

SUDOKU

Una aplicación de DescartesJS

Documentación de la aplicación, reglas y técnicas de resolución

Por Ángel Cabezudo Bueno

Para resolver un sudoku necesitas, aparte de conocer las reglas en las que se fundamenta, algunas estrategias básicas.



Introducción

El autor ha pretendido con esta aplicación, en primer lugar, satisfacer la necesidad como programador de abordar muchos de los retos que supone hacer funcional un sudoku para PC, uno de los pasatiempos más famosos del mundo; hoy en día la mayoría de los periódicos y revistas hacen un hueco en su espacio para incorporar este juego. Sus reglas son tan sencillas que resulta un pasatiempo muy atractivo para personas de todas las edades y formación; no obstante, la optimización combinatorial para elaborar un sudoku, no ya resolverlo, resulta de una dimensión y complejidad matemática muy grandes.

El usuario de esta aplicación podrá seleccionar un sudoku de entre cinco niveles de dificultad: *Elemental, Moderado, Difícil, Experto y Diabólico*.

Se pretende con ello facilitar el aprendizaje y dar a conocer las estrategias básicas de resolución para los que no las conocen. Aquellos que tienen experiencia no las necesitan, pero se proporciona algún enlace en la web donde encontrará algunas técnicas avanzadas de resolución de sudokus.

Se hace también una descripción de las herramientas que el usuario puede utilizar para resolver un sudoku. Algunas no deberían ser necesarias para los más avezados pero se ha considerado interesantes incluirlas en la aplicación para facilitar la labor a los que lo necesiten y con el objetivo de ejercitarse y adquirir experiencia.

Reglas del sudoku

- ❖ Un sudoku es una cuadrícula de 9x9 casillas, dividida en 9 regiones de 3x3 casillas cada una.

- ❖ En cada casilla debe de ir un símbolo de entre 9 posibles, habitualmente son dígitos del 1 al 9. Se proporcionan algunas casillas marcadas con un dígito, son las pistas del sudoku.
- ❖ El objetivo es rellenar las casillas vacías con números del 1 al 9, de forma que cada número aparezca una sola vez en cada fila, en cada columna y en cada región de 3x3 casillas.

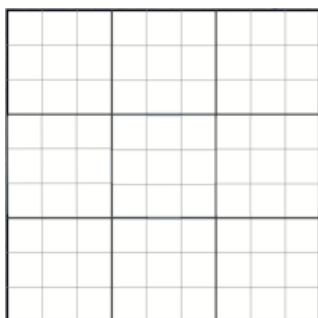


Figura 1

Sudoku 9x9 vacío

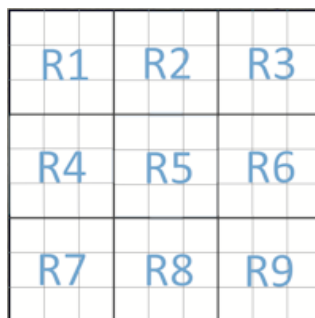


Figura 2

Regiones 3x3



Figura 3

Pistas iniciales

Podemos distinguir tres clases de grupos de casillas: las *columnas* (9 casillas en la misma vertical), las *filas* (9 casillas en la misma horizontal) y las *regiones* (uno de los grupos de 3x3 casillas formando un cuadrado).

Un sudoku está bien planteado si tiene una única solución posible. El número mínimo de pistas necesario para que la solución sea única es 17. Demostrado por [Gary McGuire, Bastian Tugemann y Gilles Civario \(2013\)](#). Esto no implica que todo sudoku con 17 o más pistas esté bien planteado.

9	4	2	7	8	3	5	1	6
3	7	5	1	6	4	9	8	2
1	8	6	5	2	9	7	4	3
7	1	4	2	3	5	8	6	9
5	2	8	9	4	6	3	7	1
6	9	3	8	7	1	2	5	4
2	3	1	4	5	7	6	9	8
8	5	9	6	1	2	4	3	7
4	6	7	3	9	8	1	2	5

Figura 4

Es relativamente fácil rellenar con dígitos del 1 al 9 un tablero 9x9 vacío con las reglas del sudoku, si se toma un pequeño tiempo puede descubrir como hacelo, ahora bien si después ocultamos algunas casillas y dejamos las restantes casillas como pistas, lo más probablemente es que el sudoku no tenga solución única es decir no esté bien construido. Deje al menos 17 pistas y verifique con algún programa [solucionador de sudokus](#) si existe o no solución única.

Estrategias para elaborar un sudoku

Hay tres estrategias básicas para elaborar un sudoku: rastreo, marcado y análisis

- ❖ El rastreo consiste en buscar un número concreto en la cuadrícula y ver dónde no puede haber ninguna repetición de dicho número, eliminando así las posibilidades de las casillas vacías.
- ❖ El marcado consiste en anotar los posibles números que pueden ir en cada casilla vacía, candidatos, usando subíndices. Así se puede ver, por ejemplo, si hay alguna casilla con un solo candidato o si hay algún número que solo puede ir en una casilla de una fila, columna o región.
- ❖ El análisis consiste en aplicar la lógica y el razonamiento para descartar candidatos o encontrar soluciones. Hay varias técnicas de análisis, como los pares y tríos desnudos, los pares y tríos ocultos, las líneas y columnas bloqueadas, las espadas de X, las alas de Y, etc.

