolectar datos, organizarlos, resumirlos y sacar conclusiones** sobre un fenómeno, aun cuando esos datos tengan variabilidad (ruido), sean incompletos o provengan de muestras.

En términos simples: la estadística responde preguntas como:

- “¿Qué tan frecuente es algo?”

En la siguiente unidad didáctica interactiva, diseñada por José Ireno Fernández Rubio, María José García Cebrian y Consolación Ruiz Gil y tomado del libro [Estadística, probabilidad e inferencia](#) del Proyecto iCartesiLibri, se pueden realizar algunos ejercicios de tabulación.

↗

Alturas de 30 alumnos

Introduce la frecuencia correcta en cada cuadro y pulsa el botón Diagramas que aparece.

163 194 174 159 168 164 185 160 185

183 168 153 158 177 162 160 159 189

160 184 193 190 167 196 173 184 181

Solución no ▼

Tabla de Frecuencias

Variable	Recuento	Frecuencia
[150,160)		0
[160,170)		0
[170,180)		0
[180,190)		0
[190,200)		0
Total 0		

Inicio
ayuda

Para una mejor interacción se recomienda abrir el objeto interactivo en pantalla completa; para ello, se debe hacer clic en el botón zum de la esquina superior derecha.

¿Cómo funciona un algoritmo?

Imagina que quieres preparar tu bebida favorita siguiendo una receta. Esa receta, paso a paso, te indica qué ingredientes usar, en qué orden mezclarlos y cuánto tiempo dejarlos reposar. Un algoritmo es precisamente eso: **un conjunto de instrucciones precisas y ordenadas que, al seguirlas rigurosamente, nos permiten resolver un problema o completar una tarea específica.** En el mundo de las matemáticas y la computación, los algoritmos son la base para que las máquinas puedan realizar cálculos complejos, desde sumar números hasta procesar grandes cantidades de datos.



Figura 20. Así funciona un algoritmo.

¿Cómo funciona un algoritmo?

Funciones clave, estructura, comportamiento, adaptaciones e importancia única.



Figura 21. Los algoritmos son muy usados en el diseño de una IA.

Piensa en la resta. Cuando aprendemos a restar, seguimos un algoritmo mental o escrito. Por ejemplo, para restar $54 - 23$, el algoritmo nos dice: "Primero, resta las unidades: $4 - 3 = 1$. Luego, resta las decenas: $5 - 2 = 3$. El resultado es 31". Este proceso, aunque parezca obvio, es un algoritmo matemático. La belleza de los algoritmos es que son **universales y repetibles**. Si le das las mismas instrucciones a dos personas distintas, o a una computadora, obtendrán el mismo resultado, siempre y cuando las sigan correctamente.

En matemáticas, existen algoritmos para resolver desde ecuaciones sencillas hasta problemas de optimización muy complejos. Uno de los algoritmos más conocidos es el **algoritmo de Euclides**, que se utiliza para encontrar el máximo común divisor (MCD) de dos números enteros. Este algoritmo se basa en el principio de que el MCD de dos números no cambia si el número mayor se reemplaza por su diferencia con el número menor. Repitiendo este proceso, eventualmente llegamos al MCD. La secuencia de pasos podría ser:

1. Dados dos números enteros positivos, a y b , con $a \geq b$.
2. Si $b = 0$, entonces el MCD es a .
3. Si $b \neq 0$, reemplaza a por b y b por el resto de la división de a entre b , es decir, $a \pmod{b}$.
4. Repite el paso 2.

Este enfoque de descomponer un problema grande en pasos más pequeños y manejables es fundamental. Los algoritmos nos permiten no solo resolver problemas, sino también **analizar su eficiencia**. ¿Cuánto tiempo o cuántos pasos necesita un algoritmo para dar una solución? Esta es una pregunta crucial en la informática, y para ello se utilizan conceptos como la complejidad algorítmica, a menudo expresada

utilizando la **notación Big O** (por ejemplo, $O(n)$ o $O(n^2)$), que describe cómo el tiempo de ejecución o el uso de memoria de un algoritmo escala con el tamaño de la entrada.

