Vectores y rectas en el plano

(Libro de ejercicios)

Miguel Ángel Cabezón Ochoa

RED educativa digital Descartes

iCartesiLibri

Vectores y rectas en el plano
(Libro de ejercicios)

Miguel Angel Cabezón Ochoa
Red Educativa Digital Descartes

Fondo Editorial RED Descartes

Córdoba (España)
2022

VECTORES Y RECTAS EN EL PLANO (Libro de ejercicios)
Autor: MIGUEL ANGEL CABEZÓN OCHOA

Diseño del libro: Juan Guillermo Rivera Berrío
Código JavaScript para el libro: Joel Espinosa Longi, IMATE, UNAM.
Recursos interactivos: DescartesJS
Fuentes: Lato y UbuntuMono
Fórmulas matemáticas: $\KaTeX$
Núcleo del libro interactivo: julio 2022

Red Educativa Digital Descartes
Córdoba (España)
descartes@proyectodescartes.org
https://proyectodescartes.org

Proyecto iCartesiLibri
https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/index.htm

ISBN: 978-84-18834-26-4

Tabla de contenido

Prefacio

Este libro de ejercicios nace dentro del curso de "Edición de libros interactivos" de RED Descartes. Son escenas de Descartes colocadas en este modelo de libro.

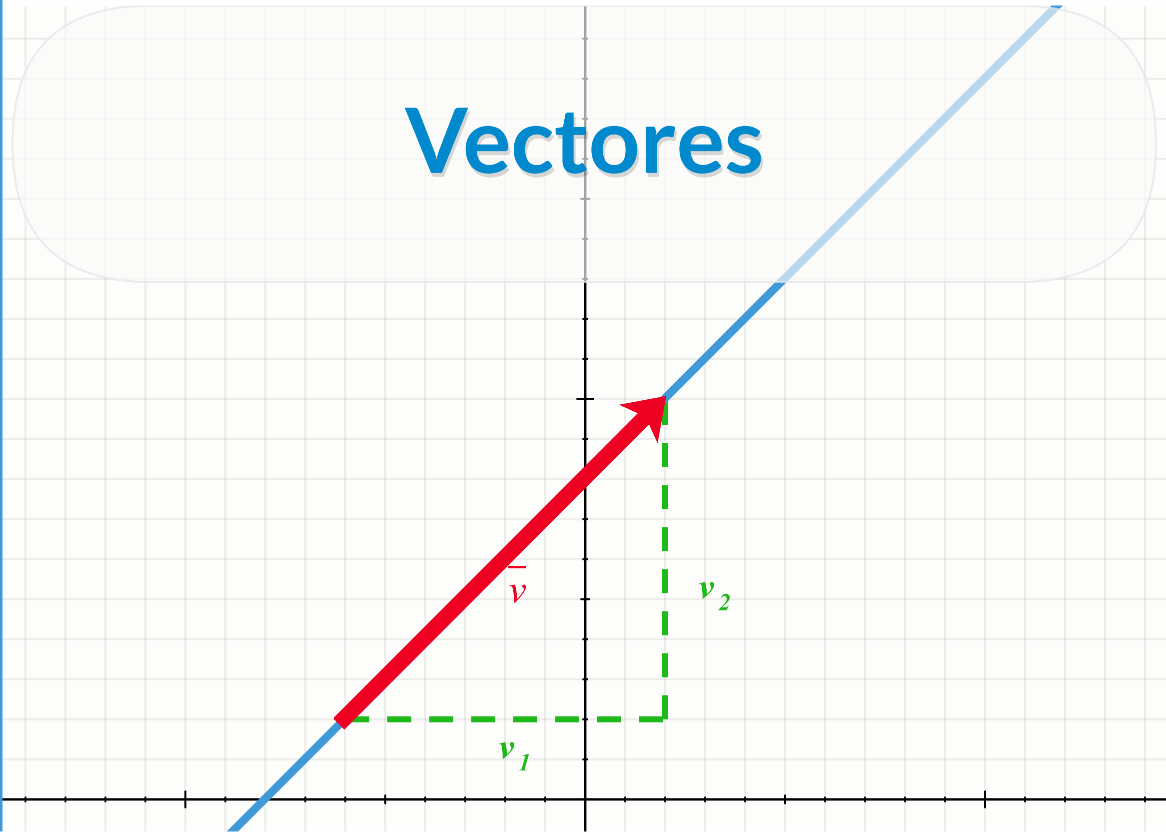
El tema vectores y rectas es el inicio de los alumnos en la geometría analítica. Se verán los vectores de forma intuitiva, obteniendo la base para poder estudiarlos más profundamente en cursos venideros. Se verán las distintas formas de la recta y el paso de una a otra.

Aprenderás:

- A reconocer y calcular los elementos y coordenadas de un vector.
- A realizar operaciones con vectores de forma gráfica y analítica
- A reconocer y calcular las distintas expresiones de la ecuación de una recta
- A calcular rectas paralelas y perpendiculares a una dada
- A reconocer si dos rectas son secantes, paralelas o coincidentes

Capítulo I

Vectores

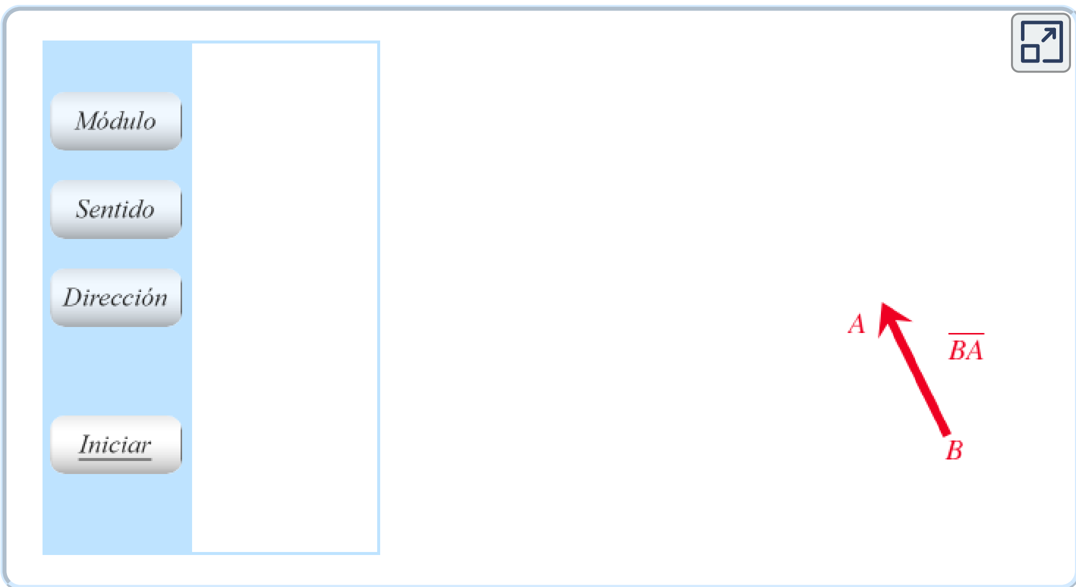


1.1 Definición. Elementos de un vector

Un **vector** es un segmento orientado determinado por dos puntos A y B y el orden de estos. El primero de los puntos se llama origen y el segundo extremo, se escribe $\overrightarrow{AB}$.

- **Módulo:** es la longitud del segmento
- **Dirección:** es la recta que contiene al vector ó cualquiera de sus paralelas
- **Sentido:** la orientación del segmento, del origen al extremo.

Pulsa los botones de la siguiente escena para ver los elementos anteriores



1.2 Coordenadas de un vector

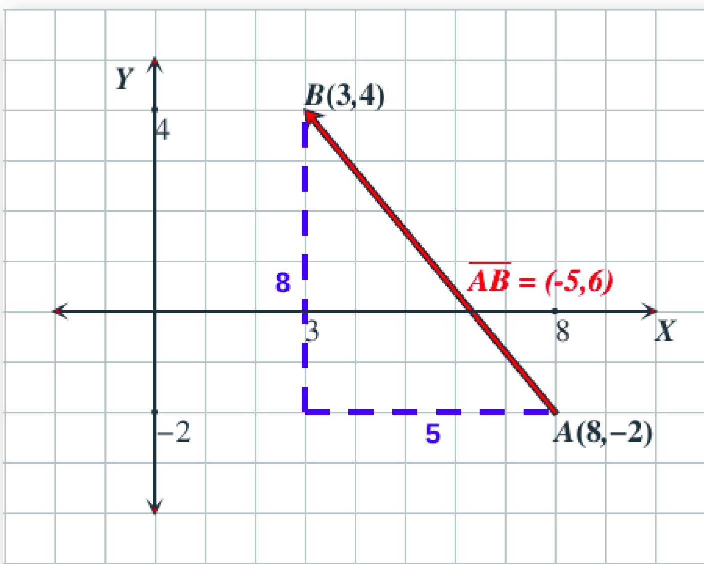
Las **coordenadas** de un vector $\overrightarrow{AB}$: son las coordenadas del **extremo** $B(b_1, b_2)$ menos las coordenadas del **origen** $A(a_1, a_2)$.