En este documento explicaremos 8 técnicas para resolver sudokus con poca dificultad y daré algún enlace con técnicas avanzadas de los sudokus para expertos y los que aquí denomino diabólicos. Pero antes pasemos a presentar la aplicación con la que el usuario podrá seleccionar un determinado nivel de dificultad y las herramientas de que dispone para solucionarlo.

El SUDOKU DescartesJS

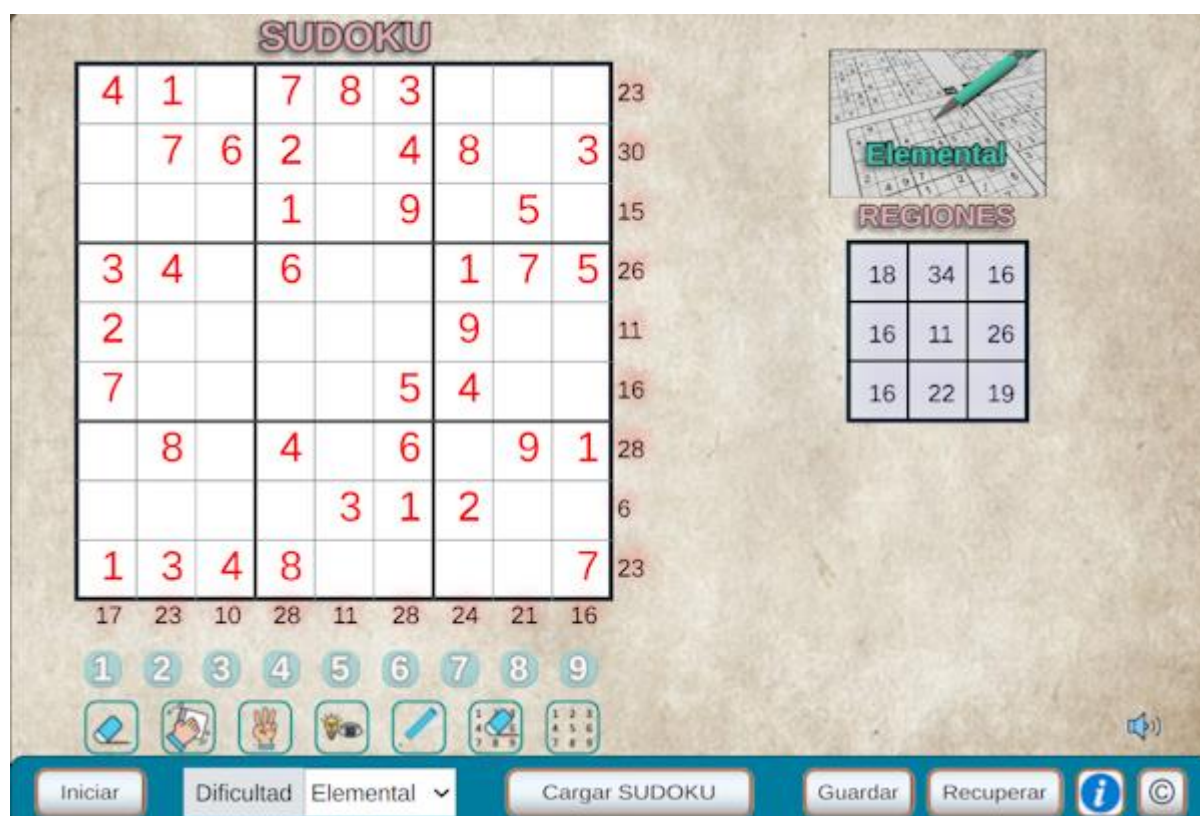


Figura 5

Obsevamos la composición de la escena al iniciar la aplicación y cargar un sudoku con la opción *Elemental* del menú *Dificultad*.

En la mitad izquierda y de arriba a bajo:

- El tablero 9x9 con algunas pistas (en color rojo). En los márgenes derecho e inferior, la suma de los dígitos en cada fila y columna respectivamente. A medida que se va llenando el tablero estas sumas van cambiando y permite verificar cuando el sudoku está resuelto, pues la suma en este caso tiene que ser 45 en cada grupo. Un error en fila o columna se informa marcando con **X** la suma y si se consigue completar sin error se informa marcando el símbolo de validación **✓**.

		6	5	4	7		9	
				1	8	3		
9		1			3		8	7
	9	8			2			
2				8		7		
	3	7				6		8
	7					1		4
				9	6	8		
		5					6	

Figura 6

- Una fila con 9 controles etiquetados del 1 al 9. Sirven para marcar el dígito que debe corresponder a la casilla que se seleccione haciendo clic sobre el tablero. Para activar estos controles y poder marcar un dígito en una casilla tiene que ponerse en ON el control **Contar iguales** o el control **Marcar candidatos**, después hacer clic sobre una casilla para seleccionarla y marcar sobre ella. Al seleccionar una casilla se ilumina en color azul claro todas las correspondientes a la región, la fila y la columna cruzadas.

- Una fila de herramientas:



Figura 7

- Borrar** el contenido de una casilla marcada (que no sea una pista obviamente).
- Limpiar tablero** borra todas las casillas que están marcadas en ese momento
- Contar cuantos dígitos iguales hay en el tablero.** Cuando este control se pone a ON se observa que la serie de los 9 controles etiquetados del 1 al 9 tienen un superíndice con el número de apariciones en el tablero. Este número irá cambiando a medida que se van rellenando las casillas.

