

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Un número escrito en notación científica es una expresión de la forma $a'bcd... \cdot 10^n$, con $1 \leq a \leq 9$, donde $n \in \mathbb{Z}$ y $n \neq 0$.

Ejercicio 1.- Expresa en notación científica los siguientes datos:

- a) 64 billones b) 0'175 millones c) 37 milésimas d) 586 cienmilésimas

Ejercicio 2.- Expresa en notación científica y con tres cifras significativas los siguientes datos:

- a) Constante de Avogadro : 602 204 500 000 000 000 000 moléculas·mol⁻¹
b) Masa de la Tierra : 5 976 300 000 000 000 000 000 t
c) Carga de un electrón : 0'000 000 000 000 000 000 16021892 C
d) Masa de un protón : 0'000 000 000 000 000 000 000 001672 6485 kg

Ejercicio 3.- Si $A = 3'24 \cdot 10^6$, $B = 5'1 \cdot 10^{-5}$, $C = 3'8 \cdot 10^{11}$ y $D = 6'2 \cdot 10^{-6}$, calcula:

a) $\frac{B+C}{A}$ b) $\left(\frac{A}{B} + C\right) \cdot D$ c) $\sqrt{\frac{A+B}{C-D}}$

Ejercicio 4.- Sabiendo que 18 g. de agua contienen $6'022 \cdot 10^{23}$ moléculas, expresa en notación científica la masa de una molécula de agua.

Ejercicio 5.- Expresa $3'7 \cdot 10^9$ años luz en km.

(Recuerda que un año luz es una medida astronómica equivalente a la distancia recorrida por la luz en un año. Asimismo, la velocidad de la luz es de $2'9979 \cdot 10^8$ m·s⁻¹).

Ejercicio 6.- La velocidad mínima que debe llevar un cuerpo para que escape del campo gravitatorio terrestre es de $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, en la que G es la constante de gravitación universal, M la masa de la Tierra y R su radio. Calcula v, sabiendo que $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg², $M = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg y $R = 6'37 \cdot 10^6$ m.

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

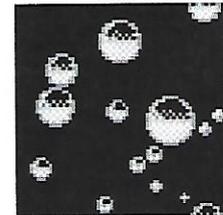
Esta práctica está pensada para trabajar en equipo



En un análisis de sangre de un paciente, el número de glóbulos rojos por mm^3 de sangre ha sido de $4\frac{1}{8} \cdot 10^6$.

A) ¿Cuál es el número de glóbulos rojos de este paciente, sabiendo que su cuerpo contiene, aproximadamente, 5 litros de sangre?

B) Si el diámetro de cada glóbulo rojo es aproximadamente de $10^{-2} mm$, ¿cuál es la longitud en kilómetros de una hilera formada por todos los glóbulos rojos de este paciente?



C) Si la longitud del Ecuador es aproximadamente de 40.000 km., ¿cuántas veces esta hilera de glóbulos rojos podría dar la vuelta a la Tierra?

D) Con la información anterior, calcula el radio de la Tierra.

E) Utiliza Internet para intentar averiguar quién realizó la primera determinación razonablemente correcta del radio de la Tierra.

Soluciones:

A)

B)

C)

D)

E)



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Recuerda.- Si en los términos de una fracción aparecen sumas y restas, deberás escribir el término en cuestión (numerador o denominador) entre paréntesis.
Además, si en el denominador aparece un producto, también se deberá escribir entre paréntesis.

Ejercicio 1.- ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?.

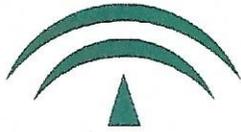
$$1 + \frac{2 + \frac{2}{3}}{3 + \frac{3}{4 + \frac{4}{5}}}$$

Ejercicio 2.- ¿Cuál es el valor de la expresión $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$?.

Ejercicio 3.- Resuelve la ecuación $a(x - a) - b(x - b) + a + b = x$.

Ejercicio 4.- ¿Qué altura tiene un tronco que es dos metros más corto que un árbol de altura triple que la del tronco?.