$$\overrightarrow{AB} = (b_1, b_2) - (a_1, a_2) = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

Ejemplo

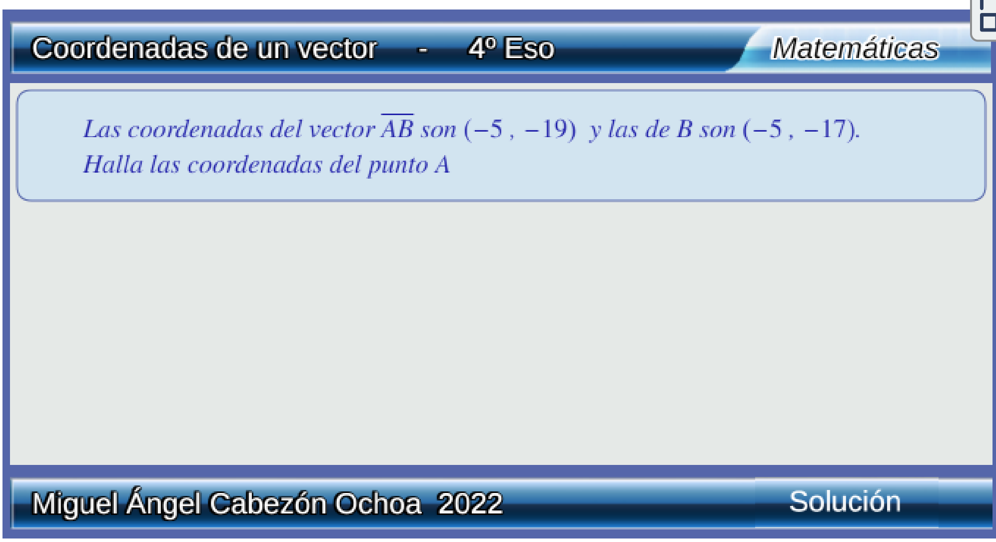
1. *Halla las coordenadas del vector* $\overrightarrow{AB}$, *cuyo origen es* $A(8, -2)$ *y cuyo extremo es* $B(3, 4)$

$$\overrightarrow{AB} = (3, 4) - (8, -2) = (-5, 6)$$



Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



1.3 Módulo de un vector

El **módulo** de un vector es la **distancia** entre los puntos **A** y **B**.
Si las coordenadas de un vector $\vec{v}$ son (v_1, v_2), entonces el módulo de $\vec{v}$ es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

Ejemplo

1. *Halla el módulo del vector* $\vec{v} = (8, 6)$

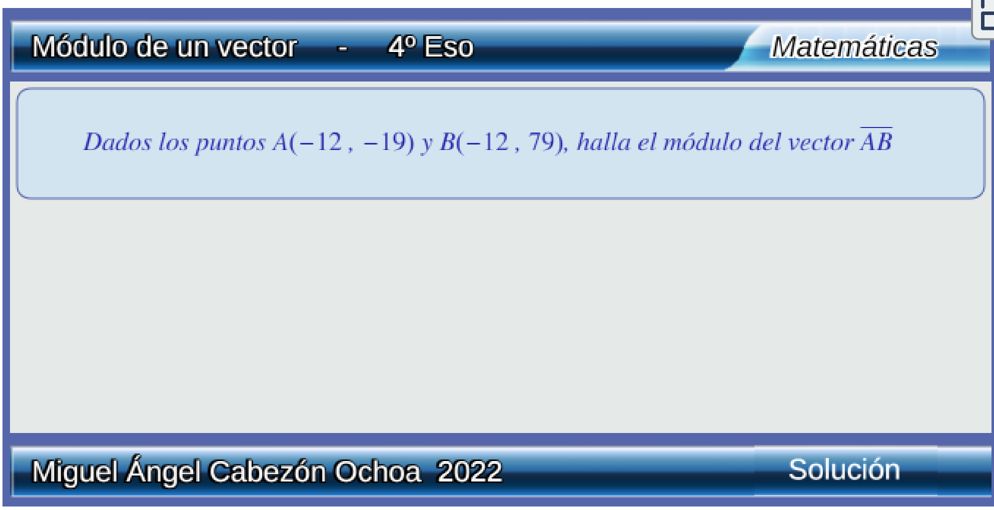
   $|\vec{v}| = \sqrt{(8)^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$

2. *Halla el módulo del vector* $\overrightarrow{AB}$, *cuyo origen es* $A(7, 4)$ *y cuyo extremo es* $B(-5, 9)$

   Primero buscamos las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$*:*
   $\overrightarrow{AB} = (-5, 9) - (7, 4) = (-12, 5)$
   El módulo del vector $\overrightarrow{AB}$ *es:*
   $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



1.4 Vectores paralelos

Los vectores $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son **paralelos** (tienen la misma dirección), cuando sus coordenadas son proporcionales

$$\frac{u_1}{v_1} = \frac{u_2}{v_2}$$

Ejemplo

1. *Los vectores* $\vec{u} = (6, 14)$ *y* $\vec{v} = (3, 7)$ *¿son paralelos?*

   Si $\longrightarrow \quad \dfrac{6}{3} = \dfrac{14}{7}$

2. *Los vectores* $\vec{u} = (6, 14)$ *y* $\vec{v} = (2, 7)$ *¿son paralelos?*

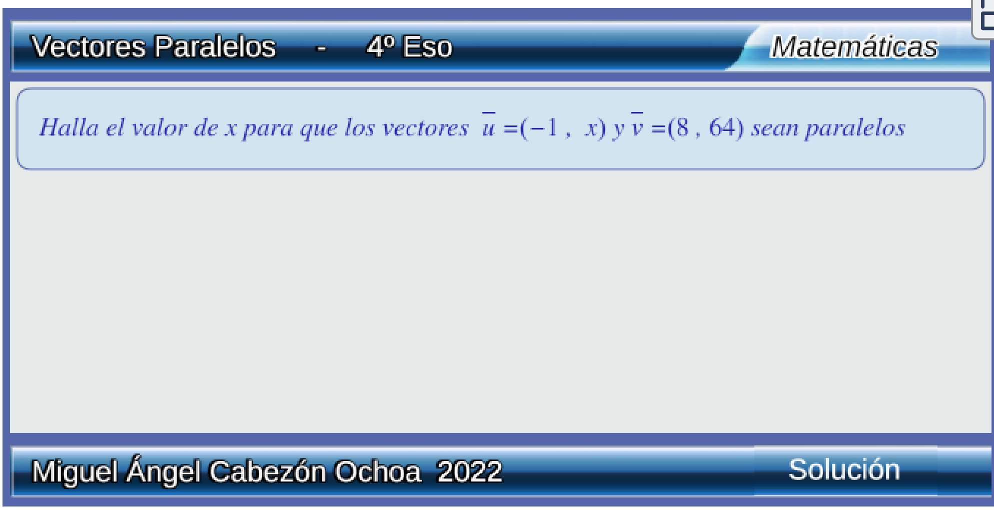
   No $\longrightarrow \quad \dfrac{6}{2} = \dfrac{14}{5}$

3. *Encuentra un vector paralelo al vector* $\vec{u} = (3, 4)$ *cuyo módulo sea 15*

   Un vector paralelo a $\vec{u}$ *es* $\vec{v} = k \cdot \vec{u} = (3k, 4k)$
   $|\vec{v}| = \sqrt{9k^2 + 16k^2} = \sqrt{25k^2} = 5k = 15 \longrightarrow k = 3$
   $\vec{v} = 3 \cdot (3, 4) = (9, 12)$. *Para k=-3 se obtiene otro vector paralelo a* $\vec{u} \longrightarrow \vec{v} = -3 \cdot (3, 4) = (-9, -12)$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



1.5 Vectores perpendiculares

Los vectores $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son **perpendiculares** (sus direcciones se cortan formando ángulo recto), cuando sus coordenadas cumplen: $u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 = 0$

Ejemplo

1. *Los vectores* $\vec{u} = (6, 4)$ *y* $\vec{v} = (-2, 3)$ *¿son perpendiculares?*

   Si $\longrightarrow\ 6 \cdot (-2) + 3 \cdot 4 = 0$

2. *Los vectores* $\vec{u} = (6, 4)$ *y* $\vec{v} = (2, 1)$ *¿son perpendiculares?*