- **Revelar la solución oculta** de una casilla previamente seleccionada. Esta ayuda solo debería usarse cuando el jugador esté totalmente perdido en dar respuesta correcta a una casilla y le permite seguir progresando en el juego. El dígito se muestra en color blanco con fondo gris.

1			4					9
	7	9			2			
				1	3		2	
	8		2	3	4	7	6	
6	1	3	7	9	5	4	8	
	2		1	8	6	9		5
						8	1	4
	3		8	2		5		6
		6	5		1		7	

Figura 8

- **Marcar candidatos.** Si este control se pone a ON, aparece un panel de 3x3 controles etiquetados del 1 al 9 distribuidos en filas y columnas

que sirve para marcar sobre la casilla que esté seleccionada los posibles candidatos que tiene.

- **Panel para el marcado de candidatos.** Este panel se muestra mientras el control de marcar candidatos esté en ON. Los candidatos que se van marcando en la casilla se disponen de forma análoga a como están distribuidos en el panel.



Figura 9. Marcar candidatos y panel de marcado

- **Borrar candidatos.** Si está en ON, permite eliminar candidatos marcados en la casilla seleccionada presionando sobre el control correspondiente etiquetado en el *Panel de marcado*. En este modo el control de *Marcar candidatos* se pone en OFF.
- **Revelar candidatos.** Si se pone en ON se muestran todos los candidatos posibles de todas las casillas que no estén marcadas con un




6	2	1	3	3	8	1	3	1	4	5
8	7	5	4	1	9	3	6	2		
	4	1	3	6	5	2	1	7	8	
3	4	6	4	2	7	1	8	5		
1	4	5	2	4	5	3	6	7	3	
7	5	6		2	3	2	3	1	4	
4		6	7	3	3	5	6	2	1	
5	1		6	2	3	4	6	3	7	
2	3		6	1	2		4	5	6	8

Figura 10

dígito, ya sea una pista o el elegido como solución por el jugador. Es una buena opción empezar a solucionar un sudoku revelando todos los candidatos, fijarse en los candidatos únicos o desnudos en algunas casillas y marcarlos hasta llegar a un momento en que ya no se hallen más; este es el momento de empezar a utilizar la lógica de las técnicas conocidas y seguir avanzando en la solución.

A medida que el usuario vaya adquiriendo habilidad para hallar por su cuenta los candidatos podrá prescindir de esta ayuda o usarla de forma más discreta.

En el lado derecho de la escena del Sudoku DescartesJS:



Figura 11

Tenemos una imagen alusiva al nivel de dificultad seleccionado y una cuadrícula 3x3 que representa las 9 regiones del sudoku.

En cada región se va registrando la suma de los dígitos que actualmente están marcados en sus casillas. Esta es una información con cierto interés pues nos permite conocer enseguida la aproximación al resultado final, 45 y también si esta suma está calculada con o sin error. Si algún dígito de la región está duplicado la suma es incorrecta y aparece marcada con una **X**. Al completarse la suma y si la región ha sido marcada correctamente veremos el símbolo de validación ✓

R1	R2	R3
R4	R5	R6
R7	R8	R9

El menú de la escena

Al pie de la escena tenemos el menú de la aplicación donde podemos seleccionar las siguientes opciones

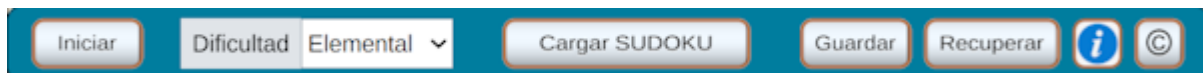


Figura 12

- **Iniciar.** Reinicia la escena y se restablecen los parámetros y las condiciones iniciales
- **Dificultad.** En un submenú desplegable que permite elegir la dificultad del sudoku de entre 5 posibles: Elemental, Moderado, Difícil, Experto y Diabólico.
- **Cargar SUDOKU.** Una vez seleccionada la dificultad, mediante esta opción, se puede cargar un sudoku correspondiente a la misma. Veremos como el tablero marca algunas casillas con dígitos que representan las pistas para resolver el sudoku, tal como se muestra en la Figura 5.
- **Guardar.** Guarda en un archivo los valores actuales de la partida, pistas, dígitos marcados por jugador en otras casillas y los candidatos que halla podido marcar. Para ello el sistema operativo abre su *Explorador de archivos*. Esto se puede hacer en cualquier momento de la partida. El archivo con nombre por defecto es *sudoku.txt* y se dispone de una carpeta denominada *guardados* donde hacer el registro; el usuario puede cambiar nombre y carpeta a su conveniencia.
- **Recuperar.** Esta entrada permite recuperar la partida en cualquier otro momento si fue guardada con la opción *Guardar*, pudiendo así continuar con la resolución del sudoku en el punto donde lo dejó con anterioridad. Para ello el sistema operativo abre su *Explorador de archivos* y permite localizar la carpeta y el archivo .txt donde tiene guardada la partida.
- **Documentación de la aplicación.** Señalada con el icono (i) de información, abre este documento que ahora está leyendo.
- **Créditos.** Señalada con el icono © muestra los créditos de esta aplicación.