Ejercicio 5.- En un parking, el precio del aparcamiento es de 3 € para los coches y de 10 € para los autobuses.
Sabido que hay 102 vehículos (coches y autobuses) y que las ganancias son de 418 €, determinar el número de coches aparcados.



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- En un concurso televisivo se asignan 250 puntos por cada respuesta acertada y se restan 150 por cada respuesta incorrecta. Un concursante ha respondido a 15 preguntas y ha acumulado 2150 puntos. ¿Cuántas respuestas correctas ha dado?

Ejercicio 2.- Isabel tiene en su mano monedas de 1 céntimo de Euro, de 5 céntimos y de 10 céntimos, que suman 80 céntimos. Si tiene un total de 15 monedas, siendo igual el número de monedas de 1 que de 5 céntimos, ¿cuántas monedas de 10 céntimos tiene?

Ejercicio 3.- Patricia, Cecilia y Leire son hermanas. Patricia tiene dos años más que Leire y Cecilia 8 menos. Entre las tres tienen 51 años. ¿Qué edad tiene cada una?

Ejercicio 4. Existen sistemas de ecuaciones que tienen curiosas propiedades. Entre ellos se encuentran aquellos en los que sus coeficientes son números naturales consecutivos como los siguientes:

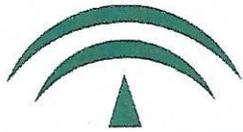
$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 4 \\ 6x + 7y = 8 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 4x + 5y = 6 \\ 7x + 8y = 9 \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} 11x + 12y = 13 \\ 21x + 22y = 23 \end{array} \right\}$$

Resuelve los tres sistemas anteriores.

Generalizando, resuelve los sistemas de la forma:

$$\left. \begin{array}{l} ax + (a + 1)y = a + 2 \\ bx + (b + 1)y = b + 2 \end{array} \right\}$$

siendo a y b números naturales.



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 € y un total de 2.000 €. Si el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 20, averigua cuántos billetes hay de cada tipo.

Ejercicio 2.- Un pescadero lleva al mercado 8 kg. de merluza, 13 de pescadilla y 15 de sardinas, y lo vende todo por 380 €. Otro lleva 9 kg. de merluza, 17 de pescadilla y 15 de sardinas, y lo vende todo por 440 €. Un cliente compra 1 kg. de cada clase de pescado y paga por todo 36 €. ¿Cuáles eran los precios de cada producto ese día?.

Ejercicio 3.- La suma de las edades de un padre y sus dos hijos son 73 años. Dentro de 10 años la edad del padre será el doble de la edad del hijo menor. Hace 12 años la edad del hijo mayor era el doble de la edad de su hermano. Hallar la edad de cada uno.

Ejercicio 4.- Las tres cifras de un número suman 18. Si de ese número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, se obtiene 594. Además, la cifra de las decenas es media aritmética entre las otras dos. Hallar dicho número.

Ejercicio 5.- Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 7x - 18 = 0$

b) $3x^2 + 15x + 18 = 0$

c) $25x(x + 1) = -4$

d) $(4x - 1)(2x + 2) = 12$

e) $(2x - 3)^2 = 8x$

f) $(x - 15)(x + 15) = 400$

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

En Derive, un vector es una secuencia ordenada de números.

Por ejemplo, si editas la expresión **VECTOR(2-x, x, 1, 10)** y seleccionas simplificar/normal, obtendrás los diez primeros múltiplos de 2.

Ejercicio 1.- Escribe los veinticinco primeros múltiplos de 2.

Ejercicio 2.- Edita la expresión que proporciona los múltiplos de 3 comprendidos entre 27 y 78.

Ejercicio 3.- Escribe todos los números de dos cifras que sean múltiplos de 7.

Ejercicio 4.-

- Encuentra tres números de cuatro cifras que sean múltiplos de 11 y capicúa.
- Encuentra tres números de cinco cifras que sean múltiplos de 13 y capicúa.
- Encuentra dos números de seis cifras que sean múltiplos de 17 y capicúa.

Ejercicio 5.-

- Encuentra un número de dos cifras cuyo resto sea 1 al dividirlo por 23.
- Encuentra un número de tres cifras cuyo resto sea 2 al dividirlo por 23.
- Encuentra un número de cuatro cifras cuyo resto sea 11 al dividirlo por 23.
- Encuentra un número de cinco cifras cuyo resto sea 22 al dividirlo por 23.
- ¿Existe algún número cuyo resto sea 23 al dividirlo por 23?