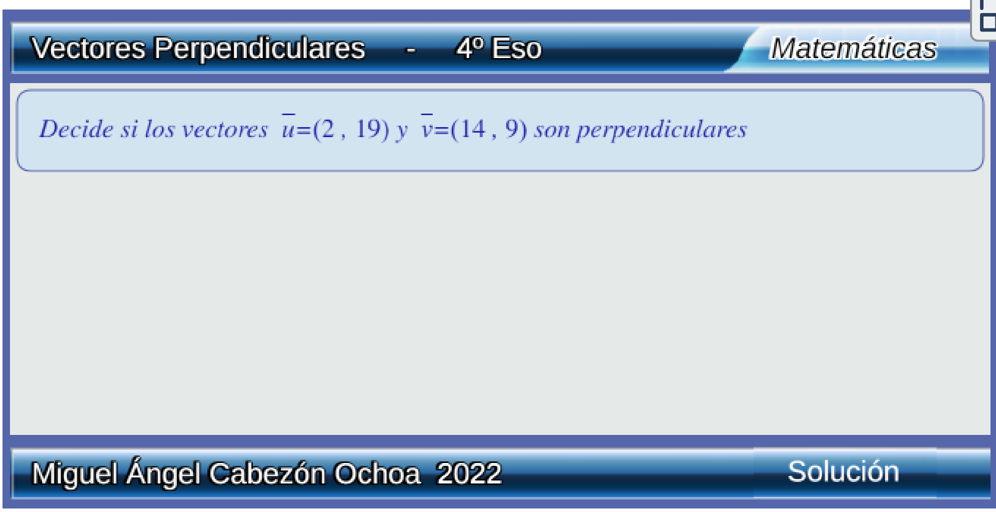
   No $\longrightarrow 6 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 12 + 4 = 16 = 0$

3. *Encuentra un vector perpendicular al vector* $\vec{u} = (3, 4)$ *cuyo módulo sea 15*

   Un vector perpendicular a $\vec{u}$ *es* $\vec{v} = (-4k, 3k)$
   $|\vec{v}| = \sqrt{16k^2 + 9k^2} = \sqrt{25k^2} = 5k = 15 \longrightarrow k = 3$
   $\vec{v} = 3 \cdot (-4, 3) = (-12, 9)$. *Para k=-3 se obtiene otro vector paralelo a* $\vec{u} \longrightarrow \vec{v} = -3 \cdot (-4, 3) = (12, -9)$

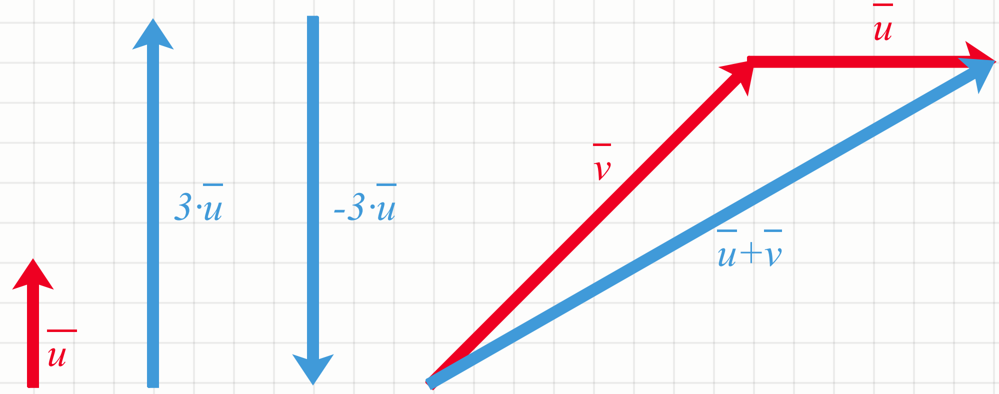
Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



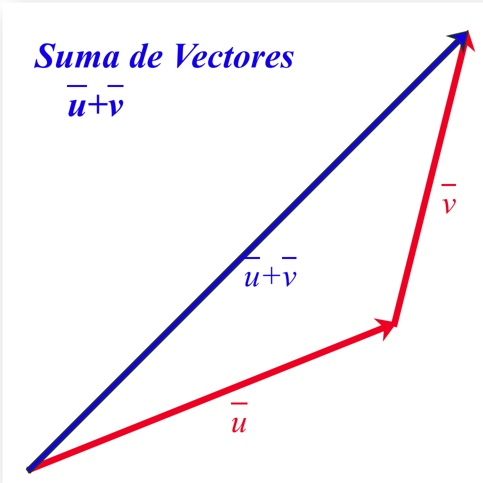
Capítulo II

Operaciones con vectores

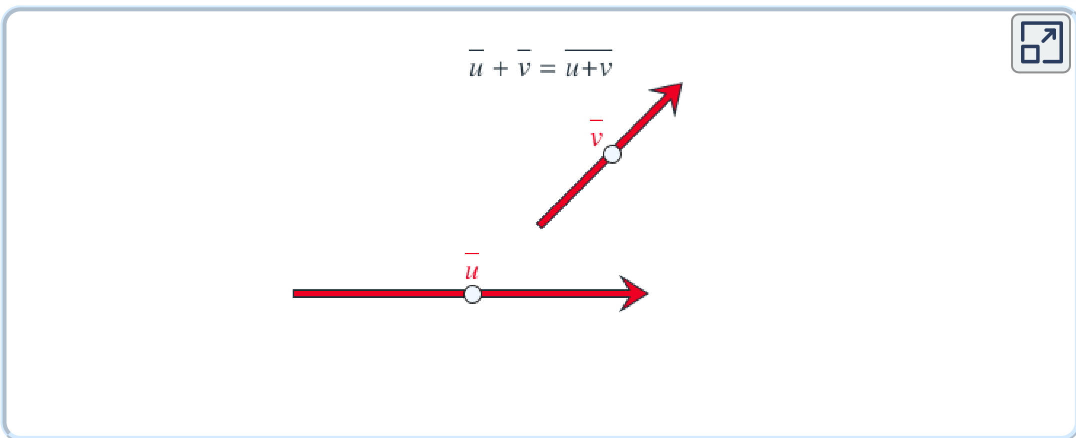


2.1 Suma de vectores

Para **sumar** dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ gráficamente se dibujan de forma que el extremo de $\vec{u}$ coincida con el origen de $\vec{v}$. El vector $\vec{u}+\vec{v}$ es el vector que resulta al unir el origen de $\vec{u}$ con el extremo de $\vec{v}$



Haz coincidir el origen de un vector con el extremo de otro para obtener su suma



Dados los vectores $\vec{u}(u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$. El **vector suma** es;

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

Ejemplo

1. *Calcula la suma de los vectores* $\vec{u} = (7, 8)$ *y* $\vec{v} = (-2, 3)$.

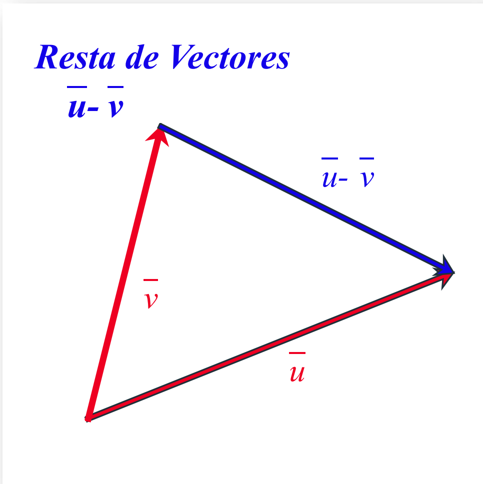
   $$\vec{u} + \vec{v} = (7, 8) + (-2, 3) = (7 - 2, 8 + 3) = (5, 11)$$

2. *Calcula la suma de los vectores* $\vec{u} = (3, 5)$, $\vec{v} = (-6, 7)$ *y* $\vec{w} = (9, -1)$.