Técnicas básicas de resolución de sudokus

Rastreo

2			8	9	1			6
1		5			6		8	2
6							4	
5		6			4	2	9	8
	1							5
	2	4	3			7	6	1
	9		6	7	2		5	
		7			8	3		
8		2			3		1	

Figura 13

El análisis por rastreo es el más básico de que jugador puede hacer y el primero que debería aplicar al comenzar un sudoku.

Se puede enfocar en cada región 3x3 y observar los dígitos que faltan. Tomar cada uno de estos dígitos de una determinada casilla y cruzar esta información con la fila y columna que atraviesan la región por dicha casilla para analizar las alternativas que no son posibles. En la Figura 8, la región R6 tiene dos casillas vacías y los dígitos que faltan son 3 y 4. La casilla central solo admite el 3 por tener como pista el 4 en su columna la otra casilla tiene que llevar necesariamente el 4.

1			4					9
	7	9			2			
					3		2	
	8		2		4	7	6	
6	1	3	7	9	5		8	
	2		1	8	6	9		5
						8	1	4
	3		8	2		5		6
		6	5		1		7	

Figura 14

El rastreo cruzado también se puede hacer en una fila o columna con 2 o 3 casillas vacías. Por ejemplo, en la *Figura 14*, tenemos una fila, la que hemos marcado en el centro, con 2 casillas vacías y los candidatos son el 2 y 4, pero la casilla a la derecha no puede llevar el 4 pues ya está dado como pista en su columna, luego sólo admite el 2 y consecuentemente el 4 debe ocupar la otra casilla vacía. El jugador puede así solucionar esta fila.

Único desnudo

4 ²	8	7	4 ⁹	4 ⁹	3 ³	3	6	1	5
3	1 ⁶	9	1 ⁵	6 ⁶	1 ⁶	8	2	4	7
1 ⁴	1 ⁴	1 ⁵	2	7	5 ⁶	3			9 ⁸
6	4 ⁷	5 ³	8	4	1	5 ⁹	5 ⁷	4 ⁹	2 ⁹
1 ⁴	9	1 ⁵	3	4 ⁶	2	5	5 ⁶	4	
4	4 ⁷	3	2	6	5	9	1	8	
1 ⁸	5	1 ³	1 ⁶	2	3 ⁶	4		9	1
9	1 ²	1 ⁶	1 ⁵	8	4	7	5	3	
7	1 ³	4	1 ⁵	1 ⁹	3 ⁹	8	2	6	

Figura 15

El único desnudo suele aparecer en sudokus de nivel fácil. Para aplicar esta estrategia el jugador debería disponer de todos los candidatos en las casillas vacías. La presente aplicación dispone de una herramienta que permite revelar todos los candidatos actuales y que se irán actualizando a medida que se van marcando las casillas vacías.

Un único desnudo es un candidato único en una casilla. Por tanto ese candidato es la solución para la casilla. Se pueden ir marcando todas las casillas con únicos desnudos hasta llegar un momento que ya no quede ninguno. Este momento es crítico pues tendremos que aplicar la lógica para

seguir hallando más soluciones. Después podrán aparecer nuevos únicos desnudos y repetir la técnica explicada.

Único oculto

Si observamos el siguiente sudoku podemos comprobar en alguna casilla que hay algún candidato junto a otros, que sólo está es ella dentro del grupo. En la región R1 el candidato 2 sólo está en una casilla luego este es el lugar que le corresponde con toda seguridad pudiendo rechazar la posibilidad de su compañero el 4.

4	2	8	7	4	4	3	3	6	1	5		
				9	9							
3	1	6	9	1	5	6	1	6	8	2	4	7
1	1	1	1	2	7	5	6	3				
4	4	6	5	6								
6		3	5	3	8	4	1	5	9	7	5	3
1	1	1	1	3	3	4	6	2	5	7	5	6
4	5	8	8	5	8						4	
4	4	3	2	4	7	6	5	9	1	7	3	6
1	8	5	1	3	6	7	9	2	7	3	6	4
9	1	2	1	1	5	6	8	4	7	5	3	
7	1	3	4	1	5	9	1	3	5	3	8	2

Figura 16

De forma similar en la región R6 tenemos el candidato 2 que solo está en esa casilla del grupo, pueden rechazarse a sus compañeros el 4 y el 9. El candidato seguro es el 2.

Estos candidatos exclusivos en una casilla del grupo son denominados *únicos ocultos*.

Pares desnudos

4	3	4	6	8	2	3	2	5	2	6	4	2
5	4	6	9	7	8	7	8	1	3	2	6	2
1	2	3	9	4	6	8	7	5	6	8	5	6
8	1	5	4	1	2	5	6	9	2	2	3	1
2	1	5	2	4	2	5	3	2	6	9	1	2
2	3	9	6	1	2	2	2	5	4	1	2	3
4	2	6	4	5	6	8	2	1	4	2	3	4
7	3	1	6	9	5	4	2	2	2	2	4	8
4	2	6	4	5	6	8	2	3	4	2	5	6

Figura 17

Esta estrategia permite reducir el número de candidatos de un grupo de casillas. Fijémonos en dos celdas de un grupo, que tenga una misma pareja de candidatos, como el 6 y 8 de la fila 3 o el 2 y 5 de la columna 3. Esta coincidencia nos permite asegurar que en cada una de las casillas sólo puede existir uno de los dos candidatos y aunque no hay seguridad de cual de los dos es el correcto podemos saber que ninguno puede ser solución del resto del grupo de casillas, fila o columna a la que pertenezcan el par de casillas con pares desnudos. Así pues en el ejemplo podemos eliminar los candidatos 6 y 8 del resto de casillas de la fila 3 donde puedan estar y

también el 2 y 5 de las restantes casillas de la columna 3 donde están marcados como candidatos. Ocasionalmente al pertenecer el 2 y el 5 a dos casillas de la misma región R7, en esta región podemos quitar el resto de los candidatos 2 y 5 donde aparezcan. Verifique que al prescindir de esos candidatos pueden aparecer únicos desnudos en algunas casillas y en cualquier caso simplificar la solución del sudoku.