La relación entre matemáticas y algoritmos es simbiótica. Las matemáticas proporcionan el lenguaje y las herramientas para describir y analizar algoritmos, mientras que los algoritmos ofrecen un camino práctico para implementar conceptos matemáticos y resolver problemas del mundo real. Desde la criptografía, que depende de algoritmos matemáticos complejos para asegurar la información, hasta la inteligencia artificial, que utiliza algoritmos de aprendizaje para tomar decisiones, la aplicación de estos conjuntos de instrucciones es omnipresente y fundamental para el progreso tecnológico.



Figura 22. Un algoritmo es una secuencia ordenada de pasos para resolver un problema.

PROPÓSITO: MATEMÁTICAS

¿CÓMO FUNCIONA UN ALGORITMO?

1 ¿QUÉ ES UN ALGORITMO?

- ▶ Conjunto finito de pasos.
- ▶ Ordenados y precisos.
- ▶ Resuelve problemas o alcanza objetivos.



Un algoritmo es un conjunto de pasos para resolver un problema.

2 COMPONENTES CLAVE

- ▶ Entrada: datos iniciales.
- ▶ Proceso: pasos ordenados.
- ▶ Salida: resultado final.
- ▶ Condiciones: decisiones.



3 ¿CÓMO TRABAJA?

- ▶ Recibe la entrada.
- ▶ Sigue los pasos en orden.
- ▶ Toma decisiones si es necesario.
- ▶ Genera la salida esperada.



PIO, PIO, PIO...
PASO A PASO,
¡ASÍ PIENSA
UN ALGORITMO!

TIPOS DE ALGORITMOS



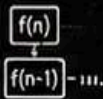
Secuenciales



Condicionales



Iterativos



Recursivos

EJEMPLO SIMPLE

1. Inicio
2. Leer número (n)
3. Si n es par → Mostrar "Par"
4. Si no → Mostrar "Impar"
5. Fin



¿FUNCIONA ALGORITMO?

Ordena ideas,
resuelve problemas
y crea soluciones
eficientes.

...un conjunto ordenado de pasos
para lograr un objetivo.

4 CARACTERÍSTICAS

- ▶ Finito: tiene un final.
- ▶ Definido: pasos claros.
- ▶ Eficiente: usa recursos adecuadamente.
- ▶ General: aplica a muchos casos.

5 EJEMPLOS REALES

- ▶ Buscar en Google.
- ▶ GPS: encontrar rutas.
- ▶ Recetas de cocina.
- ▶ Ordenar una lista.

6 ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE?

- ▶ Base de la programación.
- ▶ Automatiza tareas.
- ▶ Optimiza tiempo y recursos.
- ▶ Impulsa la tecnología y la IA.

COMPLEJIDAD

- ▶ Mide recursos usados: tiempo y memoria.
- ▶ Puede ser: $O(1)$, $O(n)$, $O(n \log n)$, $O(n^2)$...

DONDE SE USA



Tecnología



Ciencia



Negocios



Vida diaria

RECUERDA

Un buen algoritmo
es la clave para
resolver problemas
inteligentemente.



Explicado paso a paso



Modo Oscuro

¿Cómo funciona un algoritmo? (explicado por un experto en Matemáticas)

Desde un punto de vista matemático, un algoritmo no es más que una **secuencia finita y bien definida de instrucciones operativas** que, al ser ejecutadas en un orden específico, resuelven un problema o llevan a cabo un cálculo. Piensa en ello como una receta matemática, pero en lugar de ingredientes culinarios, utilizamos **datos** (números, símbolos, estructuras) y en lugar de pasos de cocina, empleamos **operaciones matemáticas** (suma, resta, comparación, transformación, etc.).

En la siguiente unidad didáctica interactiva, diseñada por Joel Espinosa Longi en el [Proyecto Un_100](#) de la UNAM de México, se pueden presentar algunos algoritmos de ordenamiento.