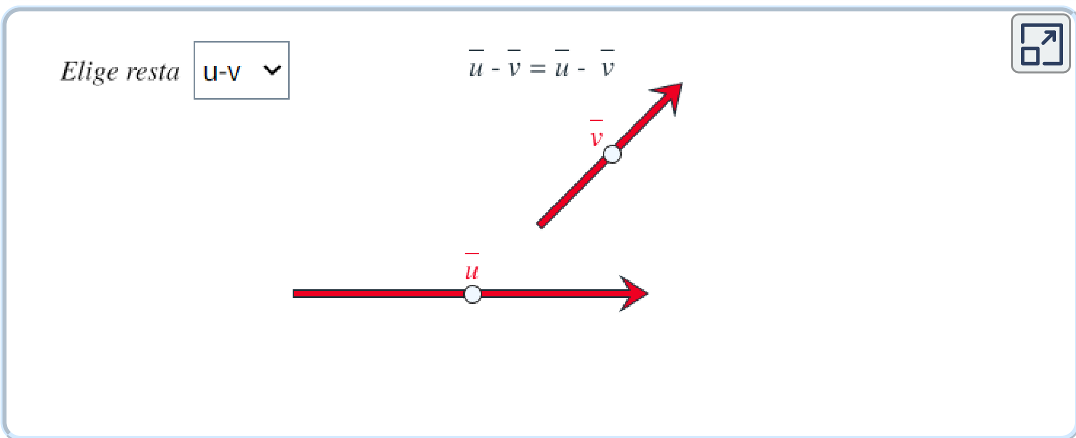
   $$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (3, 5) + (-6, 7) + (9, -1) =$$
   $$= (3 - 6 + 9, 5 + 7 - 1) = (6, 11)$$

2.2 Resta de vectores

Para **restar** dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ gráficamente se dibujan de forma que sus orígenes coincidan. El vector $\vec{u} - \vec{v}$ es el vector que resulta al unir el extremo de $\vec{v}$ con el extremo de $\vec{u}$



Haz coincidir los orígenes y luego une el extremo del vector $\vec{u}$ con el extremo del vector $\vec{v}$ para obtener $\vec{u} - \vec{v}$



Dados los vectores $\vec{u}(u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$. El **vector resta** es;

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_1, u_2) - (v_1, v_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

Ejemplo

1. *Calcula la resta de los vectores* $\vec{u} = (7, 8)$ *y* $\vec{v} = (-2, 3)$.

   $\vec{u} - \vec{v} = (7, 8) - (-2, 3) = (7 + 2, 8 - 3) = (9, 5)$

2. *Dados los vectores* $\vec{u} = (1, 8)$, $\vec{v} = (-2, 7)$ *y* $\vec{w} = (-2, -3)$. *Calcula:* $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$

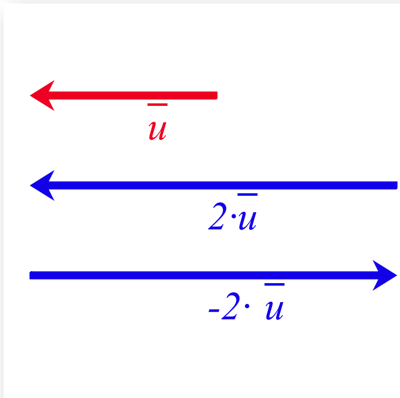
   $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = (1, 8) - (-2, 7) - (-2, -3) =$
   $= (1 + 2 + 2, 8 - 7 + 3) = (5, 4)$

3. *Dados los vectores* $\vec{u} = (4, 5)$, $\vec{v} = (-2, 1)$ *y* $\vec{w} = (-5, -3)$. *Calcula:* $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$

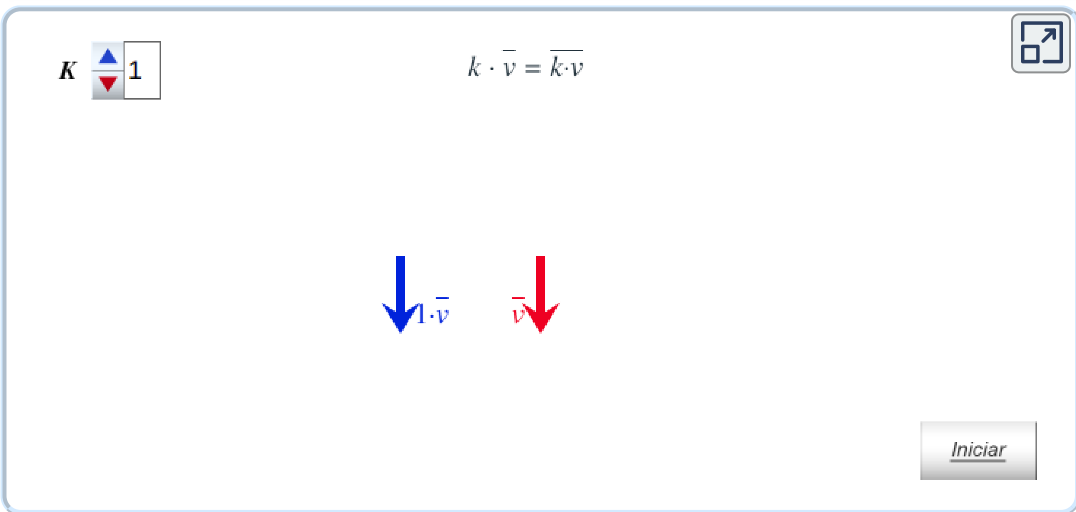
   $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} = (4, 5) + (-2, 1) - (-5, -3) =$
   $= (4 - 2 + 5, 5 + 1 + 3) = (7, 9)$

2.3 Multiplicación de un número por un vector

El resultado de la **multiplicación** de un número real **k** por un vector $\vec{u}$, es otro vector cuyo módulo es el producto de **k** por el módulo del vector y su **sentido** es el mismo si **k** positivo y contrario si **k** es negativo.



Cambia el valor de k para ver el producto $k \cdot \vec{v}$



Dado el vector $\vec{u}(u_1, u_2)$ y el número k. El **producto** $k\cdot\vec{u}$ es;

$$k\cdot\vec{u} = k\cdot(u_1, u_2) = (k\cdot u_1, k\cdot u_2)$$

Ejemplo

1. *Calcula el producto del vector* $\vec{u} = (3, -9)$ *por 7.*

   $7\cdot\vec{u} = 7\cdot(3, -9) = (21, -63)$

2. *Dado los vectores* $\vec{u} = (1, 4)$ *y* $\vec{v} = (3, -9)$*.*
   Calcula: $7\cdot\vec{u} + 2\cdot\vec{v}$

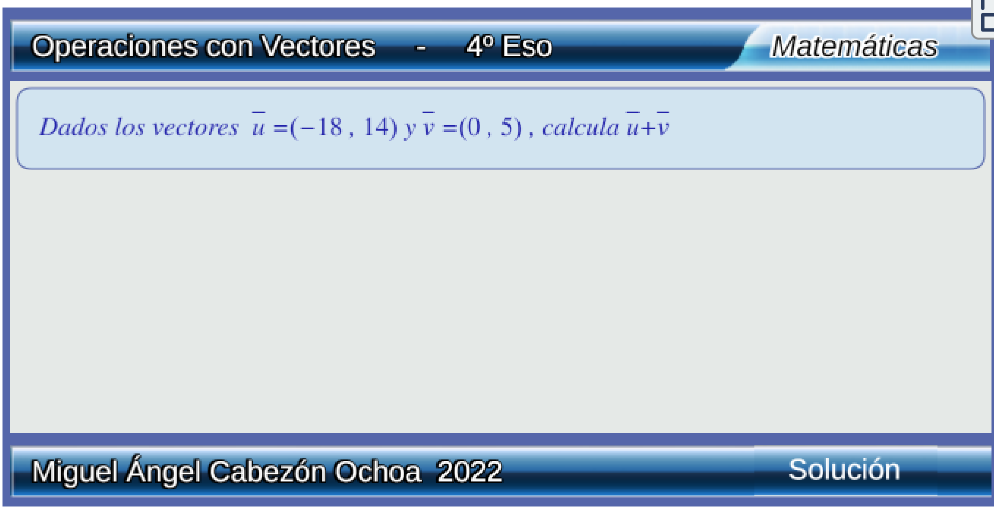
   $7\cdot\vec{u} + 2\cdot\vec{v} = 7\cdot(1, 4) + 2\cdot(3, -9) =$
   $(7, 28) + (6, -18) = (13, -10)$

3. *Dado el vector* $\vec{u} = (10, -4)$*, calcula el vector opuesto de* $\vec{u}$*.*

   El vector opuesto de $\vec{u}$ *es:*
   $-\vec{u} = -(10, -4) = (-10, 4)$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



Capítulo III

Ecuaciones de la recta

Punto pendiente

$y-a_2=m(x-a_1)$

Explícita

$y = mx+n$

Paramétrica

$$\begin{cases} x=a_1+t\cdot v_1 \\ y=a_2+t\cdot v_2 \end{cases}$$

Vectorial

$(x,y)=(a_1,a_2)+t\cdot(v_1,v_2)$

Continua

$$\frac{x-a_1}{v_1}=\frac{y-a_2}{v_2}$$

General

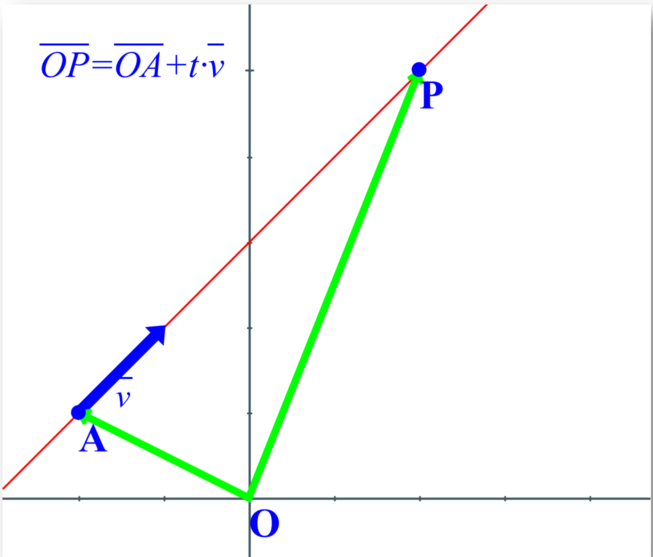
$Ax+By+C=0$

3.1 Ecuación vectorial

Una recta queda determinada conocido un punto y un vector de dirección de la misma.