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Dos candidatos se presentan a las elecciones para el puesto de presidente de la asamblea.
El vencedor ha obtenido el 75% de los votos y una mayoría de 154 votos sobre el otro candidato.
¿Cuántos miembros de la asamblea han votado?

Ejercicio 2.- Sea a un número positivo ($a > 0$), y se define $a^x = \frac{1}{a^2}$.
¿Cuál es el valor de la expresión $(2^x + 1^x)^x$?

Ejercicio 3.- Un tablero cuadrado tiene cuatro casillas de lado. Se le quiere añadir una casilla más de lado.
Se pregunta:
a) ¿Cuántas casillas más tendrá el nuevo tablero?
b) ¿Y si se aumentan n casillas por lado?

Ejercicio 4.- Sabiendo que 54.289 es un número cuadrado perfecto, encontrar el siguiente cuadrado perfecto.

Ejercicio 5.- ¿Cuál es el valor de la expresión

$$\frac{x^2 - y^2}{(x - y)^2}$$

cuando $x = \frac{3}{4}$ e $y = \frac{2}{3}$?

(Indicación: Una vez seleccionada la expresión, utiliza el menú Simplificar/Sustituir/Variables).



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Dentro de ocho años, Mónica tendrá $\frac{4}{5}$ de la edad de su hermano Mario. Hace cuatro años, Mónica tenía la mitad de la edad de su hermano. ¿Cuál es la edad de Mario?.

Ejercicio 2.- Calcular, para $a = \frac{3}{2}$ y $b = \frac{1}{2}$, el valor de la expresión:

$$\frac{\frac{3}{a^2} + b\frac{3}{2}}{(a^2 - ab)\frac{2}{3}} \cdot \frac{a^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{a-b}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}$$

(Indicación: Una vez seleccionada la expresión, utiliza el menú Simplificar/Sustituir/Variables).

Ejercicio 3.- La doctora Numerati era una de esas personas que siempre andan buscando relaciones entre números. Por ejemplo, un buen día se dió cuenta de que los números de su casa y la de sus amigas eran tres números primos consecutivos, tales que multiplicados los tres daban su número de teléfono.
La doctora Numerati vivía entre sus dos amigas y tenía un número de teléfono de cinco cifras que empezaba por 6.
Averigua el número de la casa de la doctora Numerati, así como su número de teléfono.

(Indicación: La instrucción NEXT_PRIME(m) proporciona el siguiente primo mayor que el número m.)

Ejercicio 4.- Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x}{x+b} - \frac{x}{b-x} = \frac{b^2}{4(x^2 - b^2)}$$

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Comprueba que las siguientes expresiones corresponden a números enteros:

$$\text{a) } \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} \quad \text{b) } \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$$

Ejercicio 2.- El número de alumnos de un grupo A son los $\frac{2}{3}$ de los del grupo B. Si el total de alumnos es el resultado de la expresión

$$\frac{(\sqrt{98} - \sqrt{18}) \cdot 30\sqrt{3}}{\sqrt{96}}$$

¿cuántos alumnos habrá en cada grupo?.

Ejercicio 3.- Calcular

$$\frac{2}{2+\sqrt{2}} - \frac{3}{3+\sqrt{6}} - \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

Ejercicio 4.- Calcular el área de un rectángulo de base $\sqrt{12+2\sqrt{11}}$ m. y altura $\sqrt{12-2\sqrt{11}}$ m..