Para una mejor interacción se recomienda abrir el objeto interactivo en pantalla completa; para ello, se debe hacer clic en el botón zum de la esquina superior derecha.

¿Cómo funciona la criptografía?

La criptografía, el arte y la ciencia de la comunicación secreta, es un campo fascinante donde las matemáticas desempeñan un papel crucial. En su esencia, la criptografía utiliza algoritmos matemáticos complejos para transformar información legible, conocida como **texto plano**, en un formato ilegible, llamado **texto cifrado**. Este proceso de transformación se conoce como **cifrado**, y el proceso inverso, para recuperar el texto plano original, es el **descifrado**. La seguridad de estos sistemas depende de la **clave**, una pieza secreta de información que solo el emisor y el receptor autorizado poseen.

¿CÓMO FUNCIONA LA CRIPTOGRAFÍA?

Convierte información legible en mensajes secretos para proteger datos.

1

¿QUE ES LA CRIPTOGRAFÍA?

- Ciencia que protege la información.
- Usa matemáticas y algoritmos.
- Convierte datos en mensajes ilegibles.

2

PROCESO BÁSICO

- Se toma el mensaje original.
- Un algoritmo y una clave lo cifran.
- Solo con la clave correcta se puede descifrar.

3

TIPOS DE CRIPTOGRAFÍA

- Simétrica: misma clave para cifrar y descifrar.
- Asimétrica: clave pública y clave privada.
- Hash: genera huella única del mensaje.

4

ELEMENTOS CLAVE

- Algoritmo: método de cifrado.
- Clave: valor usado para cifrar y descifrar.
- Texto claro: mensaje original.
- Texto cifrado: mensaje protegido.

5

¿POR QUÉ ES IMPORTANTE?

- Protege datos personales, bancarios y comunicaciones.
- Garantiza privacidad e integridad.
- Es esencial en Internet, blockchain y más.

6

APLICACIONES REALES

- HTTPS y seguridad web.
- Mensajería cifrada.
- Firmas digitales.
- Criptomonedas.
- Almacenamiento seguro.

CONFIDENCIALIDAD

✓

INTEGRIDAD

✓

AUTENTICACIÓN

✓

NO REPUDIO

✓

SEGURIDAD

✓

CONFIANZA DIGITAL

✓

mensaje original

Hola, ¿cómo estás?

mensaje cifrado

Xg7k#L9@pQr!z4\$Ty

clave secreta

ALGORITMO DE CIFRADO

DATOS RÁPIDOS

- La clave es vital.
- Sin clave, es imposible descifrar.
- Un pequeño cambio altera todo el cifrado.

EJEMPLO DE CIFRADO (CÉSAR)

Mensaje: HOLA

Desplazamiento: 3

Resultado: KROD

Original:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cifrado:	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

HASH: HUELLA DIGITAL

Mensaje: Hola mundo

SHA-256: 64ec88ca00b268f...7dcd2c4b1076e3

COMPARA EN SEGUNDOS

Simétrica	Asimétrica	Hash
1 clave	2 claves	Sin clave
Rápida	Más lenta	Muy rápida
Ej: AES	Ej: RSA	Ej: SHA-256

EN RESUMEN

- ✓ Convierte información.
- ✓ Protege con claves.
- ✓ Usa algoritmos seguros.
- ✓ Garantiza confidencialidad.
- ✓ Es la base de la seguridad digital.

Figura 23. Así funciona la criptografía.

66

¿CÓMO FUNCIONA LA CRIPTOGRAFÍA?

Convierte información en código seguro para proteger datos y comunicaciones en el mundo digital.

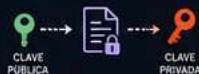
1 ENCRIPCIÓN

- El mensaje original (texto plano) se transforma en un código (texto cifrado).
- Solo quien tiene la clave puede descifrarlo.