Si A es un punto de la recta , $\vec{v}$ su vector de dirección y P un punto cualquiera . Se verifica:

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP} = \vec{AP} + t\cdot \vec{v}$$



La **ecuación vectorial de la recta** que pasa por el punto $A = (a_1, a_2)$ y tiene de vector de dirección $\vec{v} = (v_1, v_2)$ es:

$$(x, y) = (a_1, a_2) + t \cdot (v_1, v_2)$$

Ejemplo

1. *Calcula la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $A(3,5)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v} = (7,8)$.*

   $(x,y) = (3,5) + t \cdot (7,8)$

2. *Escribe algún punto de la recta cuya ecuación vectorial es: $(x,y) = (3,-8) + t \cdot (2,6)$.*

   Un punto de la recta es $(3,-8)$,para obtener más puntos basta dar valores a t:
   si $t = 1 \ (x,y) = (5,-2)$
   si $t = 2 \ (x,y) = (5,-2)$

3. *Comprueba si los puntos $A = (5,-4)$ y $B = (5,-7)$ pertenecen a la recta: $(x,y) = (-7,2) + t \cdot (6,-3)$*

   $(5,-4) = (-7,2) + t \cdot (6,-3) = (-7+6t, 2-3t) \Rightarrow$

   $\begin{cases} 5 = -7 + 6t & \rightarrow \ t = 2 \\ -4 = 2 - 3t & \rightarrow \ t = 2 \end{cases} \Rightarrow$ *la solución es* $t = 2$, $\Rightarrow A$ *pertenece a la recta.*

   $(5,-7) = (-7,2) + t \cdot (6,-3) = (-7+6t, 2-3t) \Rightarrow$

   $\begin{cases} 5 = -7 + 6t & \rightarrow \ t = 2 \\ -7 = 2 - 3t & \rightarrow \ t = -3 \end{cases}$ *como* $2 = -3$ *no hay solución* $\Rightarrow B$ *no pertenece a la recta.*

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.

Ecuación Vectorial de la recta - 4º Eso   *Matemáticas*

Ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto A(7 , -7)
y es paralela a la recta $(x,y)=(-3,-10)+t\cdot(-4,-19)$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022   Solución

3.2 Ecuación paramétrica

Si en la ecuación vectorial $(x, y) = (a_1, a_2) + t \cdot (v_1, v_2)$ igualamos las coordenadas obtenemos las **ecuaciones paramétricas** de la recta:

Las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(a_1, a_2)$ y tiene de vector de dirección $\vec{v} = (v_1, v_2)$ son:

$$\begin{cases} x = & a_1 + t \cdot v_1 \\ y = & a_2 + t \cdot v_2 \end{cases}$$

Ejemplo

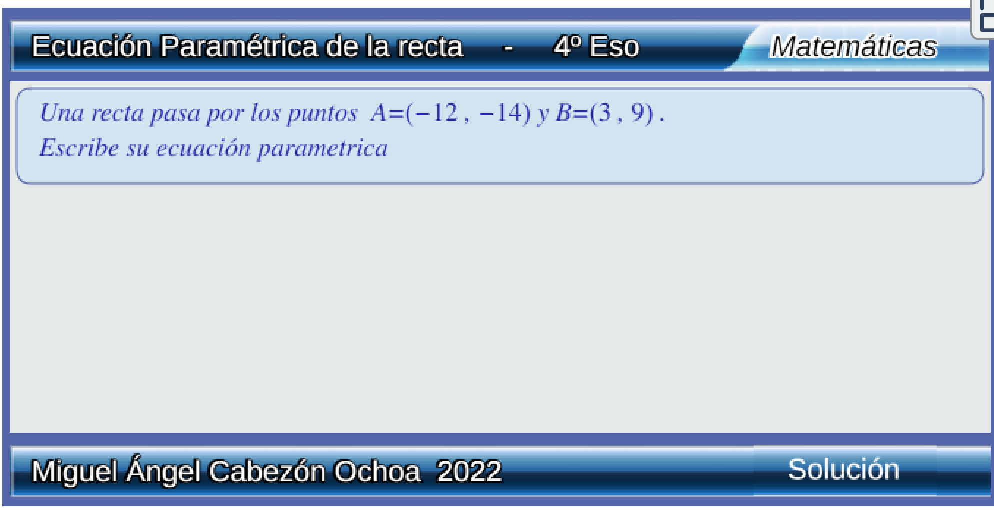
1. *Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los punto $A(5, 6)$ y $B(9, 8)$.*

   Un vector de dirección de la recta es: $\vec{AB} = (9, 8) - (5, 6) = (4, 2)$. *Las ecuaciones paramétricas son:*

$$\begin{cases} x = & 5 + 4t \\ y = & 6 + 2t \end{cases}$$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



3.3 Ecuación continua

Si en las ecuaciones paramétricas de la recta $\begin{cases} x = & a_1 + t \cdot v_1 \\ y = & a_2 + t \cdot v_2 \end{cases}$ despejamos $t \longrightarrow \begin{cases} t = & \dfrac{x - a_1}{v_1} \\ t = & \dfrac{y - a_2}{v_2} \end{cases}$ e igualamos obtenemos la ecuación continua.

Ecuación continua de la recta que pasa por $A(a_1, a_2)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v} = (v_1, v_2)$

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2}$$

Ejemplo

1. *Escribe la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos* $A(3, 7)$ *y* $B = (2, 9)$

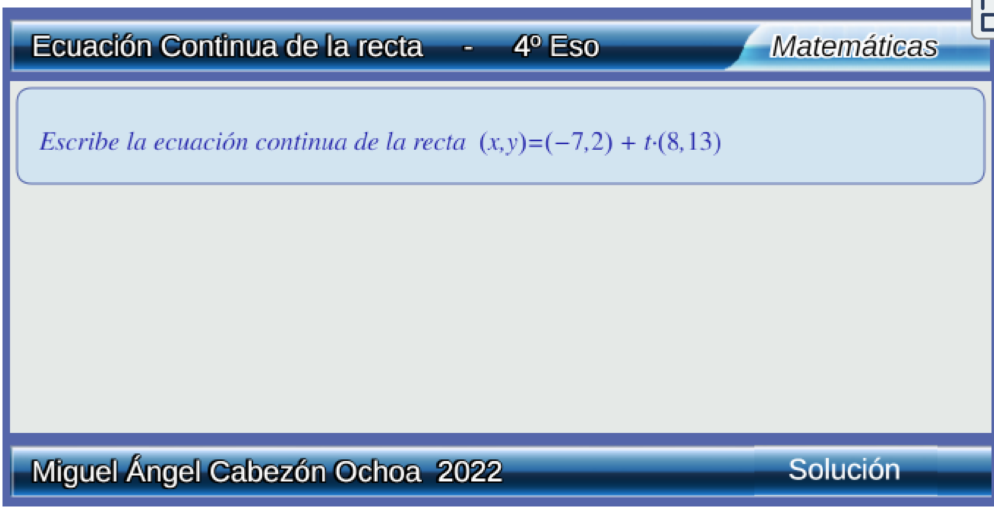
   Un vector de dirección de la recta es: $\vec{AB}$

   $\vec{AB} = (2, 9) - (3, 7) = (-1, 2)$

   La ecuación continua es: $\dfrac{x - 3}{-1} = \dfrac{y - 7}{2}$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



3.4 Ecuación punto pendiente

Si en la ecuación continua de la recta despejamos $y - a_2$

$$\frac{x-a_1}{v_1} = \frac{y-a_2}{v_2} \rightarrow y - a_2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot (x - a_1)$$

$\dfrac{v_2}{v_1}$ es la **pendiente** y se representa con la letra ***m***

La ecuación **punto pendiente** de la recta que pasa por el punto $A(a_1, a_2)$ y tiene de pendiente m es:

$$y - a_2 = m \cdot (x - a_1)$$

Ejemplo

1. *Escribe la ecuación punto pendiente de la recta que pasa por los puntos* $A(5,8)$ *y* $B(3,1)$