Ejercicio 5.- Halla dos números racionales positivos m y n tales que

$$\sqrt{11+\sqrt{112}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$$

Ejercicio 6.- Transformar en suma de radicales simples la expresión

$$\sqrt{a+2\sqrt{b(a-b)}}$$

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

*La sucesión de números pares se expresa con el término general $a_n = 2n$.
En Derive, para escribir los quince primeros números pares, se emplea la
instrucción*

VECTOR(2 · n, n, 1, 15)

- Ejercicio 1.-** Escribe los veinte primeros números impares.
- Ejercicio 2.-** Calcula los treinta primeros términos de la sucesión $a_n = -3n + 5$.
¿A qué tipo de sucesión corresponde?.
- Ejercicio 3.-** Escribe los trece primeros términos de la sucesión $a_n = (-3)^n$.
¿A qué tipo de sucesión corresponde?.
- Ejercicio 4.-** Halla los términos de la sucesión $a_n = n^2 - n$, comprendidos
entre el quinto y el vigésimo tercero.
- Ejercicio 5.-** Escribe todos los números pares de dos cifras.
- Ejercicio 6.-** Calcula los veinticinco primeros términos de la sucesión 3, 8, 13, 18, ...
- Ejercicio 7.-** Escribe todos los números de tres cifras que son múltiplos de seis.
- Ejercicio 8.-** Encuentra tres números de cuatro cifras que sean múltiplos de 11 y
capicúa.
- Ejercicio 9.-**
- Encuentra un número de dos cifras cuyo resto sea 0 al dividirlo por 23.
 - Encuentra un número de tres cifras cuyo resto sea 1 al dividirlo por 23.
 - Encuentra un número de cuatro cifras cuyo resto sea 2 al dividirlo por 23.
 - Encuentra un número de cuatro cifras cuyo resto sea 11 al dividirlo por 23.
 - Encuentra un número de cinco cifras cuyo resto sea 22 al dividirlo por 23.
 - ¿Existe algún número cuyo resto sea 23 al dividirlo por 23?.



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Resolver, en x , la ecuación

$$a^2 + x(x - 2a) + (a - x)\sqrt{b} = (a - x + \sqrt{b})\sqrt{c}$$

Ejercicio 2.- Resolver la ecuación

$$\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 62$$

Ejercicio 3.- Resuelve en x la siguiente ecuación, expresando la solución en función de a :

$$a\left(1 - \frac{x-a}{x+a}\right) = \frac{x+a}{x-a} - \frac{x-a}{x+a}$$

Ejercicio 4.- Resolver la ecuación:

$$\frac{2}{x + \sqrt{2-x^2}} = \frac{x^2 - 2 - \sqrt{2x^2 - x^4}}{x - \sqrt{2-x^2}}$$

Ejercicio 5.- Resolver la ecuación

$$3 + \frac{1 - \frac{2 + \frac{x}{x+1}}{x+1}}{x+1} = \frac{3x^3 + 10x^2 + 10}{(x+1)^3}$$

Ejercicio 6.- Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x}{x+b} - \frac{x}{b-x} = \frac{b^2}{4(x^2 - b^2)}$$



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1.- Discutir y resolver los siguientes sistemas en función del parámetro:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} ax + y = a^2 \\ x + ay = 1 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} (2a + 4)x - (5a + 3)y = 2a - 4 \\ (a + 2)x - 3ay = a - 2 \end{array} \right\}$$

Ejercicio 2.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y + z + t = 4 \\ x + 2y + 3z + 4t = 10 \\ x + 4y + 9z + 16t = 30 \\ x + 8y + 27z + 64t = 100 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x + y + 2z + 3t = -1 \\ -x - 2y - 3z - 4t = 0 \\ 2x + 3y + 5z + 7t = 1 \\ 3x + 4y + 7z + 10t = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x - y - 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 4x - 5y - 8z = 0 \end{array} \right\}$$

Ejercicio 3.- Resuelve los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{5x + 7y}{x + y} = 6 \\ \frac{3(z - x)}{x - y + z} = 1 \\ \frac{2x + 3y - z}{\frac{x}{2} + 3} = 4 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 5 \\ \frac{1}{y} + \frac{4}{z} = 6 \\ \frac{3}{z} - \frac{8}{x} = 7 \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{xy}{x + y} = \frac{77}{18} \\ \frac{yz}{y + z} = \frac{91}{20} \\ \frac{xz}{x + z} = \frac{143}{24} \end{array} \right\}$$

$$\text{Ejercicio 4.- Resolver el sistema: } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ x + y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{array} \right\}$$

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS - 1

Ejercicio 1.- Calcula el número π con sesenta cifras decimales.