Pares ocultos

Ocurre en el mismo grupo 3x3 o región. Encontramos dos casillas con 2 candidatos idénticos, aparte de otros posibles, que no figuran en el resto de casillas del grupo. Evidentemente podemos descartar los restantes posibles candidatos en esas dos casillas encontradas y asegurar que alguno de esos dos candidatos ocultos está en alguna de las dos casillas. Aunque

no se puede revelar la solución se ha conseguido reducir la posición de dos candidatos a solo dos casillas del grupo.

2 3 7 5	4	2 3 7 9	5 6 8 9	5 6 9	2 6 8 9	2	1	2 5 7 8
1 2 5	6	2 5 9	4 5 8 9	7	2 5 8 9	4	3	2 5 8
2 5 7	5	8	4 5 6	1	3	4	9	2 5 7 8
1 3 7 6	2	1 3 7 6	3 6 7 9	8	7 6 9	5	4 6	1 3 4 5
1 3 5 6	1 3 5 9	4	2	5 6 9	5 6 9	7	8 6	1 3 4 5
5 6 7 8	5 3 7 9	3	1	5 6 9	4	2 3 8 9	2 6	2 3 8 9
1 2 3 4 5 6	1 5 7	1 2 3 5 6	4 5 6 7 8 9	4 5 6 9	1 5 6 7 8 9	1 2 3 4 5 8	2 5 8	1 2 3 4 5 8
9	1 3 5	1 3 5 6	4 5 6 8	2	1 5 6 8	1 3 4	7	1 3 4 5
1 2 4 5	8	1 2 5	4 5 9	3	1 5 9	6	4 5	1 2 4 5

Figura 18

En la *Figura 18* podemos observar, en la region R3, dos pares ocultos 6 y 7 que son candidatos, aparte de otros, en solo dos casillas de la columna 9. Esto garantiza que los restantes candidatos de esas dos casillas no van a poder estar en ellas y se pueden eliminar; así en la casilla extrema de la primera fila pueden eliminarse el 2, 5 y 8 y en la casilla extrema de la tercera fila pueden eliminarse el 2, 4 y 5. Consecuentemente también se podrán eliminar los candidatos 6 y 7 de las restantes casillas de la columna 9, concretamente el 6 en las casillas 4, 5 y 6 de esa columna pues no hay más 7, siete.

Triples desnudos

Cuando observamos tres casillas de un grupo con los mismos tres candidatos, no necesariamente los tres en cada casilla pero ningún otro candidato diferente, es decir puede darse combinaciones de dos de ellos p.e. (1,2), (2,3) y (1,2,3) podemos garantizar que ninguno de estos tres van a poder estar en el resto de las casillas del mismo grupo.

5 3 8 9	7	5 3 8 9	5 6 5	2	4	1	3 6 9
1 2 3 9	6	2 3 9	8	1 4 7	5	3	3
1 5	4	1 5	3	1 5 7	9	6	8 2
2 5 7	3	2 5 7	4 5 7	9	1 4 5 7	8	2 5 7
6	8	4	2 5 7	1 2 5 7	3	9	2 5 7
2 5 9	1	2 5 7 9	2 5 7	6	8	2 3	4 5 3 7
4	2 5 9	2 5 8 9	1	2 3 7 5	2 3	6	5 3 8 9
1 2 3 5	2 5	1 2 3 5 6	9	8	5 6	7	2 3 5
7	2 5 9	1 2 3 5 6 8 9	4 5 6 4 5 3	4 5 6	1 2 3	2 3 5 9	1 3 5 8 9

Figura 19

Vemos el ejemplo de la *Figura 19*. En fila 4 tenemos tres casillas con las combinaciones de los candidatos exclusivos (2,5,7) en las casillas 1, 3 y 8, respectivamente (2,5), (2,5,7) y (2,5,7). Podemos ver alguno de estos tres candidatos en otras casillas del grupo pero junto a otros diferentes. La solución final dice que el 2, 5 y 7 se van a distribuir exclusivamente en esas tres casillas y podemos eliminarlos de las restantes, como el 2, 5 y 7 de la casilla 4, el 5 y 7 de las casillas 6 y 9. Si el jugador pone un 7 en la casilla 3 de la fila 4, convierte al 2 y 5 como par desnudo para las casillas 1 y 8. Si pone un 2 en la casilla 1, deja al 5 y 7 como pares desnudos de las casillas 3 y 8. Por supuesto poner un

determinado candidato en una casilla, de las 3, no garantiza que la elección haya sido la correcta.