   Un vector de dirección de la recta es $\vec{AB}$

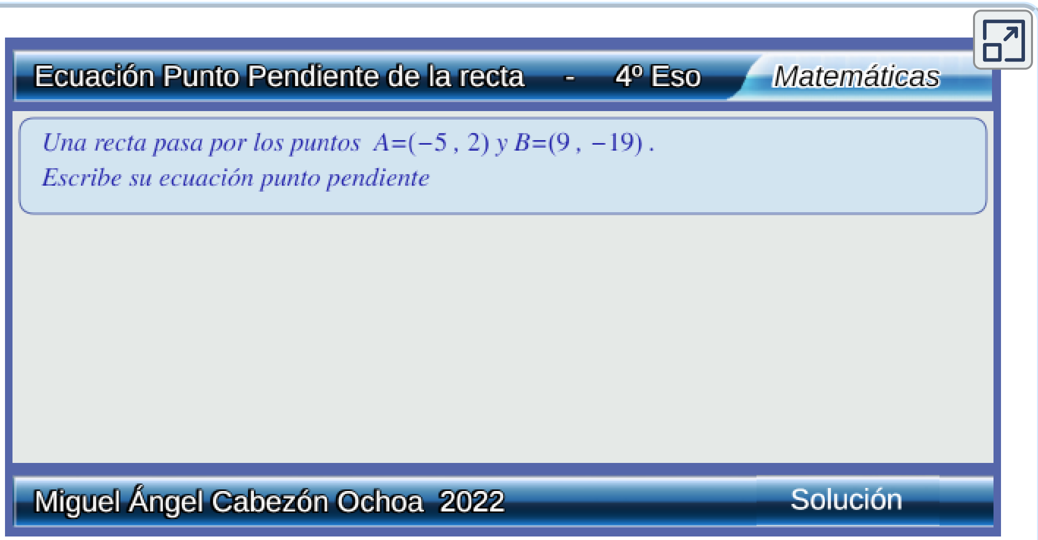
   $\vec{AB} = (3,1) - (5,8) = (-2,7) \rightarrow m = -\dfrac{7}{2}$

   La ecuación punto pendiente de la recta es:

   $$y - 8 = -\frac{7}{2} \cdot (x - 5)$$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



3.5 Ecuación explícita

Si en la ecuación punto pendiente de la recta despejamos y obtenemos la ecuación explícita de la recta.
$y = m \cdot (x - a_1) + a_2 \longrightarrow y = mx - ma_1 + a_2 = mx + n$ donde $n = -ma_1 + a_2$

La **ecuación explícita** de la recta es de la forma:

$$y = mx + n$$

Donde m es la **pendiente** y n la **ordenada en el origen**.

Ejemplo

1. *Escribe la ecuación explícita de la recta que pasa por el punto $A(3,4)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v} = (5,10)$*

   La pendiente es $m = \dfrac{10}{5} = 2$

   La ecuación que buscamos es $y = 2x + n$

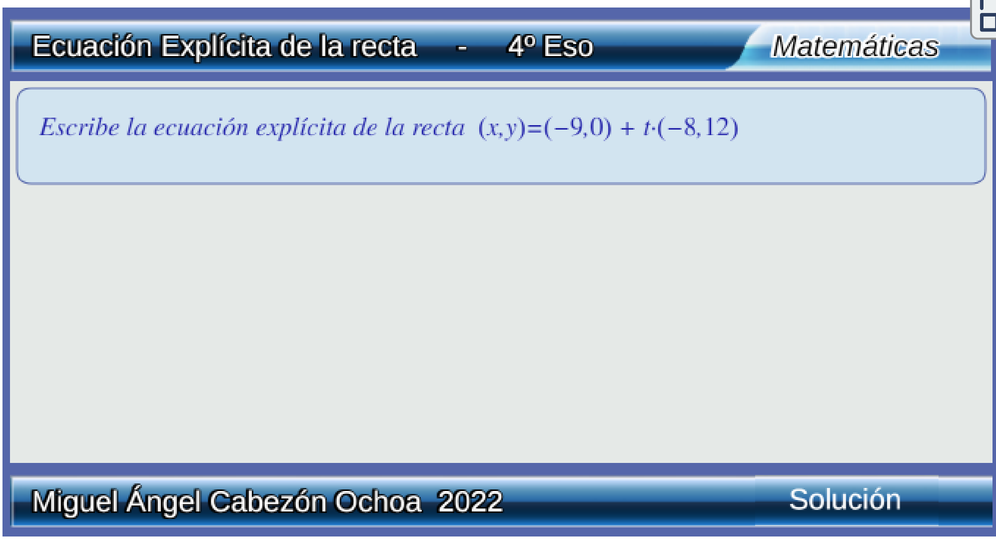
   Para encontrar el valor de n utilizamos la condición de que la recta pasa por el punto $(3,4)$

   $4 = 2 \cdot 3 + n \longrightarrow n = -2$

   La ecuación explícita buscada es $y = 2x - 2$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



3.6 Ecuación general

Si en la ecuación continua quitamos denominadores y agrupamos todo en un mismo lado de la igualdad obtenemos la ecuación general.

$$\frac{x-a_1}{v_1}=\frac{y-a_2}{v_2} \longrightarrow v_2\cdot(x-a_1)=v_1\cdot(y-a_2) \longrightarrow$$
$$v_2\cdot x - v_1\cdot y - a_1\cdot v_2 + a_2\cdot v_1 = 0 \longrightarrow Ax+By+C=0$$

La **ecuación general** o **implícita** de la recta es de la forma:

$$Ax+By+C=0$$

Donde $(-B,A)$ es un vector de dirección de la recta.

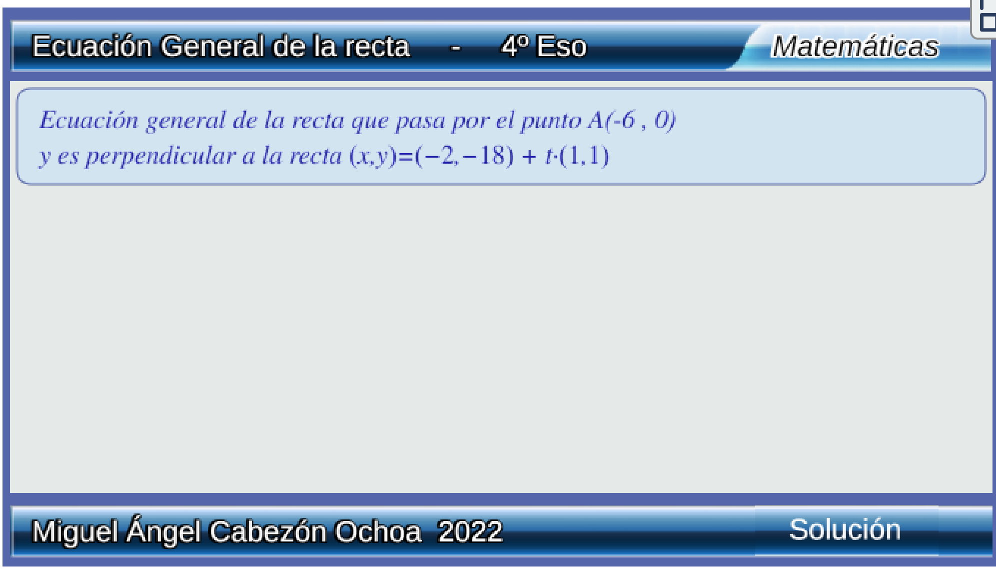
Ejemplo

1. *Escribe la ecuación general de la recta que pasa por el punto $A(3,10)$ y tiene por vector de dirección $\vec{v}=(7,2)$*

   Un vector de dirección de la recta $Ax+By+C=0$ es $(-B,A)$
   luego $(-B,A)=(7,2) \longrightarrow A=2\ B=-7$
   por tanto la ecuación que buscamos es $2x-7y+C=0.$
   La recta pasa por el punto $C=(3,7)$
   $2\cdot 3-7\cdot 10+C=0 \longrightarrow 6-70+C=0 \longrightarrow C=64$
   La ecuación general buscada es $2x-7y+64=0$

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.