(Indicación: Debes editar el símbolo de pi y utilizar Simplificar/Aproximar. No olvides restaurar los dígitos de precisión)

Ejercicio 2.- Expresa en radianes los siguientes ángulos:

$5^\circ, 18^\circ, 22'5'', 72^\circ, 100^\circ, 156^\circ, 220^\circ, 275^\circ, 355^\circ, 1000^\circ$.
 (Indicación: Edita a° y simplifica)

Ejercicio 3.- Convierte en grados sexagesimales los ángulos:

$\frac{2\pi}{7}, \frac{7\pi}{5}, \frac{41\pi}{60}, \frac{35\pi}{36}, \frac{14\pi}{9}, \frac{8\pi}{3}, \frac{200\pi}{3}, 25\pi, 0'2\pi, 1rad$
 (Indicación: Edita a° y simplifica).

Ejercicio 4.- Halla las razones trigonométricas de $\frac{\pi}{12}$.

(Indicación: Examina Ayuda/Índice para ver cómo se expresan las razones trigonométricas en Derive).

Ejercicio 5.- Calcula el valor de la expresión $\cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{4\pi}{9} + \cos \frac{6\pi}{9} + \cos \frac{8\pi}{9}$.

Ejercicio 6.- Simplificar las siguientes expresiones:

a) $3\text{sen}(\pi - a) + 2\cos(\frac{\pi}{2} + a) - 5\text{sen}(\pi + a)$

b) $3\text{tg}(\frac{3\pi}{2} + a) - \cot(\pi - a) + 2\cot(-a)$

c) $(x - y)\text{tg}(\frac{\pi}{2} - a) + 2(x + 3y)\cot(\pi - a) - 5x\text{tg}(\frac{3\pi}{2} + a)$

d) $a^2\text{sen}(\frac{\pi}{2} - a) + 2ab\cos(\pi + a) - b^2\text{sen}(\frac{3\pi}{2} - a)$

e) $\frac{(a^2 - b^2)\cot(\pi - a)}{\text{tg}(\frac{\pi}{2} - a)} - \frac{(a^2 + b^2)\text{tg}(\frac{\pi}{2} - a)}{\cot(\pi - a)}$

f) $\frac{\cot a + \text{tg} a}{\cot a - \text{tg} a} - \sec 2a$

(Indicación: En la mayoría de los casos, es suficiente con una de las opciones del menú Simplificar.

También puedes emplear Definir/Modos de operar/Simplificación y desplegar Trigonometría)

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS - 1

Ejercicio 1.- ¿Para qué valor de m es independiente de x la expresión

$$(m - 1)(\operatorname{sen}^4 x - \operatorname{cos}^4 x) + 2\operatorname{cos}^2 x + m\operatorname{cos} x - 2\operatorname{cos} x + 1 \text{ ?}$$

Ejercicio 2.- Sabiendo que $\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x = m$, calcula $(m^2 - 1)y$, donde y viene dada por la expresión

$$y = \frac{\operatorname{sen}^3 x + \operatorname{cos}^3 x}{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x}$$

Ejercicio 3.- Calcular el valor de la expresión para $x = \frac{\pi}{17}$.

$$y = \frac{\operatorname{cos} x \cdot \operatorname{cos} 13x}{\operatorname{cos} 3x + \operatorname{cos} 5x}$$

Ejercicio 4.- Calcula el valor máximo de la expresión

$$y = \frac{100}{100 + \operatorname{cos} x \cdot \operatorname{cos} 4x - \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} 4x}$$

Ejercicio 5.- Demostrar que la expresión

$$\operatorname{sen}^2\left((x^3 - 1)\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{cos}^2\left((x - 1)(x^2 + x + 1)\frac{\pi}{4}\right)$$

es independiente de x .

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS - 1

El número complejo $u = a + bi$ se define escribiendo en la ventana de editar expresiones $u := a + bi$, obteniéndose la unidad imaginaria pinchando en el botón correspondiente en dicha ventana.

i

Ejercicio 1.- Define los números complejos $u = 5 - 3i$ y $v = -2 + 7i$.