Triples ocultos

Si tres candidatos están restringidos a tres casillas de un determinado grupo, entonces los demás candidatos de esas tres casillas pueden ser eliminados. Las casillas donde se encuentra el trio no tiene porqué tener los tres candidatos a la vez, como ocurría con los triples desnudos,

5	3	7	5	3	5	6	5	2	4	1	3
8	9		8	9							9
1	2	3	6	2	3	8	1	4	5	3	3
	9			9			4	7	7	9	9
1	5	4	1	5		3	1	5	9	6	8
						7					2
2	5	3	2	5		4	5	9	8	2	5
		7	7			7	7		7	5	6
6	8	4	2	5	1	2	5	3	9	2	1
			7		7				7	5	
2	5	1	2	5		2	5	6	8	2	3
	9		7	9	7					5	3
4	2	5	2	3		1	2	3	2	3	6
		9	5	8	9	7	5				5
1	2	3	2	5	1	2	3	5	6	7	2
	5		5	6		9	8	5	6	5	3
7	2	5	1	2	3	2	5	6	4	5	6
	9		8	9		4	5	6	1	2	3

Figura 20

es decir pueden darse combinaciones de parejas de esos tres candidatos. En estas condiciones podemos eliminar el resto de candidatos que puedan darse en esas tres casillas.

En la *Figura 20* podemos ver un triple oculto en las casillas 1, 3 y 9 de la fila 1. Observemos que el trío 3, 8 y 9 no aparecen en las demás casillas del grupo. Por lo tanto es un triple oculto. Podemos por tanto eliminar el candidato 5 de las casillas 1 y 3 y el candidato 6 de la casilla 9. En esta ejemplo, además el 5 de la casilla 5 es un único desnudo que convierte al al 6 de la casilla 4 también en único desnudo.

Subconjuntos desnudos y subconjuntos ocultos de más de tres candidatos

De forma similar a los pares y triples desnudos y ocultos también podemos ver combinaciones de más de tres candidatos en un determinado grupo, como puede ser un **cuarteto desnudo** y llevar a cabo la eliminación de los respectivos candidatos de las casillas del grupo que no pertenecen a ese subconjunto desnudo. En el caso de un **cuarteto oculto** tendremos cuatro candidatos que solo están en cuatro de las casillas del grupo y podemos consecuentemente eliminar los restantes candidatos de las cuatro casillas que constituyen el cuarteto oculto.

Ejemplo del uso de las herramientas del SUDOKU DescartesJS

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1. Empecemos revelando los candidatos poniendo en ON el control
2. Localicemos los únicos desnudos y los únicos ocultos. Con ellos tenemos la seguridad de que son una solución para la casilla donde se encuentren. Al marcarlos sobre la cuadrícula se actualizan todos los candidatos eliminándose automáticamente aquellos candidatos que no pueden figurar en el grupo donde estaban los únicos desnudos y los únicos ocultos. En sudokus de escasa dificultad la repetición de este paso conduce a la solución casilla por casilla, sin aplicar otras técnicas, sin tener otro mérito. El jugador principiante debería en estos casos limpiar el tablero y sobrescribir uno a uno, casilla por casilla, los candidatos que se revelaron automáticamente y luego poner en OFF la herramienta de revelación y realizar un borrado manual de los candidatos.
3. Vemos un sudoku moderado donde el usuario tendrá que practicar otras técnicas

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3 ²	2 ⁶	2 ⁶	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4 ²	9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ⁵	6	5 ^{7 8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ⁸	4
9	5 ^{4 6}	8	2 ¹	4 ^{3 6}	4 ^{3 6}	7	
1	3	2	5 ^{7 8}	6	4	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	3	4 ^{5 6}	4 ^{5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6}	2 ^{7 8}	5	4 ^{2 3 6}	9	2 ⁶
7	4 ⁸	9	3 ¹	6	1 ^{2 3 4 5 6 8}	2 ⁸	
4 ⁵	4 ^{6 8}	4 ^{5 6 8}	2 ^{1 2}	1	1 ^{2 3 4 5 6 8}	7	2 ⁶

Figura 21

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3 ²	2 ⁶	2 ⁶	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4 ²	9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ⁵	6	5 ^{7 8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ⁸	4
9	5	4	6	8	2	1	4 ^{3 6}
1	3	2	7	6	4	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	3	4 ^{5 6}	4 ^{5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6}	2 ^{7 8}	5	4 ^{2 3 6}	9	2 ⁶
7	4 ⁸	9	3 ¹	6	1 ^{2 3 4 5 6 8}	2 ⁸	
5	4 ^{6 8}	4 ^{5 6 8}	2 ^{1 2}	1	1 ^{2 3 4 5 6 8}	7	2 ⁶

Figura 22

En la *Figura 21* se revelan dentro de un círculo los únicos desnudos y los únicos ocultos. En la *Figura 22* vemos el resultado de marcar estos candidatos seguros y como se actualizan las casillas eliminándose automáticamente los candidatos incompatibles en el mismo grupo.

Se descubre enseguida, *Figura 23*, haciendo un rastreo de los 7, con la herramienta de *Contar iguales*, que la única posición posible para el 7 en la región R8 es la casilla (F7, C5), eliminándose los 7 en su columna C5.