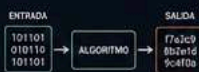
2 CLAVES

- Se usan claves públicas y privadas.
- La pública cifra, la privada descifra.



3 ALGORITMOS

- Conjuntos de reglas matemáticas.
- Ejemplos: AES, RSA, SHA-256, ECC.



$$c = m^e \text{ mod } n$$

$$m = c^d \text{ mod } n$$

$$h(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

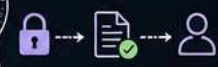
4 TRANSMISIÓN SEGURA

- El mensaje cifrado viaja por redes inseguras.
- Nadie puede leerlo ni modificarlo.



5 VERIFICACIÓN

- El receptor usa su clave privada para descifrar.
- Verifica que el mensaje sea auténtico e íntegro.



6 APLICACIONES

- Protección de datos, banca, mensajería, contraseñas, blockchain y más.



EN RESUMEN

La criptografía usa matemáticas para proteger la información, garantizando privacidad, confianza y seguridad digital.



PROPÓSITO MATEMÁTICAS

La base de la seguridad digital es la matemática aplicada.

DATOS RÁPIDOS

- Origen: Siglo IV a.C., con la escalera
- Clave simétrica: misma clave para cifrar y descifrar
- Clave asimétrica: par de claves pública y privada
- Seguridad: depende de la longitud de clave y algoritmo

COMPARATIVA DE CIFRADO

SIMÉTRICO

- Más rápido
- Usa una sola clave
- Ejemplo: AES

VS

ASIMÉTRICO

- Más seguro para intercambio de claves
- Usa par de claves
- Ejemplo: RSA

ALGORITMOS COMUNES

AES

Cifrado simétrico

RSA

Cifrado asimétrico

SHA-256

Función hash

ECC

Curvas elípticas

La criptografía no es magia, es matemática aplicada.

PROTEGE TUS DATOS

GENERA CONFIANZA

IMPULSA LA ECONOMÍA DIGITAL

INNOVA EL FUTURO

Figura 24. La criptografía convierte la información en código seguro.

Uno de los pilares fundamentales de la criptografía moderna son la aritmética modular y la teoría de números. La aritmética modular opera con los **restos** de las divisiones. Por ejemplo, en módulo 12 (como en un reloj), 13 es equivalente a 1, ya que 13 dividido por 12 tiene un resto de 1. Matemáticamente, esto se representa como:

$$a \equiv b \pmod{m}$$

Esto significa que a y b tienen el mismo resto cuando se dividen por m . Esta propiedad es vital para la creación de ciclos y patrones que ocultan la información original, haciendo que el descifrado sin la clave correcta sea extremadamente difícil.

Los algoritmos de cifrado simétrico, donde la misma clave se utiliza tanto para cifrar como para descifrar, a menudo se basan en operaciones matemáticas como la **sustitución** (reemplazar caracteres por otros) y la **permutación** (reordenar caracteres). Un ejemplo sencillo podría ser un cifrado César, donde cada letra se desplaza un número fijo de posiciones en el alfabeto. Si la clave es 3, la A se convierte en D , la B en E , y así sucesivamente. La fórmula para esto sería:

$$c = (p + k) \pmod{26}$$

donde p es la posición de la letra en el texto plano, c es la posición en el texto cifrado, y k es la clave (el desplazamiento).

Los sistemas de cifrado asimétrico, también conocidos como criptografía de clave pública, son aún más sofisticados y se apoyan en problemas matemáticos que son fáciles de realizar en una dirección pero extremadamente difíciles de revertir. El ejemplo más conocido es el algoritmo RSA. Este sistema utiliza un par de claves: una **clave pública** que se puede compartir libremente para cifrar mensajes, y una

clave privada que debe mantenerse en secreto y se utiliza para descifrar los mensajes. La seguridad de RSA se basa en la dificultad computacional de factorizar números grandes en sus factores primos. Si tenemos un número muy grande N que es el producto de dos números primos grandes p y q , es fácil calcular $N = p \times q$, pero es computacionalmente inviable encontrar p y q si solo se conoce N .

$$N = p \times q$$

Además, la teoría de campos finitos y la criptografía elíptica son áreas de investigación avanzadas que utilizan estructuras matemáticas más complejas para lograr niveles de seguridad aún mayores con claves más cortas, lo que es esencial para la eficiencia en dispositivos con recursos limitados. La matemática no solo protege nuestra información digital, sino que también impulsa la innovación en la forma en que nos comunicamos de manera segura en el mundo moderno.