Calcula:

a) $u + v$ b) uv c) $\frac{u}{v}$
 d) u^3 e) $\frac{u+v^2}{u+v}$

Ejercicio 2.- Simplifica la expresión

$$\frac{(2+i)^3 - (2-i)^3}{(2+i)^2 - (2-i)^2}$$

Ejercicio 3.- Averigua para qué valores de m tiene sentido la siguiente expresión compleja y determina su valor.

$$\frac{\sqrt{1+m} + \sqrt{1-m}i}{\sqrt{1+m} - \sqrt{1-m}i} - \frac{\sqrt{1-m} + \sqrt{1+m}i}{\sqrt{1-m} - \sqrt{1+m}i}$$

(Indicación: Antes de simplificar, deberás utilizar el menú Definir/Dominio de una variable).

Ejercicio 4.- Hallar todos los valores naturales de n para los cuales

$$(1+i)^n = (1-i)^n$$

Ejercicio 5.- Calcular el valor de

$$1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$$

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS - 1

Ejercicio 1.- Halla el valor de $(1 + \sqrt{3}i)^n + (1 - \sqrt{3}i)^n$, $n \in \mathbb{N}$.

Ejercicio 2.- Calcula dos números reales x e y tales que:

$$\frac{3-xi}{1+2i} = y + 2i$$

(Indicación: En Derive, las partes real e imaginaria de un complejo, z , se representan, respectivamente, por $\text{RE}(z)$ e $\text{IM}(z)$).

Ejercicio 3.- Se considera el complejo $z = \frac{x+2+xi}{x+i}$.

- ¿Para qué valores de x es imaginario puro?.
- ¿Para qué valores de x es un número real?.
- ¿Para qué valores de x su afijo está en la bisectriz del primer y tercer cuadrantes?.

Ejercicio 4.- ¿Puede el complejo $\frac{x+yi}{u+vi}$ ser un número real?.

Ejercicio 5.- Calcula m para que el número complejo $3 - mi$ tenga el mismo módulo que $2\sqrt{5} + \sqrt{5}i$.

(Indicación: En Derive, el módulo de z se escribe $\text{abs}(z)$).

Ejercicio 6.- Dados los complejos $z = a + bi$ y $w = c + di$, ¿qué condición deben cumplir para que el cociente entre su suma y su diferencia sea un número imaginario puro?.

Ejercicio 7.- Expresa en forma polar los siguientes números complejos:

- | | | |
|------------------------|--|-------------|
| a) $-1 + \sqrt{3}i$ | b) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ | c) $-1 + i$ |
| d) $(1 + \sqrt{3}i)^8$ | e) $-\sqrt{15} + \sqrt{5}i$ | f) $4 + 6i$ |

(Indicación: En Derive, el argumento de z se expresa $\text{phase}(z)$).



LABORATORIO DE MATEMÁTICAS - 1

Ejercicio 1.- Hallar las ecuaciones de las medianas del triángulo de vértices $A(1,1)$, $B(3,5)$ y $C(-1,5)$.

- 1.- En la barra de herramientas, selecciona **dibujo/mostrar ejes**.
- 2.- Selecciona, después, **dibujo/definir cuadrícula**.
- 3.- Mueve el ratón cerca de los ejes cartesianos, hasta que aparezca la leyenda "*estos ejes*", entonces pincha.
- 4.- Selecciona **puntos/punto**, y desplaza el ratón hacia las coordenadas del vértice A, pinchando al salir la leyenda "*en este punto de la parrilla*". Repite el proceso con los vértices B y C.
- 5.- Selecciona **medir/ecuación y coordenadas**.
- 6.- Desplaza el ratón hacia el vértice A, hasta que aparezca la leyenda "*coordenadas de este punto*", y pincha. Aparecerá un marco con las coordenadas del punto; en su interior, escribe la letra A. Repite el proceso con los vértices B y C.
- 7.- Dibuja un triángulo de vértices A, B y C.
- 8.- Construye los puntos medios de sus lados.
- 9.- Traza las tres medianas.
- 10.- Selecciona **medir/ecuación y coordenadas**.
- 11.- Mueve el ratón hacia una mediana, y pincha cuando aparezca la leyenda "*ecuación de esta recta*". Repite el proceso con las otras dos medianas.
- 12.- Coloca los vértices y las ecuaciones de las medianas en lugar visible, donde no interfiera con el dibujo.
- 13.- Colorea el dibujo como más te guste.
- 14.- Selecciona **ver/comentarios** y escribe el enunciado del problema. Desarrolla tu creatividad.