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3 ²	2 ⁶	2 ⁶	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4 ²	9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ⁵	6	5 ^{7 8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ⁸	4
9	5	4	6	8	2	1	4 ^{3 6}
1	3	2	7	6	4	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	3	4 ^{5 6}	4 ^{5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6}	2 ^{7 8}	7	5	4 ^{2 3 6}	9
7	4 ⁸	9	3 ¹	6	1 ^{2 3 4 5 6 8}	2 ⁸	
5	4 ^{6 8}	4 ^{5 6 8}	2 ^{1 2}	1	1 ^{2 3 4 5 6 8}	7	2 ⁶

Figura 23

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3 ²	2 ⁶	2 ⁶	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4 ²	9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ⁵	6	5 ^{7 8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ⁸	4
9	5	4	6	8	2	1	4 ^{3 6}
1	3	2	7	6	4	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	3	4 ^{5 6}	4 ^{5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6}	2 ^{7 8}	7	5	4 ^{2 3 6}	9
7	4 ⁸	9	3 ¹	6	1 ^{2 3 4 5 6 8}	2 ⁸	
5	4 ^{6 8}	4 ^{5 6 8}	2 ^{1 2}	1	1 ^{2 3 4 5 6 8}	7	2 ⁶

Figura 24

En la *Figura 24* se descubren pares y trios desnudos que permite eliminar los candidatos de su grupo que coincidan con ellos. Observemos el par (5, 9) en la fila F6, región R5. El par (5,8) de región R6. El par (2,4) en fila F7 y el triple (2,6,8) en la región R9 que nos permite eliminar los candidatos mostrados dentro de un cuadrado.

Es el momento de marcar manualmente los candidatos y proceder a la eliminación. En la *Figura 25* vemos como hemos marcado manualmente los candidatos indicados en la *Figura 24*.

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3	2 ^{7 8}	2 ^{6 8}	2 ^{6 8}	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4	2 ^{7 8}	9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ^{5 7 8}	6	5 ^{8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ^{7 8}	2 ⁸	4
9	5	4 ⁶	8	2	1 ^{4 6}	4 ^{3 6}	4 ^{3 6}	7
1	3	2	7	6	4	5 ⁸	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	5 ⁹	3	4 ^{2 5 6}	4 ^{2 5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6 8}	4 ²	7	5	4 ^{2 3 6}	9	2 ^{6 8}
7	4 ⁸	9	3	1 ⁸	6	1 ^{2 4 5}	4 ^{5 8}	2 ⁸
5	4 ^{6 8}	4 ^{6 8}	4 ^{2 9}	1 ^{8 9}	2 ^{8 9}	1 ^{2 3 4}	7	2 ^{6 8}

Figura 25

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3	2 ^{7 8}	2 ^{6 8}	2 ^{6 8}	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4	2 ^{7 8}	9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ^{5 7 8}	6	5 ^{8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ^{7 8}	2 ⁸	4
9	5	4 ⁶	8	2	1 ^{4 6}	4 ^{3 6}	4 ^{3 6}	7
1	3	2	7	6	4	5 ⁸	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	5 ⁹	3	4 ^{2 5 6}	4 ^{2 5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6 8}	4 ²	7	5	3	9	2 ^{6 8}
7	4 ⁸	9	3	1 ⁸	6	1 ^{2 4 5}	4 ^{5 8}	2 ⁸
5	4 ^{6 8}	4 ^{6 8}	4 ^{2 9}	1 ^{8 9}	2 ^{8 9}	1 ^{2 3 4}	7	2 ^{6 8}

Figura 26

Vemos como se observan los que se han marcado pues se escriben detrás de los revelados automáticamente, con sombra gris. Si ponemos en OFF el control de revelado de candidatos, *Figura 26*, se observan todos los que se han marcado manualmente. Podemos empezar a eliminar los candidatos de cada grupo que no deben ya estar presentes.

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3	2 ^{7 8}	2 ^{6 8}	2 ^{6 8}	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4		9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ^{5 7 8}	6	5 ^{8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ^{7 8}	2 ⁸	4
9	5	4 ⁶	8	2	1 ^{4 6}	4 ^{3 6}	4 ^{3 6}	7
1	3	2	7	6	4	5 ⁸	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	5 ⁹	3	4 ^{2 5 6}	4 ^{2 5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6 8}	4 ²	7	5	3	9	2 ^{6 8}
7	4 ⁸	9	3	1 ⁸	6	1 ^{2 4 5}	4 ^{5 8}	2 ⁸
5	4 ^{6 8}	4 ^{6 8}	4 ^{2 9}	1 ^{8 9}	2 ^{8 9}	1 ^{2 3 4}	7	2 ^{6 8}

Figura 27

4 ²	9	4 ^{7 8}	1	3	2 ^{7 8}	2 ^{6 8}	2 ^{6 8}	5
6	2 ^{7 8}	5 ^{7 8}	2 ⁵	4		9	1	3
3	2 ^{7 8}	1 ^{5 7 8}	6	5 ^{8 9}	2 ^{7 8 9}	2 ^{7 8}	2 ⁸	4
9	5	4 ⁶	8	2	1 ^{4 6}	4 ^{3 6}	3	7
1	3	2	7	6	4	5 ⁸	5 ⁸	9
8	4 ^{6 7}	4 ^{6 7}	5 ⁹	5 ⁹	3	4 ^{2 5 6}	4 ^{2 5 6}	1
4 ²	1	4 ^{3 6 8}	4 ²	7	5	3	9	2 ^{6 8}
7	4 ⁸	9	3	1 ⁸	6	1 ^{2 4 5}	4 ^{5 8}	2 ⁸
5	4 ^{6 8}	3	4 ^{2 9}	1 ^{8 9}	2 ^{8 9}	1 ^{2 3 4}	7	2 ^{6 8}