Figura 25. La criptografía transforma datos en secretos.

1 ¿QUÉ ES?

- Técnica para proteger la información.
- Convierte datos legibles en datos ilegibles.
- Solo el destinatario autorizado puede descifrarlos.



¿CÓMO FUNCIONA LA CRIPTOGRAFÍA?

Convierte información en
Solo quien tiene la clave

2 ¿CÓMO FUNCIONA?



Protege la
confidencialidad



Verifica la
autenticidad

5 EJEMPLO RÁPIDO

- Mensaje: HOLA
- Clave: 3
- Cifrado (César): KROD
- Descifrado con clave 3: HOLA



“ La criptografía no es solo ocultar datos, e generar confianza.”

⚡ DATOS RÁPIDOS



La criptografía existe desde la antigüedad.



Usa matemáticas avanzadas y teoría de números.



Un buen algoritmo resiste ataques y manipulaciones.



La computación cuántica impulsa nuevas técnicas y desafíos.

Original



EJEMPLO

¿CÓMO FUNCIONA CRIPTOGRAFÍA?

código para protegerla.
correcta puede leerla.

MATEMÁTICAS



Usa claves
secretas o públicas



Asegura la integridad
de los datos

EJEMPLO VISUAL

Cifrado



Descifrado



HOLA



AES



RSA



SHA-256



ECC

3 TIPOS DE CRIPTOGRAFÍA

- Simétrica: usa la misma clave para cifrar y descifrar.
- Asimétrica: usa un par de claves (pública y privada).
- Hash: convierte datos en una cadena fija e irreversible.



Simétrica



Asimétrica



Hash

4 USOS PRINCIPALES



Mensajería segura



Transacciones bancarias



Navegación web (HTTPS)



Almacenamiento en la nube



Criptomonedas y blockchain

6 ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE?

- Impide que terceros lean tu información.
- Garantiza privacidad, seguridad y confianza digital.
- Es la base de la seguridad en internet.





Explicado paso a paso



Modo Oscuro

¿Cómo funciona la criptografía? (explicado por un experto en Matemáticas)

La criptografía, en su esencia más pura, es el arte y la ciencia de la comunicación segura en presencia de terceros maliciosos. Desde los jeroglíficos cifrados del antiguo Egipto hasta los complejos algoritmos que protegen nuestras transacciones en línea, la criptografía ha sido una fuerza impulsora en la

En el siguiente objeto interactivo, diseñado por [Aswad AliO](#) se pueden codificar y decodificar mensajes (ver en pantalla completa).



The image shows a screenshot of a web-based cryptography tool. The interface has a dark green background with bright green text. At the top, the word "CRYPTOGRAPHY" is displayed in a large, bold, sans-serif font. Below it, the text "CRYPTOGRAPHY ALGORITHMS" is shown in a slightly smaller font. The main section is titled "ENTER DATA TO ENCRYPT OR DECRYPT:" followed by a large black rectangular input field with a green greater-than sign (>) on the left. Below this, the text "ENTER SHIFT VALUE:" is followed by another large black rectangular input field with a green greater-than sign (>) on the left. Further down, the text "SELECT AN ALGORITHM:" is followed by a dropdown menu showing "Caeser Algorithm" with a small downward arrow. At the bottom, there are two black rectangular buttons with green text: "Encrypt" on the left and "Decrypt" on the right. A small icon in the top right corner of the interface shows a square with an upward-pointing arrow.