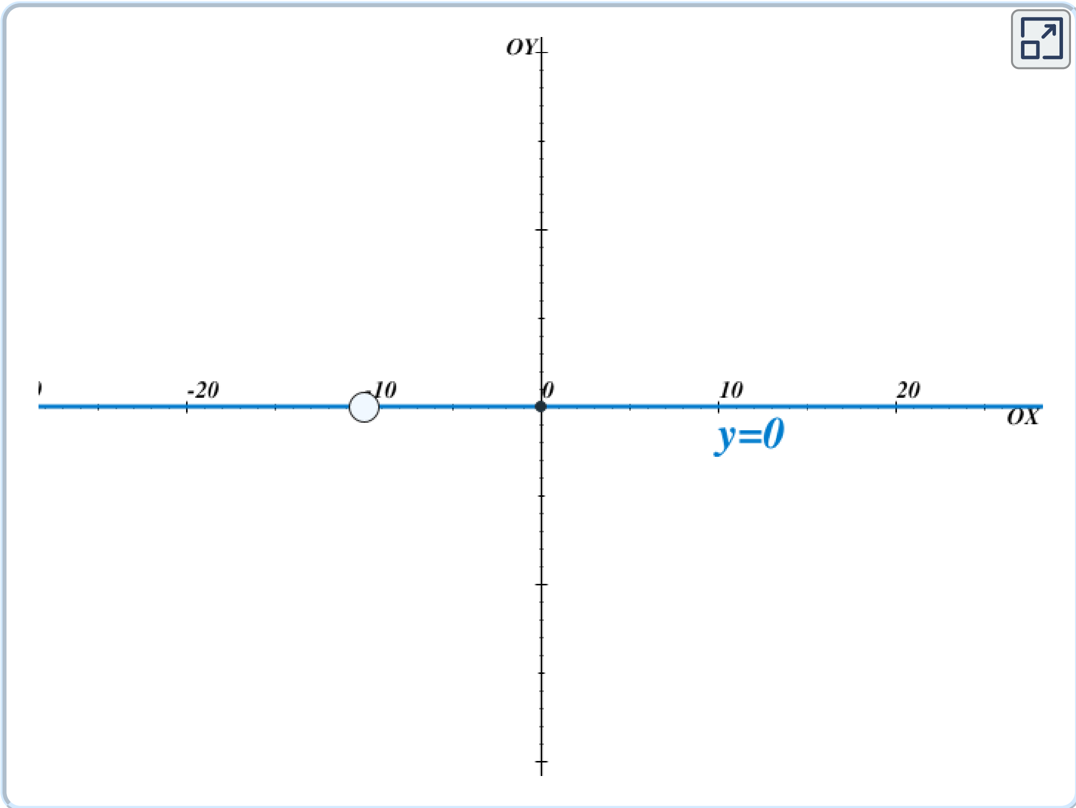


3.7 Ecuación de las rectas paralelas a los ejes

Las **rectas paralelas al eje** OX,tienen como vector dirección: $\vec{v} = (1, 0)$, si $(0, k)$ es el punto de corte con el eje OY la ecuación es:

$$y = k$$

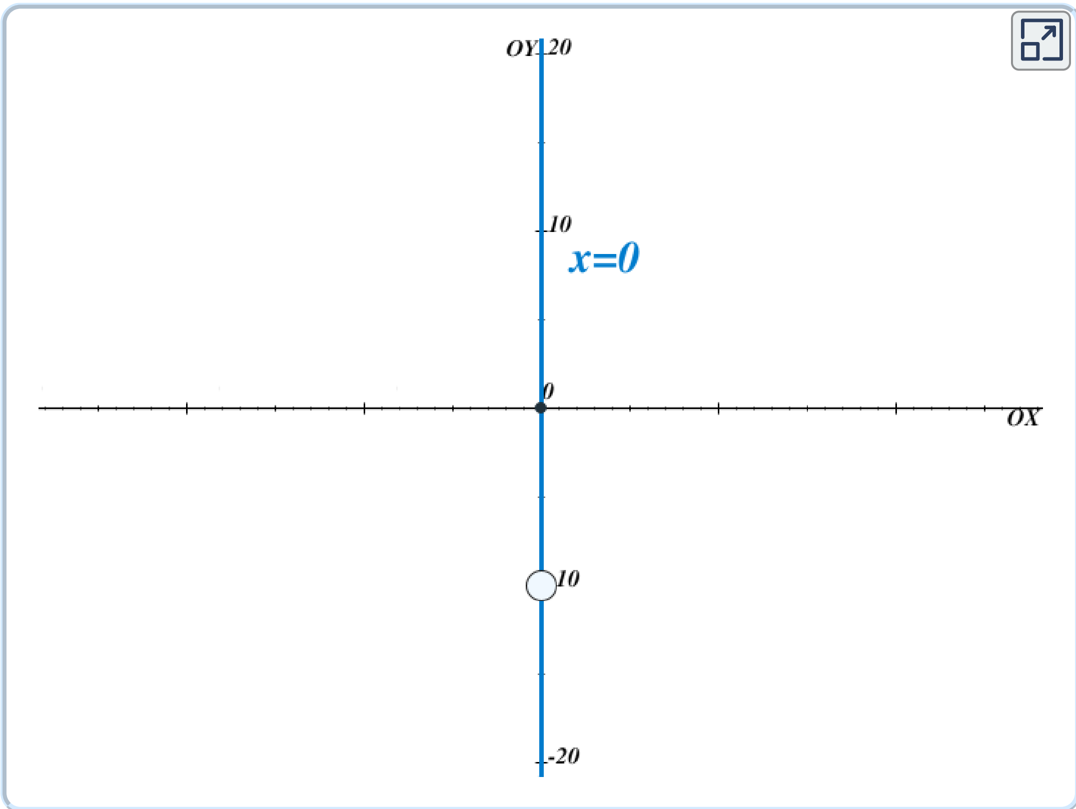
Apoya el ratón en el punto blanco para mover la recta , observa su ecuación



Las **rectas paralelas al eje** OY ,tienen como vector dirección: $\vec{v} = (0, 1)$, si $(k, 0)$ es el punto de corte con el eje OX la ecuación es:

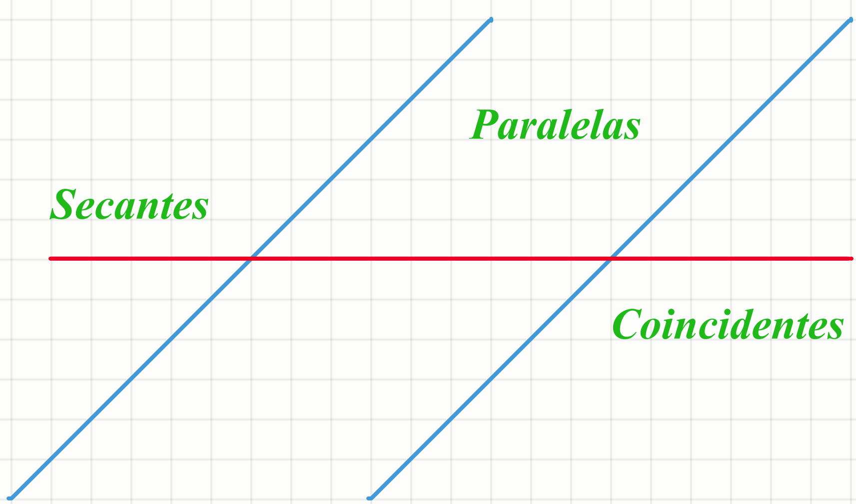
$$x = k$$

Apoya el ratón en el punto blanco para mover la recta , observa su ecuación



Capítulo IV

Posición relativa de dos rectas en el plano

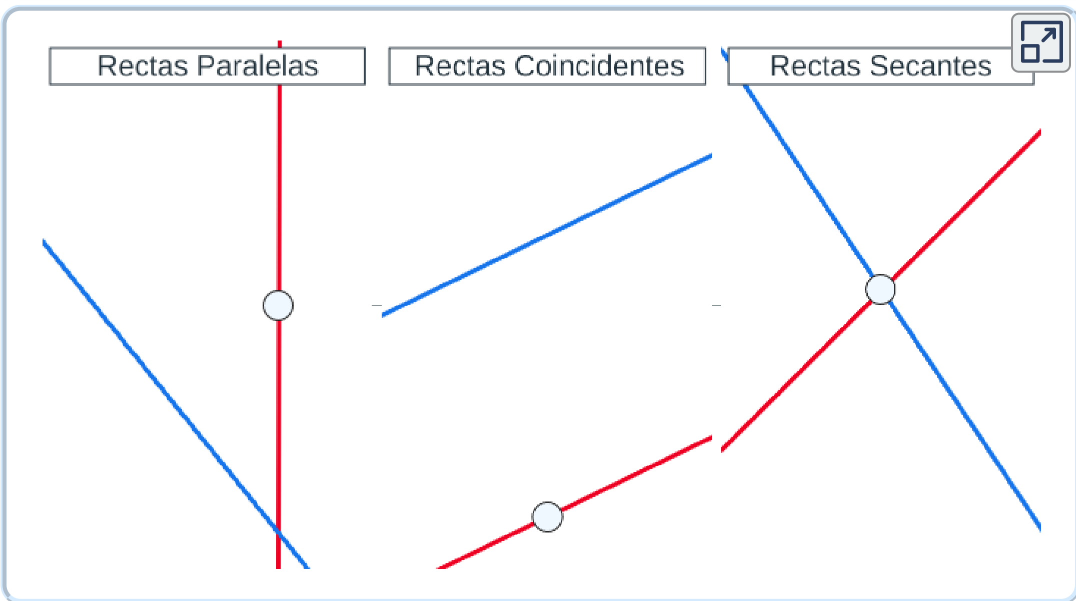


4.1 Clasificación

En el plano, dos rectas pueden ser:

- **Paralelas:** Tienen la misma dirección.No se cortan, no tienen puntos en común.
- **Coincidentes:** Tienen la misma dirección. Todos sus puntos son comunes. Las dos rectas son la misma.
- **Secantes:** Tienen distinta dirección. Se cortan en un sólo punto.