Figura 28

Una vez eliminados ha aparecido, *Figura 27*, un único desnudo, el 3 en (F7, C7) en la región R6, por lo que se ha marcarlo en su celda, *Figura 28*. Esto produjo que se tuviera que eliminar el 3 de los grupos donde coincidían, fila 7, columna 7, región 9 (*Figura 25*)

También se descubre en la *Figura 27* un único oculto en la casilla (F4, C8), el 3 pues los pares desnudos 4 y 6 en la fila F4 obliga a eliminar el 4 y 6 de la celda (F4,C8). La *Figura 28* muestra el resultado de marcar el único oculto 3.

Una hábil combinación del uso de las herramientas de marcado y borrado manual de candidatos y la consulta de los revelados automáticamente que se superponen en color rojo sombreados en color gris nos permite ir aplicando las técnicas de resolución del sudoku.

Una observación importante para ir eliminando sucesivamente candidatos y marcando el dígito solución en una celda es tener activadas a la vez las herramientas de *Contar iguales* y *Borrar candidatos*

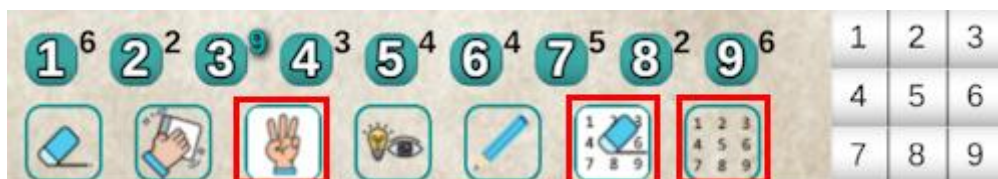


Figura 29

Notas finales

- **Técnicas avanzadas.** Las técnicas que hemos explicado son de utilidad para cualquier nuevo jugador de sudokus; si las asimila e interioriza, le ayudarán sin duda a adquirir cierta experiencia para resolver sudokus de poca dificultad: constituyen un primer paso para convertirse en experto si continúa aprendiendo otras técnicas avanzadas. En los siguientes enlaces pueden encontrar
 - [Reglas del Sudoku: estrategias, técnicas y trucos para resolverlo](#)
 - [6 Técnicas de resolución de sudoku avanzadas.](#)
- **Niveles de dificultad.** La dificultad de un sudoku depende de la importancia y la posición que ocupan las pistas o dígitos revelados en un principio y no tanto del número de pistas aunque ya dijimos que por debajo de 17 pistas no se ha encontrado solución única al sudoku, pero más pistas tampoco garantiza que el sudoku pueda estar bien planteado. La dificultad está en los métodos de resolución que debe de emplear el jugador para marcar las casillas con el dígito correcto: cuanto más sofisticada o elaborada sea la estrategia se considera mas alto el grado de dificultad.
- **Número de soluciones.** Alguien acostumbrado a pensar matemáticamente se ha podido preguntar cuantas posibles configuraciones siguiendo las reglas del sudoku se pueden obtener, suponiendo que se parte de un sudoku sin pistas, completamente en blanco.

En respuesta podemos decir que se ha estimado que el número de soluciones es 6.670.903.752.021.072.936.960. Su descomposición en factores primos es $2^{20} \cdot 3^8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 27 \cdot 27 \cdot 704 \cdot 267 \cdot 971$ (verificado con la IA Copilot). El último factor primo, 27.704.267.971, es tan grande que no podemos contar las soluciones como un problema de combinatoria simplemente. Para poder hacer esta estimación ha sido necesario utilizar computación. Bertram Felgenhauer y Frazer Jarvis (2005) explican como conseguir este número de soluciones utilizando un programa informático. Este número impresionante se obtuvo mediante una combinación de razonamiento lógico y cálculos exhaustivos¹ (fuerza bruta). Es fascinante cómo [las matemáticas y la](#)

¹ En informática, la búsqueda por fuerza bruta o búsqueda exhaustiva, también conocida como generar y probar, es una técnica de resolución de problemas y paradigma algorítmico muy general que consiste en comprobar sistemáticamente todos los posibles candidatos para comprobar si cada candidato satisface o no el planteamiento del problema.

[informática](#) se entrelazan para resolver problemas aparentemente simples como el Sudoku.

- **Los sudokus de la aplicación.** La aplicación realizada con DescartesJS no tiene como objetivo generar mediante un algoritmo informático, de forma aleatoria, sudokus que estén bien definidos es decir verificando que la solución es única. Este es un problema complejo y se ha optado por incluir como datos de la aplicación un conjunto de sudokus ya elaborados y bien contruidos de distinta dificultad. Al cargar un sudoku se tratan los datos existentes haciendo alguna transformación que lleve a otro sudoku equivalente como aplicar una biyección aleatoria al conjunto de 9 dígitos y adicionalmente, también de forma aleatoria, realizando una rotación del tablero 9x9. Con esto se consigue incrementar de forma considerable la cantidad de sudokus diferentes que aporta la aplicación y permite al usuario practicar con un variado repertorio de juegos. Siempre será posible cambiar los datos iniciales y practicar con otras posibles soluciones.