Ejercicio 2.- Encuentra las ecuaciones de los lados del triángulo de vértices $A(3,3)$, $B(-1,-5)$ y $C(6,0)$.

Ejercicio 3.- Encuentra la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

- a) Perpendicular a $6x + 5y = 2$ conteniendo el punto $(0,4)$.
- b) Paralela a $3x + 4y - 15 = 0$ pasando por el punto $(0,3)$.

Ejercicio 4.- Sea la circunferencia de centro el origen de coordenadas y radio 3. Determina las ecuaciones de las rectas tangentes a la misma por los puntos de abscisa igual a 2. Halla el punto de intersección de las dos rectas tangentes y el área del triángulo formado por los puntos de tangencia y el punto de intersección de las rectas tangentes.

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS - 1

Ejercicio 1.- Dado el triángulo de vértices $A(-1, -2)$, $B(7, 1)$ y $C(2, 5)$, calcula las coordenadas del circuncentro y la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo.

Ejercicio 2.- Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(3, -1)$, $B(4, 2)$ y $C(-1, -3)$.
Tres puntos del plano, ¿determinan siempre una única circunferencia?

Ejercicio 3.- Dado el triángulo de vértices $A(3, 3\sqrt{3})$, $B(0, 0)$ y $C(6, 0)$, calcula las ecuaciones de sus alturas y las coordenadas del ortocentro.
En Derive, resuelve el sistema formado por las ecuaciones de las tres alturas, y compara la solución con la proporcionada por Cabri Géomètre.

Para representar las coordenadas del punto A, utiliza **Medir/Calcular**, teniendo presente que la raíz cuadrada se representa por **sqrt**. Arrastra el resultado hasta una esquina de la ventana de diseño. Selecciona **Construir/Transferencia de medidas** y pincha sobre el resultado numérico cuando aparezca la leyenda "este número", entonces pincha sobre el eje OY al surgir la leyenda "este eje".

Ejercicio 4.- Se considera el triángulo de vértices $A(2, -2)$, $B(0, 4)$ y $C(4, 2)$.

- Calcula las coordenadas del ortocentro, H.
- Halla las coordenadas del circuncentro, M.
- Comprueba que los dos puntos anteriores están alineados con el baricentro, G.
- Halla la ecuación general de la recta de Euler.
- Calcula el área del triángulo ABC .
- Escribe la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo.

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS - 1

Ejercicio 1.- En un triángulo cualquiera, A, B, C , que tenga sus tres ángulos agudos se traza, sobre cada uno de sus lados, un triángulo equilátero hacia fuera del triángulo.

Sea H el tercer vértice del triángulo equilátero de lado BC , J el tercer vértice del triángulo equilátero de lado AC y K el tercer vértice del triángulo equilátero de lado AB .

Se une A con H , B con J y C con K . Estas tres rectas concurren en un punto F , llamado *punto de FERMAT*.

- Construye el *punto de Fermat* del triángulo ABC .
- Comprueba que $d(A,H) = d(B,J) = d(C,K)$.
- Calcula el ángulo bajo el que se observa cada lado de ABC desde F .

Ejercicio 2.- En un triángulo cualquiera, A, B, C , que tenga sus tres ángulos agudos se traza, sobre cada uno de sus lados, un triángulo equilátero hacia dentro del triángulo.

Sea H el tercer vértice del triángulo equilátero de lado BC , J el tercer vértice del triángulo equilátero de lado AC y K el tercer vértice del triángulo equilátero de lado AB .

Se une A con H , B con J y C con K . Estas tres rectas concurren en un punto F' , llamado *segundo punto de FERMAT*.

- Construye el *segundo punto de Fermat* del triángulo ABC .
- Estudia si F' conserva las mismas propiedades que F .

Ejercicio 3.- Busca en Internet los datos biográficos de Fermat.