Apoya el ratón en el punto blanco para ver el punto de corte o para mover la recta roja hasta que sea paralela o coincidente con la recta azul.



4.2 Clasificación según el vector director

Sea la recta $\vec{r}$ de vector director (u_1, u_2) y la recta $\vec{s}$ de vector director (v_1, v_2)

Paralelas	$\frac{u_2}{u_1} = \frac{v_2}{v_1}$	$Si\ P \in \vec{r} \Rightarrow P \notin \vec{s}$
Coincidentes	$\frac{u_2}{u_1} = \frac{v_2}{v_1}$	$Si\ P \in \vec{r} \Rightarrow P \in \vec{s}$
Secantes	$\frac{u_2}{u_1} = \frac{v_2}{v_1}$	

Ejemplo

1. *Estudia la posición relativa de las rectas:*

$$\vec{r} \equiv \frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{3} \ , \ \vec{s} \equiv \frac{x+6}{4} = \frac{y+7}{6}$$

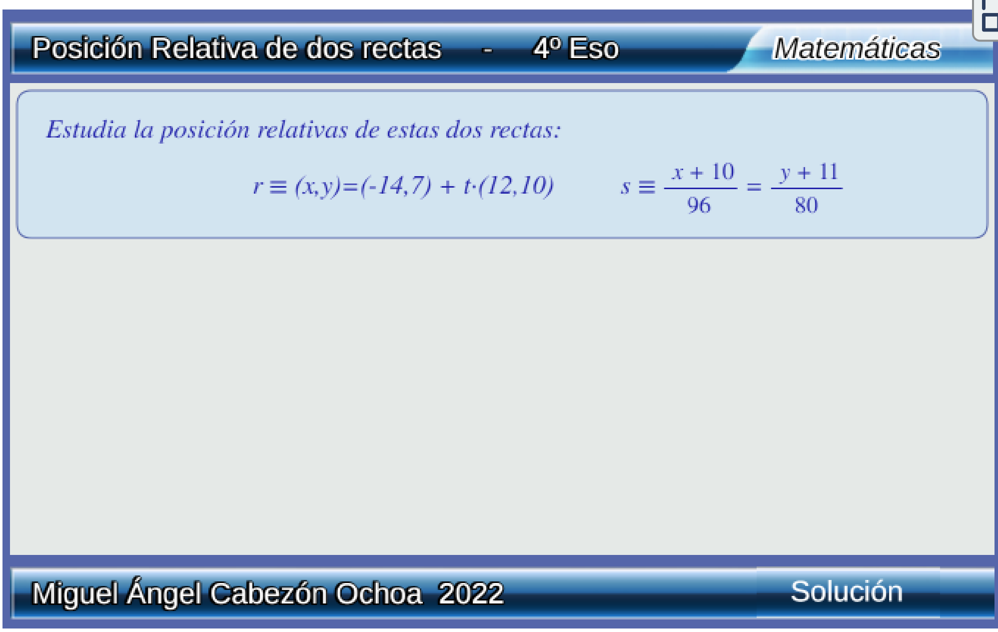
$$\vec{v_r} = (2,3)\ ,\ \vec{v_s} = (4,9) \longrightarrow \frac{4}{2} = \frac{6}{3} \longrightarrow \vec{v_r} \parallel \vec{r_s}$$

$$P = (2,5) \in \vec{r} \longrightarrow \frac{2+6}{4} = \frac{5+7}{6} \longrightarrow P \in \vec{s}$$

*Las rectas $\vec{r}$ y $\vec{s}$ son **coincidentes**.*

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



4.3 Clasificación según la pendiente

Sea la recta $\vec{r}$ de pendiente m_1 y la recta $\vec{s}$ de pendiente m_2

Paralelas	$m_1 = m_2$	$Si\ P \in \vec{r} \Rightarrow P \notin \vec{s}$
Coincidentes	$m_1 = m_2$	$Si\ P \in \vec{r} \Rightarrow P \in \vec{s}$
Secantes	$m_1 = m_2$	

Ejemplo

1. *Estudia la posición relativa de las rectas:*

$$\vec{r} \equiv y = 3x + 4 \ , \ \vec{s} \equiv y = 3x + 8$$

$m_r = 3 \ , \ m_s = 3 \longrightarrow m_r = m_s$

$P = (0, 4) \in \vec{r}$. *Para ver si* $P \in \vec{s}$ *sustituimos las coordenadas de* P *en* $\vec{s}$ *y comprobamos si verifica la ecuación.*

$3 \cdot 0 + 8 = 3 = 4 \longrightarrow P \notin \vec{s}$

Las rectas $\vec{r}$ *y* $\vec{s}$ *son* ***paralelas***.

2. *Estudia la posición relativa de las rectas:*

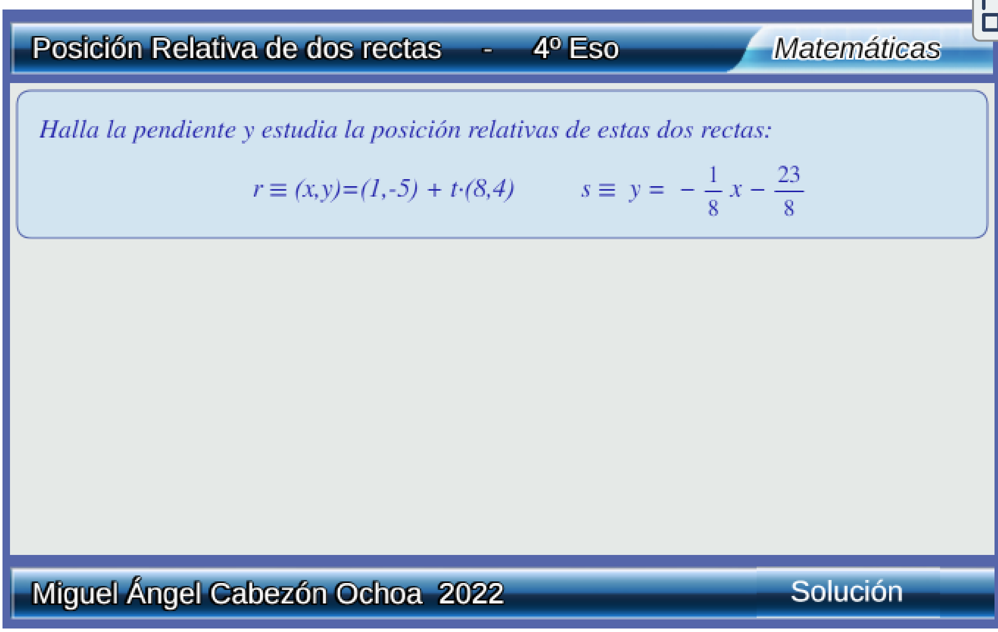
$$\vec{r} \equiv y = 2x + 5 \ , \ \vec{s} \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{6}$$

$m_r = 2 \ , \ m_s = \dfrac{6}{2} = 3 \longrightarrow m_r = m_s$

Las rectas $\vec{r}$ *y* $\vec{s}$ *son* ***secantes***.

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.



4.4 Clasificación según la ecuación general

Sean las rectas:

$$\vec{r} \equiv Ax + By + c = 0 \text{ y } \vec{s} \equiv A'x + B'y + C' = 0$$

Paralelas	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$
Coincidentes	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$
Secantes	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'}$

Ejemplo

1. Estudia la posición relativa de las rectas:

$$\vec{r} \equiv 3x + 2y + 4 = 0 \ , \ \vec{s} \equiv 6x + 4y + 8 = 0$$

$\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} \longrightarrow$ *Las rectas $\vec{r}$ y $\vec{s}$ son **coincidentes**.*

Ejercicios

En la siguiente escena puedes realizar ejercicios similares a los del ejemplo. Pulsa el botón Solución para ver la solución y el botón Ejercicio para generar uno nuevo.

Posición Relativa de dos rectas - 4º Eso *Matemáticas*

Estudia la posición relativas de estas dos rectas:

$$r \equiv 8x + 2y - 1 = 0 \qquad s \equiv y = -\frac{9}{7}x - \frac{18}{7}$$

Miguel Ángel Cabezón Ochoa 2022 Solución

DESCARTES
matemáticas interactivas